ОПЫТ ПРИМЕНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ И ЭВМ В ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ПОТРЕБЛЕНИЯ

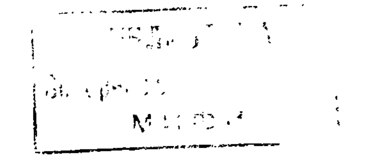
ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

ЦЕНТРАЛЬНЫЙ
ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОПЫТ ПРИМЕНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ И ЭВМ В ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ПОТРЕБЛЕНИЯ





ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»

Москва 1968

В работе рассматривается опыт применения различных математических и математико-статистических методов анализа эмпирических данных о потреблении и соответствующие методы построения, применяемые в народнохозяйственном планировании моделей взаимодействия цен, потребления и дохода. Даны новые решения проблемы прогноза потребительского спроса населения, которые находят практическое применение в союзных республиках.

1-8-5
128-68(I)

«Современные условия и задачи развития народного хозяйства,— говорится в Директивах XXIII съезда КПСС,— предъявляют новые требования к руководящим кадрам, обязывают их овладевать методами экономического руководства, вести борьбу против формального администрирования, использовать новейшие данные науки управления, применять современную вычислительную технику, добиваться сокращения управленческого аппарата» [1].

Но реализация имеющихся широких возможностей коренного улучшения и перестройки планирования и управления на основе использования электронных вычислительных машин может быть осуществлена только при условии численного выражения, в обобщенной форме моделей, средствами современной математики, взаимодействующих типичных народнохозяйственных процессов, наблюдавшихся в прошлом и вероятных в будущем.

В Советском Союзе проводится большая научная работа по построению различных экономико-математических моделей. Исследования процессов, определяющих изменения структуры народного потребления, становятся особенно актуальными и многообещающими как вследствие их значения в выявлении закономерностей конечного спроса и в решении задачи по моделированию динамического народнохозяйственного баланса, так и вследствие накопления в статистических ведомствах и учреждениях разнообразных и подробных сведений о потреблении, необходимых для определения его устойчивых закономерностей.

Новизна и сложность проблемы математического выражения закономерностей изменения вещественной структуры потребления в социалистическом обществе, а также вовлечение широкого круга научных и практических работников (экономистов, математиков и инженеров) в построение и применение моделей потребления и спроса

[1] «Директивы XXIII съезда КПСС по пятилетнему плану развития народного хозяйства СССР на 1966—1970 годы». М., Политиздат, 1966, стр. 14.

приводит к большому разнообразию исходных теоретических положений, статистических и математических приемов, использованных эмпирических данных и способов применения полученных моделей.

Настоящий сборник состоит из докладов, сделанных и присланных на Конференцию по вопросу о применении экономико-математических методов и ЭВМ при моделировании потребления и спроса населения. Конференция состоялась в ЦЭМИ АН СССР в 1966 г. Часть докладов представляет собой результаты больших исследовательских работ, проведенных в отдельных организациях коллективами научных работников с применением ЭВМ, по достаточно определившейся методологии и находящихся в стадии внедрения в практику, другая часть — доклады отдельных авторов, характеризующих индивидуальные подходы, различные по сложности и теоретическим принципам, к решению задачи моделирования спроса.

Можно надеяться, что освещение разнообразных точек зрения на способы и принципы построения экономико-статистических моделей конечного спроса будет способствовать бóльшему единообразию во взглядах как на теоретические принципы методов разработки математических моделей в советском планировании, так и быстрейшему внедрению в практику полученных моделей.

Академик Н. П. Федоренко

I РАЗДЕЛ

Т. М. КУЗНЕЦОВА

ИЗУЧЕНИЕ НАРОДНОГО БЛАГОСОСТОЯНИЯ И КУЛЬТУРЫ

XXIII съезд КПСС поставил задачу большой государственной важности — в новой пятилетке добиться дальнейшего существенного подъема материального и культурного уровня жизни в СССР. Для реализации поставленной задачи огромное значение приобретает система показателей (в том числе и статистических), при помощи которых можно было бы более полно охарактеризовать развитие материального и культурного уровня жизни советских людей.

Показатели эти: размеры реальных доходов населения, объем и структура приобретенных населением товаров, жилищные условия, образование, продолжительность и использование свободного от работы времени и т. д.

Систематизация и анализ показателей в разрезе отдельных общественных групп и экономических районов страны за ряд лет дает возможность охарактеризовать сложные социально-экономические процессы, и в частности сближение в уровне и структуре потребления различных общественных групп населения в целом и по экономическим районам, процесс изменения потребностей и структуры потребления, ликвидации известных различий между бытом городского и сельского населения, работников физического и умственного труда.

Важнейшими и наиболее общими показателями уровня жизни народа являются денежные и натуральные доходы населения, основной источник которых — национальный доход.

Статистический анализ структуры и динамики доходов населения охватывает следующие соотношения: темпы ро-

ста национального дохода и реальных доходов населения, уровень реальной заработной платы трудящихся и факторы, его определяющие (повышение производительности труда, цены и др.), темпы роста общественных и личных фондов потребления, размеры и структуру общественных фондов потребления.

Особенно интересно сопоставление материального и культурного уровня населения нашей страны с жизненным уровнем трудящихся социалистических и капиталистических стран.

Народное потребление — это многосторонний процесс, охватывающий не только личное потребление, оплачиваемое из своего бюджета (питание и приобретение разнообразных товаров), но и потребление частично оплачиваемых и бесплатных услуг в учреждениях и организациях. Сюда относятся обеспечение населения жилищно-коммунальными услугами, медицинской помощью, оказание услуг государственными и общественными учреждениями по воспитанию, образованию и культуре советских людей и т. д. Все эти элементы потребления материальных и культурных благ взаимосвязаны и должны быть подвергнуты тщательному статистическому анализу для определения устойчивых динамических пропорций. Первоочередные задачи статистического исследования — изучение зависимости структуры потребления от дохода в целом, по отдельным общественным группам, отраслям народного хозяйства и с учетом территориальных особенностей.

Потребности людей непрерывно растут и расширяются, стимулируя рост и совершенствование социалистического производства. В связи с этим особенно важное значение приобретает статистическое изучение потребительского спроса населения на товары по группам, по видам и по ассортименту товаров и разработка соответствующих рекомендаций.

Должны освещаться также аналогичные вопросы статистики общественного питания и колхозной торговли, цен, издержек обращения и другие показатели. Особенно важным является анализ влияния различных факторов, воздействующих на уровень потребления отдельных товаров.

С разрешением жилищной проблемы обеспечивается прочная основа для коммунистического преобразования быта людей, т. е. необходимая для творческого труда, ра-

зумного отдыха, всестороннего развития личности. Поэтому необходимо изучение статистических показателей, отражающих соотношение между числом жителей, приходящихся в среднем на одну комнату и квартиру, и их заработком, возрастом и профессиями.

Уровень благосостояния населения характеризуется развитием здравоохранения, в частности деятельностью лечебно-профилактических учреждений.

Характеристика народного благосостояния и культуры советских людей не ограничивается только показателями реальных доходов и объема потребления населением различных материальных благ.

Так, с ростом народного благосостояния растет потребность населения в повышении уровня образования, что выражается в увеличении общеобразовательных школ, средних общеобразовательных трудовых политехнических школ, учебных заведений для получения среднего и высшего специального образования.

Развитие дошкольного воспитания детей наглядно отражают статистические показатели численности детских дошкольных учреждений и количества детей, посещающих их.

Специальная система показателей иллюстрирует деятельность библиотек, театров, кино, клубов, музеев и других учреждений культурного назначения. К ним относятся число библиотек, зрелищных предприятий различного вида, число издаваемых книг, тираж журналов, газет и количество населения, пользующееся ими.

Интересно сопоставление затрат государства на развитие образования и культуры населения нашей страны с другими странами мира.

Систематический рост народного благосостояния предъявляет все новые и новые требования к теории и практике статистики. Статистика народного благосостояния и культуры через систему статистических показателей должна отражать, как претворяются в жизнь решения Партии и Правительства по дальнейшему подъему народного благосостояния (росту доходов, потребления, товарооборота, развитию здравоохранения, народного образования и культуры, улучшение жилищно-коммунальных условий и т. д.). Задача статистики — стать основой научного планирования мероприятий по подъему уровня жизни советского народа.

Необходимо изучать не только частные характеристики народного благосостояния, но и обобщающие показатели, в том числе дифференцированные, по отдельным экономическим районам и общественным группам; влияние различных факторов на рост народного благосостояния и культуры и, в частности, построение экономико-статистических моделей потребления различных товаров в зависимости от доходов, цены и других факторов. Это позволит учесть при планировании того или иного мероприятия по подъему жизненного уровня народа, как оно скажется на уровне доходов, структуре потребления и других показателях народного благосостояния. Сюда входит также разработка специальных индексов потребления отдельных видов материальных благ и услуг. Эти индексы нужны для того, чтобы полнее отразить изменение уровня народного благосостояния и культуры.

Статистика народного благосостояния должна выработать методологию изучения и сопоставления уровня жизни советских людей с уровнем жизни населения зарубежных стран, что даст обширный материал для дальнейших экономических обобщений и выводов о жизненном уровне людей ряда стран.

Изучение народного благосостояния и культуры трудящихся в целом, в разрезе отдельных районов страны и общественных групп предполагает сложную организационную и методологическую работу.

Для обобщения материалов, относящихся к отдельным вопросам статистики народного благосостояния и культуры, необходима известная унификация статистической отчетности, уточнение показателей в статистике отраслей и в бюджетной статистике населения. Достаточно указать, что в материалах статистики торговли и бюджетов номенклатура товаров по ряду позиций значительно отличается. Например, в статистике торговли имеется только одна товарная группа «Швейные товары», а в статистике семейных бюджетов эти группы разбиваются на подгруппы и т. п.

Необходимо уточнить состав общественных фондов и их распределение по общественным группам. Ряд вопросов возникает по использованию общественного фонда, создаваемого для поощрения работников предприятий в связи с осуществлением экономической реформы, принятой на сентябрьском Пленуме ЦК КПСС в 1965 г.

Определение размера дохода населения, полученного из общественных фондов по социальным группам, во многом зависит от точности данных бюджетной статистики, поэтому программа бюджетных обследований должна быть улучшена в части учета доходов, полученных населением из общественного фонда.

В целях повышения репрезентативности бюджетных обследований нужно уточнить методы отбора семей, а также расширить программу опроса для более глубокой характеристики народного благосостояния (например, инвентаризация имущества, учет неудовлетворенного спроса на товары и др.).

В результате экономико-статистического анализа сопоставимых данных, собранных и разработанных по единой научно разработанной программе, может быть получена обширная характеристика народного благосостояния и культуры, обоснованная конкретными цифрами, имеющими практическую и теоретическую значимость.

■

Л. Е. МИНЦ

СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ПЕРСПЕКТИВНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ ПОТРЕБЛЕНИЯ

Применение экономико-математических методов открывает широкое поле деятельности для экономической и статистической науки в области разработки теоретических проблем и решения практических вопросов в интересах развития народного хозяйства.

Особенно настоятельна потребность в составлении математико-экономических моделей народного потребления в связи с задачами, поставленными перед нами Программой КПСС и новым пятилетним планом как в целом по СССР, так и по крупным экономическим районам.

Перспективное планирование народного потребления в нашей стране приобретает значение одной из центральных задач экономических исследований. Рост потребностей и покупательского спроса, распространяющихся на все многообразие современной товарной номенклатуры и

на все виды материального и интеллектуального «обслуживания», определяется воздействием многочисленных общих и частных социальных и экономических причин, не поддающихся технологическим методам изучения и нормативным способам их установления. Для перспективных расчетов потребления нужно тщательно исследовать основные факторы, влияющие на потребление отдельных товаров и услуг, и определить форму и силу воздействия каждого фактора на потребности и на размеры вещественного спроса.

При решении поставленной задачи возникает необходимость построения целой системы моделей, связанных друг с другом как непосредственно, так и косвенно. Под моделью подразумевается система математических уравнений, построенных на основании познанных экономических законов и закономерностей. Особенно важное место в данной системе принадлежит модели формирования размеров и структуры потребления под влиянием размеров дохода и уровня цен.

В Директивах XXIII съезда указаны мероприятия, которые благотворно скажутся на росте доходов трудящегося населения и изменениях структуры расходов. Увеличиваются премии, единовременные вознаграждения, надбавки к зарплате в отдельных районах (Сибирь, Север, Дальний Восток) и другие льготы.

За полувековой период социалистического строительства в СССР накоплены огромные статистические материалы, всесторонне и подробно характеризующие экономическое и культурное развитие социалистического общества.

Советская экономическая статистика располагает разрабатываемыми по единообразной методологии многолетними данными о продукции промышленности и сельского хозяйства, об оборотах внутренней и внешней торговли, численности работников всех отраслей народного хозяйства и отраслевой производительности труда, о ценах, финансах, денежном обращении, доходах, народном потреблении и т. д.

Статистические показатели, разрабатываемые и систематизируемые ЦСУ СССР, освещают экономическую жизнь социалистического общества за эти годы в самых разнообразных аспектах, давая сведения о народнохозяйственной деятельности по отраслям производства, районам,

областям, краям и республикам в годовом, месячном и квартальном разрезах, по социальным секторам, группам, отдельным предприятиям и хозяйствам.

Накопленные статистические данные создали в настоящее время исключительно благоприятные возможности для экономического анализа «поведения» важнейших экономических показателей в различных экономических и исторических условиях и для численного выражения устойчивых закономерностей, сложившихся в соотношениях основных элементов социалистического хозяйства.

Богатыми источниками информации за длительный период располагает советская статистика народного потребления, опирающаяся на балансовые сведения о производстве, запасах, ввозе и вывозе, на данные сплошного учета розничной продажи товаров населению государственной и кооперативной торговлей, на специальный учет реализации в натуре отдельных товаров, на учет привозов продовольственных товаров на колхозные рынки и на широкую сеть бюджетных обследований семей рабочих, служащих и колхозников.

Статистические показатели роста экономики в СССР, основанные, как правило, на данных сплошной отчетности, являются точной и объективной характеристикой исторических особенностей и своеобразия развития социалистической экономики.

Широкие возможности для революционной перестройки системы управления народным хозяйством и его планирования могут быть практически реализованы только на основе использования электронных вычислительных машин посредством экономико-математических моделей, выражающих в форме комплексов статистических уравнений обобщенные численные соотношения определенных динамических показателей.

Современные методы математико-статистического анализа позволяют расчленять динамические народнохозяйственные показатели на однородные по социальной, экономической и технологической природе компоненты, элиминировать исторически индивидуальные, экзогенные элементы и выделять наиболее типичные, устойчивые формы экономических процессов, анализировать их взаимосвязи и взаимодействия.

В планомерно развивающемся социалистическом народном хозяйстве имеются особенно благоприятные усло-

вия для разработки достаточно репрезентативных эмпирических уравнений регрессий, представляющих численно частотную зависимость разнообразно варьирующих частных экономических процессов от более общих, закономерно и направленно изменяющихся народнохозяйственных показателей как национальный доход, уровень цен, численность населения, общий уровень производительности труда.

В системе моделей потребления исходной должна быть модель изменения численности населения и его половозрастного состава. Она дополняется данными о распределении населения по социальному положению, по национальности, по местожительству, а в пределах этих групп — по составу и размеру семей. В зависимости от состава и размера семей (с учетом возраста детей) устанавливается несколько типов семей. По каждому типу семей создается модель распределения семей по величине совокупного дохода. Последняя учитывает формирование совокупного дохода по следующим элементам: заработки по основной работе, заработки по неосновной работе, пенсии, стипендии, прочие поступления из общественных фондов и т. д.

Построение модели формирования совокупного дохода семьи обусловлено влиянием структуры дохода на структуру потребления.

Влияние на потребление таких факторов, как доход, размер и состав семьи, можно проанализировать разными методами. Наиболее простой — метод группировок. Так, для анализа влияния дохода на потребление отбирают семьи, одинаковые по размеру и составу, но разные по уровню дохода. Для анализа влияния размера семьи на потребление надо отобрать семьи, однородные по составу и уровню материальной обеспеченности, то же для исследования влияния состава семьи на потребление. Затем составляются групповые таблицы для анализа влияния приведенных факторов на потребление. Чтобы уточнить формы связи и придать им характер функциональной зависимости, применяется, например, метод простой регрессии с одной переменной: подбираются соответствующие кривые, достаточно хорошо выражающие эмпирическую форму связи между двумя признаками. В результате этого связь между вышеперечисленными факторами можно представить аналитически в виде ряда

уравнений[1]. Так, связь между расходом семьи на питание (y) и доходом (x) выражается следующей формулой:

$$y = a + \frac{bx}{x+c} \text{ или } y = a - \frac{b}{x+c};$$

связь между расходом семьи на промышленные товары (y) и доходом (x):

$$y = \frac{1}{a + bc^x},$$

связь между расходом семьи на питание (y) и размером семьи (x):

$$\lg y = a + b \lg x,$$

связь между расходом семьи на промышленные товары (y) и размером семьи (x):

$$\lg y = a + b \lg x.$$

между расходом семьи на питание (y) и составом семьи, процент детей в семье (x):

$$\lg y = a + b \lg x.$$

Наконец, связь между расходом семьи на промышленные товары (y) и составом семьи (x) выражается уравнением:

$$y = a + \frac{b}{x+c} \text{ или } y = a + \frac{b}{x}.$$

Заменив эмпирические корреляционные зависимости функциями, можно более детально исследовать влияние изменения ряда факторов на потребление. Одним из основных инструментов данного анализа является коэффициент эластичности $\left(Э = y_x^1 \frac{x}{y_x}\right)$,

где y' первая производная по «x» вышеприведенных уравнений, x — доход семьи, y_x — теоретическое значение расходов семьи на питание.

После выявления влияния на потребление отдельных факторов можно исследовать совокупное их воздействие на потребление с помощью уравнений множественной регрессии.

Расход семьи на питание

$$y_1 = a_0 + a_1 \frac{x_1}{x_1 + b_1} + a_2 x_2^p + a_3 x_3^q.$$

[1] См. ст. Л. Е. Минца и В. В. Швыркова «Построение и анализ модели потребления» («Вопросы экономики», 1962, № 5).

Расход семьи на промышленные товары

$$y = \alpha_0 + \frac{1}{\alpha_1 + b_1 c_1 x_1} + a_2 x_2^{p} + \frac{a_3}{x_3},$$

где x_1 — доход семьи, x_2 — размер семьи, x_3 — состав семьи, a_0, a_1, a_2, a_3, b_1, p_1, q_1, c_1 — параметры уравнения.

При решении данных уравнений малая информация (количество лет) снижает точность расчета параметров уравнения. Формально можно было бы увеличить число лет. Однако для перспективных расчетов ценность частных коэффициентов эластичности резко снизилась бы, так как они вычисляются при средних значениях других факторов за предшествующий период. Средняя же, вычисленная хотя бы за длительный прошлый период времени, не является типичной для перспективных расчетов. Если брать короткий промежуток времени, то ценность частных коэффициентов эластичности, с одной стороны, увеличивается, а с другой — уменьшается, так как сокращается информация и число аргументов в уравнении.

В настоящее время в научно-исследовательских и плановых организациях СССР весьма успешно продвигаются работы по построению моделей взаимодействия товарных цен, общих размеров и товарной структуры фонда народного потребления, основанные на анализе чувствительности потребительского спроса на отдельные товары к изменениям товарных цен и общего уровня доходов.

Экономико-математический анализ данных о покупках, ценах и доходах населения СССР и союзных республик за период с 1948 по 1966 г. позволил советским экономистам рассчитать уравнения потребительского спроса по отдельным товарам и группам товаров, коэффициенты эластичности спроса в зависимости от изменения доходов и реальных индексов цен.

Особенно важны теоретически и практически коэффициенты чувствительности спроса к изменениям цен. Они находятся в закономерных соотношениях с коэффициентами эластичности к доходу, указывая на соответствие проводимой политики цен тенденциям спроса (см. таблицу). Эти коэффициенты можно использовать не только для прогноза спроса, но и для установления правильных соотношений цен.

Таблица

	От дохода *	От реального индекса цен *	От дохода **	От реального индекса цен **	От дохода ***	От реального индекса цен ***
Продовольственные товары	—	—	0,89	—0,53	0,62	—0,74
В том числе						
хлеб	0,25	—0,84	—	—	0,26	—1,12
картофель	0,44	—0,35	—	—	0,26	—0,49
мясо	1,32	—0,54	—	—	1,97	—0,58
Промышленные товары	—	—	1,29	—0,61	—	—
В том числе						
ткани хлопчатобумажные	1,45	—1,10	—	—	1,25	—1,92
шелковые	1,71	—1,74	—	—	2,07	—2,25
трикотаж	1,46	—1,41	—	—	1,20	—0,57

* По расчетам Госплана СССР (все население). В. В. Швырков. Многофакторные динамические модели потребительского спроса. «Статистическое изучение спроса и потребления». М., изд-во «Наука», 1966.

** По расчетам ЦЭМИ АН СССР (все население). Б. Н. Михалевский. Коэффициенты эластичности от дохода и цен и оценка параметра замещения. Там же.

** По расчетам Ин-та народного хозяйства им. Г. В. Плеханова (городское население). Л. С. Кучаев. Благосостояние и вещественный спрос. Там же.

Следует отметить, что результативные экономические исследования влияния цен на вещественный спрос являются весьма немногочисленными и в современной специальной зарубежной литературе, методологически весьма изощренной, но представленной рядом достаточно убедительных работ.

Это объясняется как осцилляторным, колебательным и циклическим ходом буржуазной экономики, придающей чисто теоретическое значение показателям, вычисленным в предположении устойчивой динамики доходов, так и отсутствием в большинстве капиталистических стран необходимых статистических сведений о вещест-

венной структуре потребления за длительный период времени.

Неуклонное повышение уровня производства, рост доходов населения — основа устойчивых закономерностей развития потребления трудящихся. С накоплением подробных статистических данных о потреблении, ценах и доходах населения за длительный период времени создаются благоприятные условия для математико-статистического анализа закономерностей народного потребления.

Для решения ряда теоретических вопросов социалистической экономики и для быстрейшего внедрения методов современной скоростной электронной техники в народно-хозяйственное планирование необходим математико-экономический анализ вещественного спроса по всей планируемой номенклатуре товаров, потребляемых городским и сельским населением по СССР в целом и союзным республикам, областям, краям и Автономным национальным республикам, по крупнейшим городам и промышленным стройкам, по новым развивающимся районам производства.

Соответствующий анализ статистических данных о приобретенных товарах, о ценах и доходах в СССР за период 1948—1966 гг., произведенный отделом Госплана СССР (руководитель отдела по внедрению экономико-математических методов в планирование народного хозяйства т. Обломский Я. А.) по СССР и по 15 союзным республикам, позволил вскрыть ряд весьма интересных характерных закономерностей в развитии народного потребления и дал возможность получить с известным приближением модели спроса по 70 товарам и товарным группам, охватывающим всю номенклатуру товаров, приобретаемых населением [2].

Полученные Госпланом СССР и госпланами союзных республик математико-статистические модели потребительского спроса могут служить одним из существенных элементов построения динамического баланса народного хозяйства, рассчитываемого в различных вариантах с помощью ЭВМ.

[2] Подробное изложение статистической методологии модели народного потребления, разработанной в отделе Госплана СССР, см. в ст. В. В. Швыркова «Математико-статистические модели прогноза спроса и потребления семей в СССР», помещенной в настоящем сборнике.

Эффективность математико-статистического анализа динамических данных о потреблении иногда приводит к недооценке роли статистики семейных бюджетов в исследованиях потребления и спроса.

Касаясь вопроса об использовании статистики семейных бюджетов и динамических рядов торговой статистики в целях прогноза потребления населения, польский экономист З. Павловский пишет: «Интересно отметить, что ученые, имеющие известную подготовку в области математической статистики, предпочитают пользоваться данными временных рядов, а те, кто не очень сильны в математике, пользуется семейными бюджетами»[3].

Однако семейные бюджеты пригодны для анализа зависимости структуры потребления не только от дохода, но и от других факторов, таких, как состав семьи по полу и возрасту, профессия, образование и т. д. Статистика семейных бюджетов наряду с ценностными показателями потребления учитывает натуральные показатели потребления товаров, отсутствующие в торговой статистике, и позволяет установить средние цены приобретения товаров для семей с разным уровнем дохода.

Она не только располагает важными натуральными показателями (жилище, коммунальные услуги, транспорт, театры, кино, санатории, дома отдыха, лечебницы и т. д.), но и позволяет установить связь этих показателей с доходом и составом семей.

Математико-статистический анализ зависимости потребления от состава семьи по полу, возрасту, образованию, занятиям и т. д. позволяет расширить число измеряемых факторов в моделях спроса и значительно повысить их точность. Это, в частности, имеет большое значение в изучении закономерностей потребления таких специфических товаров, как, например, табачные изделия, виноградные вина, водочные изделия, пиво, спортивные товары, книги, автомобили, мотоциклы и т. д.

В отличие от достаточно подробно исследованных как в СССР, так и за рубежом закономерностей влияния дохода на структуру потребностей в товарах, зависимость размеров нетоварных потребностей, и в частности

[3] Z. Pawlowsky. Studies of consumer demand in Poland after world war II. «Recherches recent sur les études de marche et l'analyse de la demand». Paris, 1961, p. 1933.

потребности в жилище, статистически изучены очень мало и некоторые авторы выражают сомнение в возможности установления связи между доходом и его долей, расходуемой на жилище [4].

При построении моделей перспективных расчетов потребления семей следует иметь в виду, что длительность потребления благ различна. Так, продукты питания относятся к предметам разового потребления, одежда и обувь — к предметам краткосрочного пользования, а ряд других товаров — к предметам длительного потребления.

В условиях социалистического ведения хозяйства среди предметов длительного пользования выделяется своим особым положением жилье. При достаточной жилой площади эта потребность полностью удовлетворена в течение всей жизни семьи и расходы здесь связаны только с амортизацией.

Статистика семейных бюджетов должна отразить необходимые данные о потреблении благ длительного пользования, в частности потребность в жилье, в общем составе потребления.

Особенно возрастает роль поступлений из общественных фондов, которые в связи с реформой значительно увеличатся, что выразится в повышении расходов государства и общественных организаций на содержание детей в детских учреждениях, на культурно-бытовое обслуживание, предоставление жилплощади и т. д., а также в росте общественного питания (рост числа детей на продленном дне с предоставлением бесплатного или удешевленного питания и т. д.).

Изучение структуры доходов семей рабочих, служащих, колхозников должно привлечь особое внимание в связи с изменениями структуры расходной части, с изменениями структуры спроса и потребления.

При анализе влияния доходов на потребление нужно учитывать все поступления как денежные, так и дополнительные (бесплатное получение товаров и услуг от государства, предприятий и профсоюзов). В противном случае будет искажена структура потребления особенно семей с более низким доходом. Рост общественных фондов отразится на динамике доходной части и структуре расходной части бюджета.

[4] C. Zimmerman. Consumption and standart of living. N. Y., p. 197

Проводимые в СССР по линии ЦСУ СССР бюджетные обследования рабочих, служащих и колхозников имеют большое познавательное и практическое значение для определения уровня и структуры потребления, выявления зависимостей расходов от доходов семей, установления фактических норм потребления, исследования конъюнктуры спроса, социологических исследований и целого ряда других показателей и зависимостей, имеющих народнохозяйственное значение. Следует отметить, что цель бюджетных обследований ЦСУ СССР — обеспечение наблюдения за динамикой показателей потребления по СССР и союзным республикам.

Рост народного хозяйства и изменения в структуре отраслей, изменения в возрастной и семейной структуре населения требуют сочетания различных выборочных методов обследования в целях повышения репрезентативности бюджетных данных для решения многих народнохозяйственных задач.

Еще в 1961 г. нами указывалось на ряд важных новых закономерностей, которые необходимо было учитывать при бюджетных обследованиях, особенно в части влияния структуры доходов на структуру расходной части бюджета[5]. В соответствии с выдвинутым положением автора были разработаны в виде опыта данные бюджетной статистики, подтвердившие высказанное положение.

Проводимые в настоящее время бюджетные обследования и их разработка не полностью удовлетворяют ряд задач, опираясь на которые можно будет решить важнейшие проблемы народного потребления. В связи с этим необходимо в ближайшее время решить: какие изменения следует внести в организацию бюджетных обследований и в содержание бюджетного бланка, по какой программе следует вести разработки бюджетов, так как до сих пор использовалась очень небольшая часть имевшейся информации. Нужно также решить вопрос о расширении круга обследуемых отраслей, например включить полиграфическую, пищевую и другие отрасли промышленности.

В бланках бюджетных обследований отсутствуют данные об инвентаре семей рабочих, служащих и колхозни-

[5] Л. Е. Минц. Задачи перспективного планирования потребления. «Определение потребности населения в товарах». Киев, 1962.

ков (включая наличие одежды и обуви), о бюджете времени, о трудоустройстве членов семей, о всех поступлениях из общественных фондов, а также вопросы социологического характера (например, степень удовлетворенности работой, возможность удовлетворения культурных потребностей и т. д.).

Исследования бюджетных данных показали, что они должны быть дополнены следующими показателями:

1) поступлений из общественных фондов; 2) цен потребляемых товаров по видам и сортам; 3) подробной номенклатурой потребляемых продуктов (овощи, фрукты и товары длительного пользования); 4) подробной номенклатурой непродовольственных товаров (в частности ткани и обуви); 5) специальными социологическими показателями по использованию свободного времени, культурным запросам и т. д.

Необходимо также обеспечить регулярное проведение единовременных выборочных обследований распределения рабочих, служащих и колхозников (вместе с членами их семьи) по группам душевого дохода.

Обработку бюджетов семей нужно проводить при помощи электронных вычислительных машин, что создаст благоприятные условия для выполнения более сложных расчетов и сокращения сроков работ.

Для решения всех указанных и вновь возникающих вопросов необходим регулярный созыв (раз в 2—3 года) специальных совещаний ЦСУ СССР с представителями госпланов, министерств и соответствующих научных учреждений. Эти совещания, используя всю имеющуюся информацию, должны быть посвящены обмену опытом по изучению закономерностей в развитии народного потребления и совершенствованию бюджетной и других отраслей статистики.

■

Г. И. КОРОВКИН

ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА НОВЫХ МЕТОДОВ ПЛАНИРОВАНИЯ СТРУКТУРЫ ПЛАТЕЖЕСПОСОБНОГО СПРОСА

Совершенствование планирования структуры личного потребления, розничного товарооборота и платежеспособного спроса населения приобретает все бо́льшую актуальность. Решением этой проблемы в последнее время в той или иной мере заняты такие научные учреждения как НИИТоп и УкрНИИТоп Министерства торговли СССР, НИИ труда, экономические институты Госплана СССР и госпланов союзных республик, НИИ ЦСУ СССР, ЦЭМИ и Сибирское отделение Академии наук СССР, отдельные вычислительные центры, многие экономические вузы и вновь созданный Всесоюзный научно-исследовательский институт по изучению спроса населения и конъюнктуры торговли (ВНИИКС).

Совершенствование методологии определения потребности населения в товарах народного потребления и структуры товарооборота и спроса при разработке годовых и пятилетних планов в настоящее время идет в основном по двум направлениям. Представители одного из них в качестве основной исходной базы для расчетов в первую очередь используют материалы бюджетной статистики и данные генерального распределения работающих по заработной плате; представители другого направления опираются на данные торговой статистики.

Работы в первом направлении проведены НИИТопом и УкрНИИтопом Министерства торговли СССР. Эти институты опубликовали проекты рекомендаций и методических указаний. НИИТоп считает, что его рекомендации определения структуры платежеспособного спроса населения на товары народного потребления могут быть использованы союзными республиками при прогнозировании структуры спроса на плановый период в 3—5 лет. УкрНИИТоп разработал методические указания по определению покупательного спроса населения на отдельные товары, которые рекомендует использовать министерствам торговли союзных республик, областным (краевым) управлениям торговли при разработке текущих планов товаро-

оборота, обосновании заказов на товары промышленности, а также при составлении пятилетних планов товарооборота. Как видно, рекомендации Украинского института являются многообещающими.

Методика определения плановой структуры товарооборота (платежеспособного спроса населения), построенная в основном на использовании данных торговой статистики, разработана в Госплане СССР совместно с ГВЦ Госплана СССР[1]. Расчеты по этой методике могут быть произведены прежде всего при составлении годовых планов как по стране в целом, так и по союзным республикам, краям, областям, районам, крупным городам.

Кроме перечисленных методических разработок, опубликована также методика расчета платежеспособного спроса населения на товары народного потребления лабораторией экономико-математических исследований Сибирского отделения АН СССР совместно с Новосибирским институтом советской кооперативной торговли Центросоюза, в которой предлагается комплексное решение вопросов организации учета и прогноза спроса на основе использования материала торговой и бюджетной статистики. Эта методика рассчитана для использования в областях, краях и республиках.

Кроме приведенного перечня методических пособий, опубликованных в 1965—1966 гг., в 1967 г. после внесения некоторых уточнений в методику Госплана СССР подготовлены проекты методических указаний по определению структуры платежеспособного спроса НИЭМП при Госплане БССР и Вычислительным центром при Госплане УССР.

Методические указания УкрНИИТопа, на создание которых институт затратил более пяти лет, одобрения и практического применения не получили ни в одной из республик и областей.

Также не получила практического применения методика Сибирского отделения АН СССР и Новосибирского института кооперативной торговли.

Предлагаемые УкрНИИТопом и НИИТопом методы построены в основном на использовании материалов бюджетных обследований. Следует заметить, что данные бюджетной статистики не всегда являются достаточно

[1] См. ст. В. В. Шврыкова «Математико-статистические модели прогноза спроса и потребления семей в СССР» в настоящем сборнике.

представительными. К тому же в некоторых областях бюджетные обследования не проводятся, и применить методы, основанные на статистике бюджетов, в этих областях практически не представляется возможным.

Количество семейных бюджетов ЦСУ СССР предполагает увеличить на 10,5 тыс. только в 1969 г. Но плановые органы и научные учреждения практически получат возможность их использования только в середине 1970 г., когда уже будет утвержден новый пятилетний план на 1971—1975 гг. Встретятся затруднения в применении этих данных и в последующие годы, поскольку они не характеризуют закономерностей потребления и спроса в динамике. Вот почему задача повышения достоверности данных семейных бюджетов должна решаться комплексно, сочетая использование материалов сплошной отчетности с проведением единовременных обследований.

Необходимо также использовать материалы массового обследования рабочих и служащих по заработной плате и другим показателям доходов и расходов, проведенного ЦСУ СССР в сентябре 1967 г. Много ценных данных для тех же целей можно получить, организуя обследования семей рабочих, служащих и колхозников методом моментных наблюдений, а также привлекая для корректировки отдельные показатели торговой статистики.

Таким образом, несмотря на обоснованность самой идеи использования данных бюджетной статистики, ее осуществление наталкивается на серьезные препятствия.

Весьма затруднено и применение такого важного инструмента планирования, каким является дифференци рованный баланс доходов и потребления (расходов) населения.

Оценивая возможности практического использования новых методов планирования структуры макроспроса, в настоящих условиях следует отдать предпочтение тем из них, которые основаны на использовании данных торговой статистики.

Торговая статистика, и в частности отчеты о поступлении, продаже и остатках товаров (форма 3-торг), является весьма представительной и надежной исходной информацией. Учет продажи важнейших товаров по 70 группам осуществляется многие годы по всей территории страны, а также республикам, областям, районам, городам, торговым системам и организациям.

Отчетные материалы о товарообороте отражают фактическую структуру реализованного платежеспособного спроса населения. В них как бы аккумулируется влияние всех факторов, формирующих спрос. Использование массовых данных отчетов за большой период времени позволяет обеспечить нивелировку отдельных случайных и нетипичных явлений, вызванных конъюнктурными явлениями в производстве и в торговле.

Данные торговой статистики позволяют выявить сложившиеся закономерности продажи за длительный период в зависимости от изменения размеров производства, доходов, розничных цен, доли натурального потребления, колхозного рынка, роста населения и других факторов и построить на основе изучения этих закономерностей плановую структуру розничного товарооборота.

Преимущества использования методики определения структуры розничного товарооборота и платежеспособного спроса населения по данным торговой статистики состоят и в том, что все ее расчеты выполняются на ЭВМ. Это дает большой выигрыш во времени, позволяет провести многовариантные расчеты и организовать в этом направлении реальную помощь республикам и областям.

Для решения задачи прогнозирования спроса по отдельным товарам народного потребления в этой методике используются динамическая многофакторная модель, выраженная уравнениями множественной регрессии. С описанием модели можно познакомиться в статьях В. В. Швыркова, а также В. М. Бредова и А. И. Левина настоящего сборника.

Впервые идея об использовании данных о продаже товаров за большой отрезок времени в качестве исходной информации при построении математической модели для прогнозирования платежеспособного спроса на товары народного потребления была высказана доцентом кафедры статистики Института народного хозяйства им. Плеханова Л. С. Кучаевым, который пришел к этому выводу на основе обобщения отечественной и зарубежной теории и практики прогнозирования спроса[2]. Эта идея была поддержана в отделе товарооборота и в отделе по внедрению математических методов в планирование народного хозяйства Госплана СССР, которые в 1964 г. вместе с

[2] См. «Статистическое изучение спроса и потребления». М., изд-во «Наука», 1966.

ГВЦ Госплана СССР приступили к ее воплощению в жизнь. Была проделана большая подготовительная работа по сбору и обработке исходной информации за 1948 — 1966 гг., проведен графический анализ данных о продаже товаров, разработана методика расчета, составлена программа на ЭВМ, а затем осуществлялись многочисленные экспериментальные расчеты, после каждого из которых проводился тщательный анализ полученных результатов, устранялись выявленные недостатки и в методику вносились необходимые усовершенствования. Активное участие в этой работе принимали работники НИИ при Госплане Белорусской ССР, Вычислительного центра и отдела товарооборота Госплана Украинской ССР. И наконец, в последнее время расчеты структуры платежеспособного спроса с использованием данных торговой статистики стали осуществляться ВНИИКСом.

Естественно, что как и в каждом новом деле на пути внедрения указанного метода прогнозирования структуры розничного товарооборота и платежеспособного спроса встречается много трудностей и осложнений, но эти трудности постепенно преодолеваются и открываются возможности достаточно активного использования нового метода в практике планирования.

Наиболее убедительно за новый метод говорят конкретные результаты расчетов. Теперь представляется возможность сравнить полученный на ЭВМ прогноз предполагаемой продажи товаров с фактической их реализацией за 1966 г. и размерами ресурсов тех же товаров, которые (по плановым расчетам) выделялись для продажи в том же году (таблица).

В то же время по ряду товаров расчеты на ЭВМ показали, что потребность населения превышала ресурсы, предусмотренные для продажи населению в плане товарного обеспечения на 1966 г. И фактическая продажа за 1966 г. подтвердила этот прогноз.

При рассмотрении приведенных сопоставлений возникает вопрос, насколько правомерно использовать данные о ресурсах плана продажи товаров, если план по продаже товаров не утверждается. Но при составлении народнохозяйственного плана проводятся тщательные расчеты товарного обеспечения розничного товарооборота государственной и кооперативной торговли. В этот расчет включаются рыночные фонды по широкой номенклатуре

Таблица

	Ресурсы для продажи по плану, млн. руб.	Потребность по расчетам на ЭВМ, млн. руб.	Фактическая продажа, млн. руб.	Отклонения, %	
				фактической продажи от плана	рассчитанной на ЭВМ от фактической продажи
Масло					
животное	2950	2460	2367	+24,6	+3,9
растительное	960	850	805	+19,2	+5,6
Сахар	5550	4920	4855	+14,3	+1,3
Кондитерские изделия	4900	4310	4475	+9,5	—3,7
Фрукты, ягоды и бахчевые	1370	1580	1525	—10,2	+3,5
Мясо и птица	7900	8670	8906	—11,3	—2,6
Шерстяные ткани . . .	1250	1400	1343	—6,9	+4,2
Швейные изделия . . .	8150	9520	340	—12,7	+1,9
Кожаная обувь	4250	4740	4746	—10,5	—0,2

товаров и товарных групп, достигающей около 110 наименований.

Для перехода от рыночных фондов к объему намечаемой продажи по каждому отдельно взятому товару (структуре товарооборота) производятся необходимые дополнительные расчеты. Они состоят из стоимостной оценки рыночных фондов и исключении из них сумм, предназначенных на прирост запасов, восполнение потерь от естественной убыли, резерв на уценку товаров и снижение цен. Кроме того, производится выверка рыночных фондов и продажи по сопоставимому кругу показателей, принимая во внимание то, что, например, в рыночных фондах отдельных товаров учитываются только поступления из государственных ресурсов, а в продажу тех же товаров включаются все ресурсы независимо от источников их образования. Вся эта работа в Госплане СССР проводится в течение ряда лет, и в результате ее определяются ресурсы товаров и плановая структура товарооборота.

В то же время имеются попытки приведенные в таблице сопоставления расценивать только как иллюстрацию недостатков планирования. Это неверно. Ресурсы многих

товаров в основном определяются возможностями производства. Очевидно, что торговые организации могли бы добиться более активной реализации продовольственных товаров за счет улучшения организации торговли и расширения ассортимента. Но эти возможности не были полностью использованы. Одновременно ресурсы по некоторым непродовольственным товарам в течение 1966 г. уже после утверждения плана увеличивались за счет мобилизации резервов производства, увеличения импорта и ускорения их оборачиваемости.

Сопоставления приводятся для того, чтобы показать, что результаты прогноза спроса, полученного на ЭВМ, по большинству товаров и товарных групп можно использовать при составлении планов наряду с традиционными методами планирования. Ценность такого прогноза состоит в том, что он дает представление о структуре товарооборота в совокупности всех товаров и отражает направление расходов населения на приобретение товаров, ограниченных текущими доходами населения.

Данные структуры спроса и розничного товарооборота на 1969—1970 гг. и на 1975 г., полученные позднее по усовершенствованному варианту методики на ЭВМ, по большинству товаров и товарных групп могут быть с успехом использованы в качестве ориентира при составлении народнохозяйственного плана.

Некоторые экономисты, игнорируя положительные результаты этих расчетов, возражают против их практического использования. Их основной довод сводится к утверждению, что структура розничного товарооборота за прошлые годы якобы формировалась в условиях товарного дефицита и поэтому на будущее переносится «сложившийся в прошлом разрыв между спросом и предложением» [3].

Несостоятельность этого довода заключается в том, что отдельные случаи неудовлетворительного спроса, возникающие под влиянием конъюнктурных условий, ошибочно рассматриваются как органические условия формирования спроса в обстановке непрерывного роста народного благосостояния за весь 20-летний послевоенный период.

Следует отметить, что прогнозирование платежеспособного спроса населения на ЭВМ ограничивается в насто-

[3] «Хозяйственная реформа и проблема реализации». М., изд-во «Экономика», 1968, стр. 94—100; «Прогнозы и жизнь».—«Советская торговля», 16 февраля 1967 г.

ящее время семидесятью укрупненными группами товаров, в то время как неудовлетворенный спрос относится преимущественно к конкретным ассортиментным позициям внутри этих групп и прогноз его требует специальных исследований.

К числу недостатков методики отнесено и то обстоятельство, что в расчетах доход населения заменяется общим объемом товарооборота. Следует сказать, что методика предполагает использование как коэффициентов эластичности от дохода, так и коэффициентов эластичности от общего товарооборота. Более широкое применение последних вызвано тем, что ценные индексы доходов и общего товарооборота в динамике имеют тесную корреляционную связь. Расчет общего товарооборота от доходов населения и замена доходов общим товарооборотом является вполне оправданной. Кроме того, при определении плановой структуры розничного товарооборота по союзным республикам и тем более по областям крайне сложно собрать информацию о доходах населения за прошедшие 15—20 лет.

В целях доказательства наличия недостатков в методике применительно к республикам и областям выдвигается довод относительно того, что она не учитывает межтерриториальную миграцию денег населения. На это следует заметить, что, во-первых, миграция в определенной мере учитывается уже тогда, когда вместо дохода в расчетах используется общий товарооборот и, во-вторых, специально вводить в модель фактор миграции нет необходимости, поскольку изучение этого явления за ряд лет свидетельствует о наличии довольно устойчивой тенденции ввоза и вывоза денег по большинству союзных республик и областей.

Критики пытаются доказать, что в методике не учтены многие факторы, в том числе и такой фактор, как натуральное потребление. Это не соответствует действительности. Основной принцип построения данной методики — полный учет всех факторов. В дезагрегированном виде выступают наиболее существенные факторы. Чтобы в этом убедиться, достаточно обратиться непосредственно к тексту и математическому инструментарию методических указаний расчета структуры розничного товарооборота.

Дефектом экономико-математической модели отдела ЭММ Госплана СССР и ГВЦ Госплана СССР считается то,

что она не учитывает изменений, происходящих в группировке семей по доходу. В действительности в расчетах материалы бюджетной статистики используются для дополнительной информации об изменении доли низкооплачиваемых групп населения, для определения степени насыщенности спроса отдельными товарами, а также для расчетов средних цен покупок и продажи товаров в натуральном выражении и других расчетов.

Быстрейшее и широкое внедрение в практику планирования розничного товарооборота экономико-математических методов прогноза спроса позволит выполнять вариантные расчеты и повысить обоснованность планов.

■

В. В. ШВЫРКОВ

МАТЕМАТИКО-СТАТИСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПРОГНОЗА СПРОСА И ПОТРЕБЛЕНИЯ СЕМЕЙ В СССР

Прогнозирование потребительского спроса и потребления семей приобретает особо важное значение в период развернутого строительства коммунизма.

1. *Математико-статистическая модель прогнозирования потребительского спроса населения*[1].

Ниже рассматриваются математико-статистические модели прогнозирования потребительского спроса, по которым в ГВЦ Госплана СССР были произведены расчеты продажи товаров в государственной и кооперативной торговле на 1966—1970 гг. для союзных республик и по стране в целом. Расчеты производились по 70 товарным группам. Полученные результаты позволили успешно осуществить многовариантные расчеты потребительского спроса населения в зависимости от доходов, цен, предполагаемого развития экономики страны и других факторов.

Одну из моделей прогноза потребительского спроса рассмотрим на примере данных о продаже обуви населению СССР. Модель составляется в несколько этапов. В качестве

[1] Автор глубоко признателен Л. С. Кучаеву за его непосредственное участие в разработке методологических вопросов построения данной модели.

исходной информации служат следующие данные за 17 лет:

y — данные о продаже обуви на душу населения в текущих ценах;

x_1 — общий товарооборот в текущих ценах (в расчете на душу населения);

x_2 — индекс цен на обувь;

x_3 — общий индекс цен.

Для измерения влияния на продажу товара (в постоянных ценах) общего товарооборота (в постоянных ценах) и реального индекса цен рассчитываются показатели:

а) данные о продаже обуви в постоянных ценах ($y/x_2=u$);

б) общий товарооборот в постоянных ценах ($x_1/x_3=v_1$);

в) реальный (компаративный) индекс цены ($x_2/x_3=v_2$).

Динамическую модель потребительского спроса следует строить по цепным индексам, чтобы полнее учесть специфику изменения продажи товара во времени. Прологарифмируем исходные данные (u, v_1, v_2) и определим первые разности:

$$\lg u_i - \lg u_{i-1} = z_i ,$$

$$\lg v_{1(i)} - \lg v_{1(i-1)} = l_{1(i)} ,$$

$$\lg v_{2(i)} - \lg v_{2(i-1)} = l_{2(i)} .$$

Значения цепных индексов (z_i) в динамике изменяются как под влиянием учтенных факторов (l_1, l_2), так и под влиянием прочих факторов (экономическая политика в стране, влияние производства, мода и т. д.). Естественно предположить, что группа прочих факторов оказывает решающее влияние на образование общей тенденции цепных индексов продаж [$z(t)$]. В образовании тренда $z(t)$ участвуют также товарооборот и реальный индекс цены в виде общей тенденции развития $l_1(t)$, $l_2(t)$.

Экономический анализ цепных индексов [z_i, $l_{1(i)}$, $l_{2(i)}$] показал, что за рассматриваемый период они имеют две разные линейные тенденции развития. По этой причине общие тенденции цепных индексов рассчитывались по уравнению прямой для двух периодов. Приведем эти

уравнения для обуви с рассчитанными параметрами по способу наименьших квадратов. Расчет производился по двум периодам (I — 1949—1955 гг. и II — 1956—1964 гг.):

$$z(t)_{\mathrm{I}} = 0{,}14463 - 0{,}01838t,$$

$$z(t)_{\mathrm{II}} = 0{,}04748 - 0{,}00271t,$$

$$l_1(t)_{\mathrm{I}} = 0{,}09758 - 0{,}00948t,$$

$$l_1(t)_{\mathrm{II}} = 0{,}03229 - 0{,}00142t,$$

$$l_2(t)_{\mathrm{I}} = 0{,}03867 - 0{,}00684t,$$

$$l_2(t)_{\mathrm{II}} = 0{,}00011 - 0{,}00006t.$$

В связи с этим анализируемый период расчленим на два отрезка времени, а в пределах каждого периода временно́й тренд выравнивается по уравнению прямой. Определение временно́го тренда при этом сводится к методу перебора вариантов расчленения исследуемого периода (рис. 1, 2, 3). Для каждого варианта расчленения вычисляются по периодам (I, II) временны́е тренды [$z(t)_{\mathrm{I}}$, $z(t)_{\mathrm{II}}$, $l_1(t)_{\mathrm{I}}$, $l_1(t)_{\mathrm{II}}$, $l_2(t)_{\mathrm{I}}$, $l_2(t)_{\mathrm{II}}$] и отклонения цепных индексов от вычисленных временны́х трендов:

$$z_i - z(t_i) = m_i,$$

$$l_{1(i)} - l_1(t_i) = s_{1(i)},$$

$$l_{2(i)} - l_2(t_i) = s_{2(i)}.$$

Уравнение множественной регрессии составляется по отклонениям[2]:

$$m = a_1 s_1 + a_2 s_2. \qquad (1)$$

Если влияние агрегированных динамических факторов исключено достаточно полно, то мы получим высокие частные коэффициенты корреляции продажи (m) с общим товарооборотом (s_1) и с реальной ценой (s_2), а остаточная регрессия

$$m - m(s_1, s_2) = \varepsilon \qquad (2)$$

должна иметь наименьший коэффициент автокорреляции[3].

[2] Этот метод определения влияния общего товарооборота и цены на потребительский спрос впервые был исследован в нашей стране Л. С. Кучаевым («Статистическое изучение спроса и потребления». М., изд-во «Наука», 1966).

[3] Следует заметить, что метод исключения временно́го тренда из цепных индексов позволяет достаточно полно элиминировать авторегрессию в динамических рядах (Г. Тинтнер. Введение в эконометрию. М., 1965, стр. 292, O. Anderson. Die Korrelationsrechnung in der Konjunkturforschung. Frankfurt, 1929).

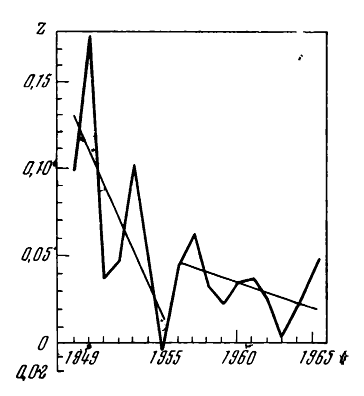


Рис. 1

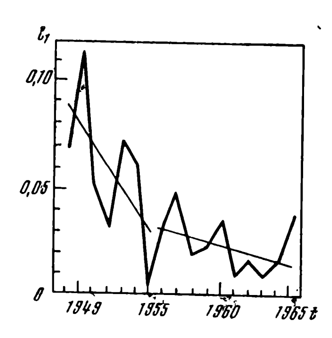


Рис. 2

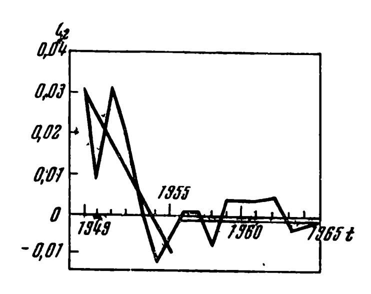


Рис. 3

Известно также, что с общим расходом частные коэффициенты корреляции, как правило, имеют положительную связь, а с ценами — отрицательную.

С учетом всех этих соображений в результате последовательного отбора методом группировок находится тот вариант расчленения периода, который удовлетворяет следующим предпосылкам:

корреляционная связь продажи с общим товарооборотом — положительная, а с реальной ценой — отрицательная (для большинства товаров); коэффициент автокорреляции остаточной регрессии (ε) наименьший; множественный коэффициент корреляции наибольший; полный коэффициент корреляции между доходом и реальной ценой наименьший; отобранный вариант должен иметь наибольшие частные коэффициенты связи между продажей и общим товарооборотом, между продажей и реальной ценой. Разрыв между этими коэффициентами связи предполагается минимальным.

Если в результате перебора вариантов было отобрано следующее уравнение спроса на обувь

$$m = 1{,}21s_1 - 0{,}76s_2,$$

то параметры этого уравнения следует считать чистыми

коэффициентами эластичности от общего товарооборота (a_1) и от реальной цены (a_2). Они показывают, что с увеличением общего товарооборота (в постоянных ценах) на 1% расходы на покупку обуви (в постоянных ценах) увеличиваются на 1,21%, а с увеличением реального индекса цены на 1% расходы на покупку обуви (в постоянных ценах) уменьшаются на 0,76%.

Чистые коэффициенты эластичности спроса от общего товарооборота (a_1) и от цены (a_2), рассчитанные по динамическим рядам торговой статистики (государственная и кооперативная торговля СССР) за период 1948—1965 гг., следующие:

Продовольственные товары	a_1	a_2	Продовольственные товары	a_1	a_2
Мясо, птица	1,32	—0,54	Чай	0,21	—0,36
Рыба	0,64	—0,68	Мука	0,81	—0,76
Сельдь	0,61	—0,72	Хлеб и хлебобулочные изделия	0,25	—0,84
Масло животное	1,53	—1,41	Крупа и бобовые	0,43	—0,11
Молоко и молочные продукты	0,95	—1,35	Макаронные изделия	0,43	—0,21
Сыр	1,18	—1,18	Картофель	0,32	—0,35
Консервы			Овощи	0,81	—0,53
мясные	5,16	—3,66	Водка	1,23	—1,93
рыбные	1,27	—1,47	Вино	1,50	—1,92
овощные и фруктовые	1,32	—1,26	Пиво	1,01	—2,30
Кондитерские изделия	1,02	—1,37			
			Итого продовольственных товаров	0,79	—0,54

Промышленные товары	a_1	a_2	Промышленные товары	a_1	a_2
Ткани					
хлопчатобумажные	1,45	—1,10	Головные уборы	1,14	—1,38
шерстяные	2,56	—2,22	Трикотажные изделия	2,20	—2,64
шелковые	1,71	—1,74	Чулки, носки	1,02	—0,59
льняные	1,51	—2,34	Обувь кожаная, текстильная	1,73	—1,62
Швейные товары	1,88	—1,75			
Меха	1,47	—2,00			

Промышленные товары		
резиновая	0,37	—0,37
валяная	1,34	—0,90
Мыло		
хозяйственное	0,78	—0,24
туалетное	0,72	—1,27
Парфюмерия	0,91	—0,61
Галантерея	1,57	—1,63
Табачные изделия	0,55	—0,52
Керосин	0,98	—0,66
Мебель	3,12	—2,37
Печатные изделия	1,67	—1,76
Велосипеды, мотоциклы	2,45	—1,44
Спорттовары	1,96	—1,61
Радиотовары	3,30	—2,83
Музыкальные товары	1,56	—1,34
Игрушки	1,59	—1,63
Стекло оконное	1,33	—1,29
Итого промышленных товаров	1,29	—0,63

Из приведенных данных видно, что чистые коэффициенты эластичности спроса от общего товарооборота принимают положительные, а чистые коэффициенты эластичности спроса от цены — отрицательные значения.

Следует заметить, что размер чистых коэффициентов эластичности спроса во многом зависит от того, насколько полно элиминировано влияние прочих факторов. Так как влияние прочих факторов характеризуется временны́м трендом, то вопрос их элиминирования сводится к правильному расчленению исследуемого периода на составные части, по которым рассчитывается общая тенденция развития.

В изложенном математико-статистическом методе исследования влияния общего товарооборота и цены на потребительский спрос эти факторы являются определяющими только в образовании отклонений динамического ряда продаж от временно́го тренда. А как включить в динамическую модель потребительского спроса временно́й тренд, который формируется под влиянием прочих факторов? На этот вопрос и нужно ответить в данном разделе.

Запишем уравнение множественной регрессии $m(s_1, s_2)$ в обозначениях z, l_1, l_2:

$$z - z(t) = a_1 [l_1 - l_1(t)] + a_2 [l_2 - l_2(t)]. \qquad (3)$$

Раскроем скобки в равенстве (3) и перенесем $z(t)$ в правую часть:

$$z = z(t) - a_1 l_1(t) - a_2 l_2(t) + a_1 l_1 + a_2 l_2. \qquad (4)$$

В уравнении (4) прибавим и отнимем $\overline{z(t)}$, $a_1\overline{l_1(t)}$, $a_2\overline{l_2(t)}$:

$$z = \{z(t) + [z(t) - \overline{z(t)}]\} + \{-a_1l_1(t) + [a_1\overline{l_1(t)} - a_1\overline{l_1(t)}]\} + $$
$$+ \{-a_2l_2(t) + [a_2\overline{l_2(t)} - a_2\overline{l_2(t)}]\} + a_1l_1 + a_2l_2. \qquad (5)$$

Уравнение (5) запишем в следующих обозначениях:

$$z = \hat{z} + \check{z}. \qquad (6)$$

Поясним данное уравнение. Первый член правой части уравнения (6) запишем в виде функции:

$$a_0 + a_1l_1 + a_2l_2,$$

где

$$a_0 = \bar{z}(t) - a_1\overline{l_1(t)} - a_2\overline{l_2(t)}. \qquad (7)$$

Так как $\overline{z(t)} = \bar{z}$, $\overline{l_1(t)} = \bar{l}_1$, $\overline{l_2(t)} = \bar{l}_2$, то равенство (7) запишем:

$$a_0 = \bar{z} - a_1\bar{l}_1 - a_2\bar{l}_2$$

или

$$a_0 = \bar{z} - \bar{z}(a_1, a_2), \qquad (8)$$

где

$$\bar{z}(a_1, a_2) = a_1\bar{l}_1 + a_2\bar{l}_2.$$

Совершенно очевидно, что параметр a_0 характеризует изменение цепных индексов продаж под влиянием прочих факторов в среднем.

Второй член правой части уравнения (6) запишем в виде функции:

$$\hat{z} = [z(t) - \overline{\bar{z}(t)}] + [-a_1l_1(t) + a_1\overline{l_1(t)}] + [-a_2l_2(t) + a_2\overline{l_2(t)}] \qquad (9)$$

Функция (9) может быть записана иначе:

$$\check{z} = z - \hat{z}$$

или

$$\check{z} = z - z(a_0, a_1, a_2), \qquad (10)$$

где

$$z(a_0, a_1, a_2) = a_0 + a_1l_1 + a_2l_2.$$

Нетрудно догадаться, что значения $\check{z}$ показывают изменения цепных индексов продаж по годам под влиянием прочих факторов в отклонениях от средней величины (a_0). Если эти значения изменяются во времени линейно, то они равны нулю в середине исследуемого периода ($\bar{t}$). Скорость изменения функции (9) рассчитаем методом разности между двумя значениями $\check{z}$, относящимися к соседним годам:

$$\check{z}_t - \check{z}_{t-1} = a_3. \tag{10a}$$

Следует заметить, что параметр $a_3 = \check{z}$ (9), если $t = \bar{t} + 1$. В этом случае параметр a_3 вычисляется по формуле (9). В свою очередь функцию (9) можно записать:

$$\check{z} = a_3 (t - \bar{t}).$$

Параметр a_3 рассчитывается для каждого из двух периодов. Так, в нашем примере для первого периода $a^{I}_3 = -0{,}01205$, $a^{II}_3 = -0{,}00144$. Отрицательный знак параметра a_3 говорит о том, что под влиянием прочих факторов рост расходов на покупку обуви сдерживается. Эта тенденция в динамике ослабевает, очевидно, под влиянием роста насыщенности рынка товарами. Для таких товаров, как картофель, валяная обувь, параметр a_3 в динамике увеличивается как результат влияния перемещения спроса с одних товаров на другие. Ниже приведены параметры a_3, рассчитанные по данным о продаже товаров в государственной и кооперативной торговле СССР за два периода — 1949—1955 и 1956—1965 гг. (табл. 1).

В результате приведенных преобразований многофакторная динамическая модель потребительского спроса (5) примет вид:

$$z(a_0, a_1, a_2, a_3) = a_0 + a_1 l_1 + a_2 l_2 + a_3 (t - \bar{t}). \tag{11}$$

В модели (11) влияния учтенных факторов выражено параметрами a_1 и a_2, а влияние прочих факторов параметрами a_0 и a_3. Расчет интерполяционных значений цепных индексов продаж может быть произведен как по функции (4), так и по уравнению (11). Результаты расчетов одинаковые.

Соответствие между теоретическими и фактическими значениями цепных индексов продаж обуви рассчитывается коэффициентом детерминации. Этот показатель, вы-

Таблица 1. **Значения параметров a_3**
исходная информация в натуральных логарифмах)

Товар и товарные группы	1949—1955 гг.	1956—1965 гг.
Мясо и птица	—0,081	—0,040
Масло животное	—0,048	—0,019
Молоко и молочные продукты	—0,099	—0,058
Яйца	—0,066	—0,050
Кондитерские изделия	—0,053	—0,033
Хлеб и хлебобулочные изделия	—0,053	—0,013
Овощи	—0,064	—0,031
Картофель	—0,019	—0,029
Фрукты	—0,085	—0,043
Водка	—0,048	—0,044
Шерстяные ткани, платки	—0,033	—0,030
Швейные товары	—0,088	—0,044
Трикотажные изделия	—0,124	—0,046
Мебель	—0,135	—0,098
Часы	—0,125	—0,015
Велосипеды, мотоциклы	—0,117	—0,055
Валяная обувь	—0,024	—0,030
Стекло, фарфоро фаянсовая посуда	—0,038	—0,042

численный для обуви по всему периоду (1949—1965 гг.), оказался достаточно высоким:

$$d_z = \frac{\sigma_z^2(a_0, a_1, a_2, a_3)}{\sigma_z^2} = 0,90.$$

Коэффициент вариации[4], характеризующий колеблемость цепных индексов продажи обуви около временно́го тренда $[z(t)]$, равен для первого периода — 77,20%, а для второго — 55,75%. Эти цифры свидетельствуют о том, что во времени происходит уменьшение колеблемости цепных индексов продажи обуви.

[4] Коэффициент вариации рассчитан по формуле:

$$v_z = \sqrt{\sum \left[\frac{z - z(t)}{z(t)} \cdot 100\right]^2},$$

где n — число лет.

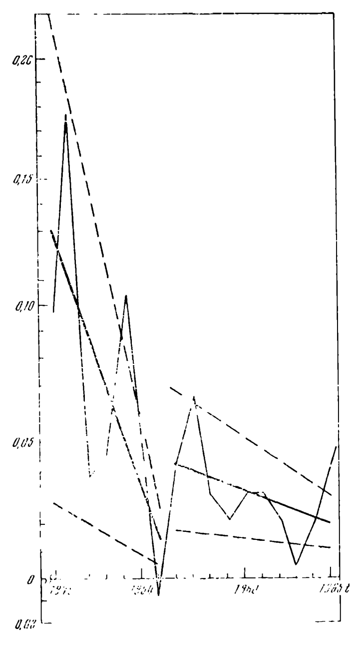


Рис. 4.

Верхняя и нижняя границы колеблемости цепных индексов продажи обуви рассчитываются умножением $z(t)$ на коэффициент вариации. Верхняя граница колеблемости в первом периоде равна 1,772. Она рассчитана по формуле:

$$\frac{100 + 77{,}2}{100}.$$

Нижняя граница колеблемости этого же периода равна 0,228. Расчет произведен по формуле:

$$\frac{100 - 77{,}2}{100}.$$

Аналогично вычисляются верхняя и нижняя границы колеблемости для второго периода (рис. 4).

Переход от цепных индексов к абсолютным величинам производится по формулам:

$$\lg u_i = \lg u_{i-1} + z(t_i) - a_1 l_1(t_i) - a_2 l_2(t_i) + a_1 l_{1(i)} + a_2 l_{2(i)} \qquad (12)$$

или

$$\lg u_i = \lg u_{i-1} + a_0 + a_1 l_{1(i)} + a_2 l_{2(i)} + a_3 (t - \bar{t}). \qquad (12а)$$

Перейдем к определению расчетных значений продажи обуви на душу населения и в целом для всего населения. Вначале расчет производится по равенству (12 или 12а), далее находятся антилогарифмы чисел и определяются теоретические значения продажи обуви на душу населения в постоянных ценах. Затем выполняется пересчет в текущие цены и, наконец, рассчитывается продажа обуви для всего населения.

Степень соответствия между фактическими значениями продажи обуви (y_1) и теоретическими (y_2) рассчитаем

коэффициентом детерминации:

$$d_y = \frac{\sigma^2_{y_2}}{\sigma^2_{y_1}} = 0{,}9925.$$

Если коэффициент колеблемости[5] фактических данных о продаже обуви около теоретических значений равен для первого периода — 4,096%, а для второго периода — 2,014%, то для второго периода верхняя граница колеблемости рассчитывается по формуле:

$$\frac{100 + 2{,}014}{100} \text{ или } 1{,}02\, y_2.$$

Нижняя граница колеблемости вычисляется по формуле:

$$\frac{100 - 2{,}014}{100} \text{ или } 0{,}98\, y_2.$$

Расчет потребительского спроса на плановый период производится по формуле (12)[6]. Для расчетов по этой формуле необходимо знать функции $z(t)$, $l_1(t)$ и $l_2(t)$ для планового периода. Так как значения l_1 и l_2 на плановый период заданы, то нетрудно вычислить функции $l_1(t)$ и $l_2(t)$. Значения $z(t)$ на плановый период рассчитаем по теоретическим значениям цепных индексов продаж, вычисленных по формуле:

$$z = b_0 + b_1 l_1 + b_2 l_2,$$

$$z = \beta_0 + \beta_1 k_1 + \beta_2 k_2. \qquad (13)$$

Последнее уравнение рассчитывается в том случае, если в плановом периоде влияние дополнительных факторов k_1 и k_2 на образование общей тенденции развития цепных индексов продаж $[z(t)]$ будет более сильным, чем влияние факторов l_1 и l_2.

Расчет параметров вышеприведенных функций следует производить за годы отчетного периода, например, за

[5] Коэффициент колеблемости рассчитывается по формуле:

$$v_y = \sqrt{\frac{\sum \left[\frac{y_1 - y_2}{y_2} \cdot 100\right]^2}{n}},$$

где n — число лет.

[6] Следует заметить, что по этой формуле расчет на плановый период начинается с определения теоретического значения $\lg u_{i-1}$, вычисленного интерполяционным методом для последнего года текущего периода по формуле:

$$\lg u = \alpha_0 + \alpha_1 \lg v_1 + \alpha_2 \lg v_2. \qquad (14)$$

1960—1965 гг., в течение которых сложилась тенденция, характерная для планового периода. В целях исключения нетипичных лет выравнивание ценных индексов продаж по вышеприведенному уравнению целесообразно выполнять в пределах верхней и нижней границ колеблемости.

Следует заметить, что линейные тренды $z(t)$, $l_1(t)$, $l_2(t)$ вычисляются за период, который состоит из двух последних лет текущего периода (в пределах границ колеблемости) и последующих плановых лет. Это необходимо для преемственности между текущим и плановым периодами, а также еще и потому, что значения l_1 и l_2 обычно задаются числами, одинаковыми для всех плановых лет.

В результате становится возможным расчет потребительского спроса населения на плановый период по уравнению (12). Для оценки точности расчетов вычисляются верхняя и нижняя границы колеблемости продаж товаров населению [7].

В результате выполненных расчетов теоретическая величина общей суммы от продажи товаров не равна общему товарообороту, заданному на плановый период. Это объясняется как условностью вычисленного значения $\lg u_{i-1}$ для последнего года отчетного периода, так и изменением параметров a_1, a_2, b_0, b_1, b_2 (или β_0, β_1, β_2) в плановом периоде.

Соответствие между заданной и расчетной общей суммами товарооборота может быть достигнуто корректировкой полученных значений продаж по каждому товару с учетом их объема, интенсивности изменения, а также границ колеблемости.

Однако вычисленный объем и структура товарооборота могут и не соответствовать реализованному спросу населения. Фактический спрос будет другим, если по ассортименту некоторых товаров и товарных групп он не будет удовлетворен. Фактический объем и структуру товарооборота в плановом периоде можно рассчитать с учетом ограничений по ассортименту товаров. Под влиянием несоответствия ассортимента потребитель вынужден изме-

[7] Следует заметить, что точность полученных расчетов нельзя проверить оценками параметров уравнений, так как не все параметры уравнения (12) вычислены при соблюдении необходимых условий о независимости и случайности остаточной регрессии.

нять свою структуру спроса. В результате этого он заменяет покупку одних товаров другими. Это перераспределение спроса населения может быть рассчитано коэффициентами взаимозаменяемости покупок товаров.

Коэффициенты взаимозаменяемости предлагается рассчитывать путем коррелирования отклонений фактической продажи от расчетной по уравнению множественной регрессии:

$$d_1 = a_2 d_2 + a_3 d_{(3+\ldots+n)}, \qquad (15)$$

где

$d_1 = m_1 - m(s_1, \ s_2)_1$ — отклонение расчетных значений недефицитного товара 1 от фактических данных;

$d_2 = m_2 - m(s_1, \ s_2)_2$ — отклонение расчетных значений дефицитного товара 2 от фактических данных;

$d_{3+\ldots+n} = m_{3+\ldots+n} - m(s_1, s_2)_{3+\ldots+n}$ — отклонение общей суммы расчетных значений продажи всех товаров за исключением товаров 1 и 2 от фактических данных этой же совокупности товаров; a_2 — коэффициент эластичности взаимозаменяемости покупки товара 2 товаром 1.

Коэффициенты взаимозаменяемости рассчитываются по всем товарам в зависимости от товара с ограниченным предложением. Матрица этих коэффициентов, увеличенная или уменьшенная в одинаковое число раз (с учетом изменения фондов дефицитных товаров), применяется для получения соответствия между расчетным и фактическим общим товарооборотом.

Расчет потребительского спроса населения с применением математико-статистических методов и сопоставление полученных результатов с проектом плана, составленным балансовым методом, позволяет обнаружить возможные просчеты в планировании спроса на отдельные товары[8].

Еще в 1921 г. В. И. Ленин писал: «...надо, чтобы экономисты, литераторы, статистики не болтали о плане вообще, а детально изучали выполнение наших планов, наши ошибки в этом практическом деле, способы исправления этих ошибок. Без такого изучения мы слепы»[9].

[8] См. ст. Г. Н. Коровкина в настоящем сборнике.

[9] В. И. Ленин. Полное собрание сочинений, т. 42, стр. 344.

Мы не всегда выполняем эти ленинские заветы. Так, например, по некоторым товарам систематически завышается план товарооборота, а по другим товарам — занижается. В период составления плана недостаточно учитываются реальные возможности предстоящего увеличения товарных ресурсов.

Фактическая продажа населению СССР сахара, кондитерских изделий, масла животного, масла растительного и маргариновой продукции за 1966 г. была на 14,1% (более 2,0 млрд. руб.) меньше той суммы продажи, которая была утверждена на этот год планом поставки. С другой стороны, фактическая продажа мясных продуктов, яиц, овощей, швейных изделий и кожаной обуви оказалась на 12,6% (2,7 млн. руб.) больше соответствующей суммы по утвержденным рыночным фондам.

Если бы рыночные фонды первых пяти товаров были определены правильно, то, очевидно, что по другим товарам можно было бы увеличить реализуемые ресурсы.

Объективная оценка платежеспособного спроса населения по расчетам на ЭВМ дает возможность с бо́льшим экономическим обоснованием определить потребность населения в товарах на плановый период и соответственно этому предъявить заказ промышленности.

2. *Экономико-математический анализ динамической многофакторной модели потребительского спроса.* **При** построении динамической многофакторной модели потребительского спроса следует руководствоваться рядом соображений. Рассмотрим основные из них.

а. Исходная информация. Построение динамической многофакторной модели спроса должно производиться по однородным статистическим данным торговой статистики. Однородность этих данных должна соблюдаться по составу товарных групп, между товарными группами и индексами, необходима также сопоставимость динамических рядов по территориальному признаку.

Некоторые группы товаров в последние годы разукрупнены. Для сопоставимости эти группы товаров надо разукрупнить и за прошлые годы. Этот расчет рекомендуется производить на основе данных о рыночных фондах.

Для сопоставления данных о продаже с индексами государственных розничных цен следует розничный товарооборот государственной и кооперативной торговли очистить

от оборота потребительской кооперации, торгующей сельскохозяйственной продукцией по ценам местных рынков.

Индексы розничных цен государственной и кооперативной торговли надо брать по той же учетной номенклатуре, что и товарная структура розничного товарооборота.

Для некоторых товаров и товарных групп необходимо соблюдать однородность и в отношении формирования исходных данных (продажа в государственной и кооперативной торговле). Известно, что закономерности спроса в городе и на селе разные. По этой причине параметры математико-статистической модели прогнозирования потребительского спроса, вычисленные по объединенным данным государственной и кооперативной торговли, могут быть экономически бессмысленными. Так, по динамическим данным (с 1953—1964 г.) о продаже блюд в системе общественного питания СССР (в государственной и кооперативной торговле) была рассчитана зависимость цепных индексов продаж от общего товарооборота (l_1), реальной цены (l_2), численности рабочих, служащих, учащихся техникумов и вузов (l_3):

$$z = 0{,}014 + 0{,}359 l_1 + 0{,}347 l_2 + 0{,}543 l_3. \qquad (16)$$

Чистый коэффициент эластичности продажи блюд в зависимости от цены (0,347) оказался положительным. Это противоречит здравому смыслу.

Аналогичный расчет, произведенный по данным о продаже блюд только в государственной торговле за тот же период, дал следующие результаты:

$$z = 0{,}012 + 0{,}674 l_1 - 0{,}046 l_2 + 0{,}180 l_3. \qquad (17)$$

Чистый коэффициент эластичности продажи блюд от цены (−0,046) — отрицательный.

В качестве исходной информации для построения динамической многофакторной модели прогнозирования потребительского спроса могут быть использованы как данные о продаже товаров для всего населения, так и в расчете на душу населения[10]. Исследования показали, что это изменение в исходной информации не оказывает существенного

[10] При этом следует иметь в виду, что динамические ряды продажи товаров должны быть сопоставимы по территориальному признаку.

влияния на размер параметров (a_1, a_2) динамической модели прогноза спроса.

Это объясняется тем, что увеличение численности населения в динамике происходит равномерно и достаточно полно исключается временным трендом. В табл. 2 приведены чистые коэффициенты эластичности спроса от общего товарооборота и реальной цены, расчитанные по данным на душу и на все население. Для анализа связи вычислены частные коэффициенты корреляции продажи от общего товарооборота и реальной цены.

б. Следует признать принципиально правильным решение составлять динамические многофакторные модели прогноза потребительского спроса, коррелируя отклонения эмпирических данных от теоретических значений уровня временно́го ряда. Однако часто в экономических исследованиях при построении моделей прогноза спроса коррелируются уровни динамических рядов. Применение этого метода приводит к тому, что динамическая модель спроса становится неуправляемой в отношении доходов и цен: параметры модели, характеризующие реакцию потребителя на изменения дохода и цены, теряют экономический смысл. Расчеты по данной модели приводят к тому, что сложившиеся неблагоприятные соотношения между спросом и предложением механически переносятся на будущий период [11]. Для пояснения этой мысли приведем параметры математико-статистических моделей спроса (a_1, a_2 и a_3), рассчитанные методами корреляции уровней динамических рядов и отклонений от временно́го тренда. Расчет производится по данным о продаже на душу населения в государственной и кооперативной торговле СССР за период 1948—1964 гг. (табл. 3).

Сопоставление параметров a_1 и a_2, вычисленных разными методами, позволяет сделать следующие выводы:

а) $a_1(II^*) > a_1(I)$ по тем товарам, продажа которых резко возрастала во времени с ростом производства (мебель, велосипеды, мотоциклы, спорттовары, радиотовары);

[11] Некоторые практические работники не замечают отличительной особенности данной модели. Так, например, В. С. Тюков (ст. «Прогнозы и жизнь». «Советская торговля», 16 февраля 1967 г.) отождествляет расчеты методом коррелирования уровней (ст. В. Бредов и А. Левин. Изучение спроса — на научную основу, «Советская торговля», 3 января 1967 г.) с расчетами потребительского спроса методом коррелирования отклонений от уровней динамических рядов (ст. «Научный прогноз и план». «Советская торговля», 26 октября 1967 г.).

Таблица 2. Чистые коэффициенты эластичности спроса и полные коэффициенты корреляции *

Товарные группы	a_1	a_2	r_{ms_1}	r_{ms_2}
Наценка общественного питания	1,400 1,400	—0,643 —0,643	0,757 0,755	—0,297 —0,300
Рыбные, мясные и молочные продукты (включая сыр, яйца)	1,353 1,348	—0,789 —0,791	0,787 0,785	—0,415 —0,413
Консервы овощные, овощи, фрукты, ягоды	0,939 0,947	—0,402 —0,401	0,655 0,659	—0,635 —0,637
Сахар, кондитерские изделия, чай	1,466 1,470	—1,152 —1,156	0,667 0,668	—0,074 —0,074
Мучные, хлебные продукты, крупы, картофель, соль	0,354 0,356	—0,387 —0,379	0,534 0,536	—0,394 —0,382
Вино-водочные изделия, пиво, безалкогольные напитки	1,233 1,231	—0,925 —0,924	0,537 0,540	—0,710 —0,711
Трикотажные изделия	1,710 1,155	—1,936 —1,930	0,819 0,820	—0,628 —0,625
Ткани, швейные товары, машины, меха, головные уборы, трикотаж, галантерея, нитки	1,139 1,139	—0,695 —0,695	0,985 0,985	—0,021 —0,020
Обувь, чулки, носки	0,860 0,857	—0,562 —0,574	0,936 0,937	—0,590 —0,598
Мыло, парфюмерия	0,754 0,751	—0,509 —0,510	0,858 0,857	—0,752 —0,750
Табачные изделия, спички, керосин	0,531 0,533	—0,551 —0,551	0,774 0,775	—0,224 —0,222
Электротовары, радиотовары, музыкальные товары, спорттовары, культтовары, часы, велосипеды, мотоциклы, игрушки	0,764 0,767	—1,897 —1,899	0,548 0,553	—0,806 —0,806

* Первая строка — для всего населения; вторая строка — на душу населения.

Примечание. Расчеты произведены по данным о продаже товаров в государственной и кооперативной торговле СССР за 1948—1964 гг. Коэффициенты эластичности спроса и коэффициенты корреляции продуктов питания рассчитаны от общей суммы расходов на продовольственные товары, а для промышленных товаров расчет произведен от общей суммы расходов на непродовольственные товары.

Таблица 3. **Параметры динамических многофакторных моделей прогнозирования спроса**

Товар	Метод расчета параметров модели прогнозирования спроса	a_1	a_2	a_3
Мясо, птица	I	1,37	—0,55	—
	II	1,52	3,25	—2,88
Колбасные изделия	I	1,21	—0,20	—
	II	1,14	4,87	—5,86
Масло животное	I	1,52	—1,40	—
	II	0,74	0,36	0,43
Сельдь	I	0,63	—0,73	—
	II	1,36	1,59	—2,21
Консервы рыбные	I	1,28	—1,46	—
	II	3,94	1,41	—6,21
» овощные и фруктовые	I	1,33	—1,25	—
	II *	2,05	1,82	—2,93
Кондитерские изделия	I	1,03	—1,36	—
	II	0,86	1,19	1,66
Чай	I	0,22	—0,38	—
	II	0,60	1,06	—1,55
Мука	I	0,84	—0,78	—
	II	0,55	0,50	—0,47
Крупа и бобовые	I	0,42	—0,15	—
	II	0,34	1,38	—1,28
Макаронные изделия	I	0,44	—0,35	—
	II	0,32	5,23	3,24
Картофель	I	0,34	—0,35	—
	II	0,29	2,87	—10,50
Овощи	I	0,82	—0,51	—
	II *	1,73	0,38	0,61
Ткани хлопчатобумажные	I	1,40	—1,12	—
	II	—0,66	1,10	—2,67
шерстяные	I	2,58	—2,21	—
	II *	—0,01	8,19	—9,83
шелковые	I	1,70	—1,75	—
	II *	1,66	5,24	—4,33
Головные уборы	I	1,18	—1,36	—
	II *	0,63	0,29	—0,39
Чулки, носки	I	1,12	—0,69	—
	II	1,60	1,09	—1,79
Обувь кожаная	I	1,10	—1,02	—
	II	1,28	2,11	—0,94
» резиновая	I	0,36	—0,38	—
	II	0,15	0,68	—1,43

Таблица 3 (окончание)

Товар	Расчет параметров модели прогнозирования спроса	a_1	a_2	a_3
Мыло хозяйственное	I	0,68	−0,34	—
	II *	0,65	1,31	−1,58
Парфюмерия	I	0,94	−0,71	—
	II	0,70	0,49	−0,22
Галантерея	I	1,08	−0,98	—
	II	1,08	0,04	0,99
Керосин	I	0,96	−0,76	—
	II *	0,22	0,07	−0,05
Мебель	I	3,01	−2,57	—
	II	12,71	3,91	3,53
Велосипеды и мотоциклы	I	2,40	−1,79	—
	II	7,28	3,52	−3,64
Спорттовары	I	1,98	−1,60	—
	II	3,56	1,57	−2,22
Радиотовары	I	3,34	−2,31	—
	II	16,84	3,98	4,15
Стекло оконное	I	1,38	−1,39	—
	II	0,66	1,14	−2,73

Примечание:

I — Расчет параметров модели прогнозирования потребительского спроса методом коррелирования отклонений от временнóго тренда производился по формуле:

$m = a_1 s_1 + a_2 s_2$,

где s_1 рассчитано по данным о душевом доходе.

II — Расчет параметров модели прогнозирования потребительского спроса методом коррелирования уровней динамических рядов производился по уравнению:

$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3$.

II * — Расчет параметров модели прогнозирования потребительского спроо методом коррелирования уровней динамических рядов производился по уравнению:

$\lg y = \lg a_0 + a_1 \lg x_1 + a_2 \lg x_2 + a_3 \lg x_3$,

где y — данные о продаже товаров на душу населения в текущих ценах (исходная информация пересчитана в относительные величины, за базу взят 1948 г.),

x_1 — доход на душу в текущих ценах (x_1 — пересчитан в относительные величины, за базу взят 1948 г.),

x_2 — индивидуальный индекс цены,

x_3 — общий индекс цен.

Расчеты по модели I выполнялись за весь период (1948—1964 гг.). Расчеты по моделям II и II * производились как за весь период, так и по отобранным годам.

б) $a_1(II) < a_1(I)$ по тем товарам, продажа которых увеличивалась в динамике медленно (крупа и бобовые, макаронные изделия, картофель, головные уборы);

в) исследования показали, что в большинстве случаев $a_2(II) > 0$. Это свидетельствует о том, что математикс-статистическая модель коррелирования уровней динамических рядов неуправляема в отношении индивидуальных индексов цен.

в. Построение математико-статистической модели прогноза спроса, обоснование выбора ее формы, включение в модель тех или иных факторов должно статистически проверяться полными, частными коэффициентами корреляции, коэффициентами множественной корреляции, а также коэффициентами вариации. По данным торговой статистики, продаж товаров в государственной и кооперативной торговле за период 1949—1964 гг. были вычислены частные коэффициенты корреляции ${}_{s_2}r_{m_{s_1}}$ (между продажей товаров и общим товарооборотом) и ${}_{s_1}r_{m_{s_2}}$ (между продажей товаров и реальной ценой), полные коэффициенты корреляции $r_{s_1 s_2}$ и коэффициенты множественной корреляции R_m (табл. 4).

Анализируя частные коэффициенты корреляции между данными о продаже товаров и общим товарооборотом, можно сделать следующие выводы:

а) Влияние общего товарооборота (в постоянных ценах) гораздо сильнее влияния реальной цены на продажу товара.

б) Влияние общего товарооборота и цен сильнее сказывается на продаже промышленных, чем продовольственных товаров.

в) По отдельным товарам наблюдаются низкие коэффициенты корреляции (рыба, пиво). Это указывает на недостаточно полное исключение влияния прочих факторов а также и на отсутствие связи между продажей товара и отобранными факторами. В этом случае необходимо заменить отобранные факторы другими, например доход — накоплением или расходом по укрупненной группе товаров, ввести в исследование лаг. Известно, что связь между продажей товара и укрупненной группой однородных товаров (вместо дохода) всегда теснее, чем между продажей товара и доходом. Расчеты, выполненные на плановый период по укрупненной группе, дают более точные результа-

Таблица 4. **Коэффициенты корреляции**

Товары и товарные группы	$r_{s\,m_{s_1}}$	$r_{s_1 m_{s_2}}$	$r_{s_1 s_2}$	R_m
Рыба	0,72	—0,14	0,73	0,81
Сельдь	0,90	—0,34	0,19	0,90
Масло животное	0,83	—0,30	—0,53	0,89
Молоко и молочные продукты	0,90	—0,64	0,77	0,92
Консервы мясные	0,85	—0,45	—0,37	0,88
» рыбные	0,92	—0,63	0,50	0,92
Сахар	0,90	—0,58	0,81	0,93
Водка и ликеро-водочные изделия	0,87	—0,69	—0,47	0,94
Вино	0,74	—0,57	—0,77	0,94
Пиво	0,62	—0,56	—0,82	0,92
Безалкогольные напитки, мороженое	0,87	—0,45	—0,50	0,93
Ткани шерстяные	0,86	—0,65	0,64	0,89
» льняные	0,89	—0,75	0,79	0,90
Швейные товары	0,91	—0,57	0,81	0,95
Трикотажные изделия	0,94	—0,82	0,72	0,95
Валяная обувь	0,87	—0,63	0,67	0,88
Галантерея	0,91	—0,42	0,56	0,92
Табачные изделия и махорка	0,95	—0,67	0,38	0,95
Мебель	0,87	—0,47	0,84	0,92
Печатные издания	0,89	—0,68	0,89	0,93
Велосипеды, мотоциклы	0,96	—0,65	0,30	0,96
Спорттовары	0,94	—0,62	0,30	0,94
Радиотовары	0,95	—0,77	0,55	0,95
Музыкальные товары	0,95	—0,79	0,66	0,96
Игрушки	0,90	—0,75	0,24	0,91

ты, чем расчет по отдельным товарам данной укрупненной группы.

г) Проверка на мультиколлинеарность показала, что линейная связь между s_1 и s_2 для некоторых товаров является довольно тесной.

д) Коэффициенты множественной корреляции почти по всем товарам показывают тесную связь между эмпирическими значениями (m_i) и теоретическими $[m(s_1, s_2)]$.

Однако если коэффициент множественной корреляции достаточно высокий, а отклонения теоретических значений товарооборота от эмпирических оставляют желать лучшего, то уточнение расчетов может быть достигнуто путем включения в динамическую модель спроса дополнительных факторов. Так, например, продажу блюд можно рассчитывать в зависимости от следующих факторов: реального дохода (l_1), реальной цены (l_2), а также численности рабочих, служащих, студентов техникумов и вузов (l_3). В результате введения в модель дополнительного фактора (l_3) соответствие расчетных данных с эмпирическими повышается (коэффициент вариации уменьшается с 8% до 5%)[12]. Приведем параметры математико-статистической модели продажи блюд в общественном питании, рассчитанные по данным госторговли СССР (1953—1964 гг.):

$$z = 0,129 + 0,770l_1 - 0,075l_2, \qquad (18)$$

$$z = 0,012 + 0,674l_1 - 0,046l_2 + 0,180\,l_3. \qquad (19)$$

Включению в динамическую модель спроса дополнительного фактора должен предшествовать анализ коэффициентов корреляции и вариации. Ниже приведены коэффициенты вариации, рассчитанные по данным государственной и кооперативной торговли СССР за 1948—1964 гг.:

Товары и товарные группы	v	Товары и товарные группы	v
Общественное питание	4,4	Мыло туалетное	4,9
Продовольственные товары	1,4	Галантерея	3,2
Головные уборы	2,9	Спички	3,3
Чулки, носки	3,0	Стекло, фарфоро-фаянсовая посуда	4,7
Кожаная, текстильная и комбинированная обувь	3,6	Всего непродовольственные товары	2,1

Следует заметить, что в результате включения в модель дополнительного динамического фактора резко уменьшается число лет, приходящееся на каждый фактор. Следовательно, уменьшается и точность вычисленных параметров (динамический ряд не увеличивается). Поэтому решение

[12] Коэффициенты вариации характеризуют отклонение эмпирических данных от выравненных (последние приняты за 100%).

данной проблемы предлагается искать в следующих двух направлениях:

а) путем изменения исходной статистической информации, в результате чего достигается учет дополнительного фактора;

б) путем введения в динамическую модель дополнительного фактора, вычисленного по статическим данным.

Так, например, динамическая трехфакторная модель (19) может быть заменена двухфакторной, если исходную информацию о продаже блюд разделить на численность рабочих, служащих, студентов техникумов и вузов.

Гораздо сложнее решается вторая проблема — расчет одного или нескольких факторов динамической модели по статическим данным. Так, например, в трехфакторной модели спроса на товары в зависимости от дохода, цен и поступлений от личного подсобного хозяйства требуется определить влияние последнего фактора на спрос по статическим данным. Для этого на одном из этапов решения данной задачи модель потребительского спроса записывается в виде функции:

$$z = a_0 + a_1 l_1 + a_2 l_2 + a_3 l_3 + a_4 (t - \bar{t}), \qquad (20)$$

где:

z — цепные индексы продажи товара,

l_1 — цепные индексы дохода,

l_2 — цепные показатели компаративного индекса цены,

l_3 — цепные индексы поступления от личного подсобного хозяйства.

Цепные индексы всех показателей вычисляются после логарифмирования исходной информации.

Параметры модели a_1, a_2 рассчитываются по значениям m, s_1 и s_2, записанным в уравнении:

$$m(s_1, s_2) = a_1 s_1 + a_2 s_2.$$

Уравнение множественной регрессии для всех факторов записывается в виде функции:

$$m(s_1, s_2, s_3) = a_1 s_1 + a_2 s_2 + a_3 s_3.$$

Параметры этого уравнения — статические коэффициенты эластичности спроса. Поэтому параметр a_3 можно определить как коэффициент эластичности покупки в ре-

зультате поступлений от личного подсобного хозяйства по таким статическим данным, как покупка товара (y), доход (x_1), поступления от личного подсобного хозяйства (x_2). Параметры a_0 и a_4 функции (20) вычисляются по динамическим рядам с учетом вычисленных параметров a_1, a_2, a_3.

г. Исследования показали, что чистые коэффициенты эластичности потребительского спроса изменяются в динамике. В этом нас убеждают следующие факты.

Во-первых, изменение распределения населения по доходу во времени вызывает и соответствующие изменения в объеме и структуре потребления семей. В результате этого эластичность спроса от дохода в динамике меняется, а это означает изменение во времени и $Э_i$.

Во-вторых, известно, что эластичность спроса от дохода зависит от распределения семей по социально-общественным группам, от структуры населения по возрасту и полу, а также от изменения структуры доходов, рыночной конъюнктуры (появление новых товаров) и т. д. А так как распределение населения по этим признакам меняется во времени, то изменяется и реакция потребителей на колебания доходов и цен.

В-третьих, известно, что эластичность спроса от цены в семьях с разным уровнем жизни неодинаковая. По мере повышения уровня жизни семей во времени реакция потребителей на изменение цен ослабевает, а следовательно, изменяется и $Э_{ii}$. Постоянный и систематический рост ассортимента потребительских товаров влечет за собой увеличение числа взаимозаменяемых товаров, а тем самым и изменение перекрестной эластичности спроса от цены.

Расчеты показали, что с повышением уровня реальных доходов населения уменьшаются чистые коэффициенты эластичности спроса от дохода и цены. Коэффициенты эластичности, вычисленные для среднего дохода по данным о продаже товаров в государственной и кооперативной торговле СССР, указаны в табл. 5.

Приведенные данные показывают, что коэффициенты эластичности спроса непостоянны во времени. Для того чтобы учесть это в перспективных расчетах, предлагается параметры математико-статистической модели прогнозирования потребительского спроса ($Э_i$, $Э_{ii}$) вычислять не за весь прошлый период (1949—1965 гг.) одновременно, а за каждые 11 лет (ступенчатым методом, табл. 6).

Таблица 5. **Чистые коэффициенты эластичности спроса от дохода ($Э_i$) и цены ($Э_{ii}$)** *

Товары	$Э_i$	$Э_{ii}$	Товары	$Э_i$	$Э_{ii}$
Колбасные изделия	1,43	—0,37	Фрукты	2,51	—2,88
	1,02	—0,36		1,55	—1,81
Масло животное	1,82	—0,91	Печатные изделия	1,97	—1,72
	1,10	—0,79		1,57	—1,08
Консервы овощные и фруктовые	1,42	—1,19	Спорттовары	1,99	—2,52
	1,30	—1,16		1,59	—1,40
Яйца	1,92	—1,40	Игрушки	1,83	—1,77
	1,52	—1,11		1,35	—1,70

* Первая строка — данные за 1949—1961 гг.; вторая строка — за 1951—1964 гг.

Таблица 6. **Расчет чистых коэффициентов эластичности спроса ступенчатым методом**

Год	Коэффициенты эластичности $Э_i$	Коэффициенты эластичности $Э_{ii}$
1949		
1950		
1951		
1952		
1953		
1954	b_1	c_1
1955	b_2	c_2
1956	b_3	c_3
1957	b_4	c_4
1958	b_5	c_5
1959	b_6	c_6
1960	b_7	c_7
1961		
1962		
1963		
1964		
1965		

В результате расчетов этим методом будет получено 7 разных значений параметров $Э_i$ и $Э_{ii}$. Каждому значению параметра соответствует доход в постоянных ценах (x_1). Расчет чистых коэффициентов эластичности на плановый период производится по функциям:

$$Э_i = f(x_1), \qquad Э_{ii} = \varphi(x_1).$$

Уточненные коэффициенты эластичности вводятся в математико-статистическую модель прогнозирования потребительского спроса. Если $Э_i$ и $Э_{ii}$ вычислять как параметры (a_1 и a_2) логарифмической функции, то они будут постоянными для любого значения дохода.

3. *Многофакторная динамическая модель прогнозирования потребления семей.* Построение динамической многофакторной модели прогнозирования потребления семей — задача более сложная, чем расчеты потребительского спроса населения на плановый период. Это объясняется, во-первых, тем, что основным источником для составления этих моделей служит выборочное обследование бюджетов семей, которое не обеспечивает необходимую достоверность сведений о средних доходах и расходах семей. По этой причине многофакторные модели прогнозирования потребления следует рассчитывать по бюджетным данным семей с одинаковым душевым доходом.

Во-вторых, в материалах бюджетной статистики нет больших динамических рядов с разработкой расходов семей по группам душевого дохода (1959—1965 гг.). Все это должно сказаться на методах построения динамической многофакторной модели прогнозирования потребления семей.

Данная модель относится к разряду многофакторных. Число включенных в нее факторов определяется целью исследования и существующей исходной информацией. Цель исследования — рассчитать потребление семей в зависимости от доходов, цен, состава, размера семьи и других факторов. Основная исходная информация для этих расчетов формируется из бюджетных данных семей разного размера и состава, разгруппированных по группам душевого дохода. Душевое потребление в динамике следует рассчитывать по семьям с одинаковым доходом на душу в зависимости от индивидуального индекса цены, общего индекса цены, числа детей в семье и прочих факто-

ров. Среди прочих факторов иногда целесообразно выделить поступления из личного подсобного хозяйства.

а. Построение многофакторной динамической модели прогнозирования потребления базируется на следующей исходной информации во времени:

y — потребление товара на душу в текущих ценах,

$\frac{y}{x_2} = u$ — потребление товара на душу в постоянных ценах,

x_1 — доход на душу,

$\frac{x_1}{x_2} = v_1$ — доход на душу в постоянных ценах,

x_2 — индивидуальный индекс цены,

x_3 — общий индекс цены,

x_4 — доля детей в семье.

Динамическая модель потребления семей строится по цепным индексам, чтобы полнее учесть специфику развития явления во времени. В связи с этим рассчитаем цепные индексы, предварительно прологарифмировав исходную информацию:

$$\lg u_i - \lg u_{i-1} = z_i,$$
$$\lg x_{2(i)} - \lg x_{2(i-1)} = k_{2(i)},$$
$$\lg x_{3(i)} - \lg x_{3(i-1)} = k_{3(i)},$$
$$\lg x_{4(i)} - \lg x_{4(i-1)} = k_{4(i)}.$$

Метод цепных индексов позволяет также до некоторой степени элиминировать авторегрессию динамического ряда [13].

Однако было бы неправильно строить динамическую модель потребления непосредственно по цепным индексам по двум причинам. Во-первых, по формальным соображениям — не полностью исключена авторегрессия динамического ряда, во-вторых, по существу — изменения цепных индексов потребления (z) зависят не только от учтенных признаков (k_2, k_3, k_4), но также и от прочих факторов, не введенных в модель в виде аргументов (экономическая политика, исторические особенности развития страны, уро-

[13] Г. Тинтнер. Введение в эконометрию. М., изд-во «Статистика», 1966.

вень насыщенности рынка товарами, мода, потребительские привычки и т. д.). Для полного элиминирования авторегрессии необходимо из цепных индексов исключить временные тренды[14] $[z(t), k_2(t), k_3(t), k_4(t)]$:

$$z_i - z(t_i) = m_i,$$
$$k_{2(i)} - k_2(t_i) = d_{2(i)},$$
$$k_{3(i)} - k_3(t_i) = d_{3(i)},$$
$$k_{4(i)} - k_4(t_i) = d_{4(i)}.$$

Этот метод позволяет снять возражения и по существу при построении модели прогнозирования потребления в виде уравнения множественной регрессии. Дело в том, что изменения значений m определяются только учтенными признаками (d_2, d_3, d_4), влияние прочих факторов исключено.

По значениям m_i, $d_{2(i)}$, $d_{3(i)}$, $d_{4(i)}$ построим уравнение множественной регрессии:

$$m = \beta_2 d_2 + \beta_3 d_3 + \beta_4 d_4. \qquad (21)$$

Это уравнение статическое, так как из него исключен фактор времени. Параметры функции являются чистыми коэффициентами эластичности в силу того, что исходная информация прологарифмирована. Расчет параметров производится способом наименьших квадратов. Запишем уравнение (21) в обозначениях z, k_1, k_2, k_3, k_4:

$$z - z(t) = \beta_2 [k_2 - k_2(t)] + \beta_3 [k_3 - k_3(t)] + \beta_4 [k_4 - k_4(t)]. \qquad (22)$$

Раскроем скобки в равенстве (22) и перенесем $z(t)$ в правую часть:

$$z = z(t) - \beta_2 k_2(t) - \beta_3 k_3(t) - \beta_4 k_4(t) + \beta_2 k_2 + \beta_3 k_3 + \beta_4 k_4. \qquad (23)$$

В уравнении (23) прибавим и отнимем $\overline{z(t)}$, $\beta_2\overline{k_2(t)}$, $\beta_2\overline{k_3(t)}$, $\beta_4\overline{k_4(t)}$:

$$z = \{z(t) + [\bar{z}(t) - \bar{z}(t)]\} + \{-\beta_2 k_2(t) + [\beta_2\overline{k_2(t)} - \beta_2\overline{k_2(t)}]\} + \{-\beta_3 k_3(t) + [\beta_3\overline{k_3(t)} - \beta_3\overline{k_3(t)}]\} +$$

[14] Если временные тренды определяются по уравнению прямой, то целесообразно производить выравнивания после расчленения исследуемого периода на ряд отрезков с линейной тенденцией развития.

$$+\{-\beta_4 k_4(t)+[\beta_4 k_4(t)-\beta_4 \bar{k}_4(t)]\}+$$
$$+\beta_2 k_2+\beta_3 k_3+\beta_4 k_4. \qquad (24)$$

Уравнение (24) запишем в обозначениях:

$$z=\hat{z}+\check{z}, \qquad (24a)$$

где

$$\hat{z}=\beta_0+\beta_2 k_2+\beta_3 k_3+\beta_4 k_4, \qquad (25)$$

$$\beta_0=\bar{z}(t)-\beta_2\bar{k}_2(t)-\beta_3\bar{k}_3(t)-\beta_4\bar{k}_4(t). \qquad (26)$$

Так как

$$\bar{z}(t)=\bar{z},\quad \bar{k}_2(t)=\bar{k}_2,\quad \bar{k}_3(t)=\bar{k}_3,\quad \bar{k}_4(t)=\bar{k}_4,$$

то равенство (26) примет вид:

$$\beta_0=\bar{z}-\beta_2\bar{k}_2-\beta_3\bar{k}_3-\beta_4\bar{k}_4$$

или

$$\beta_0=\bar{z}-\bar{z}(\beta_2, \beta_3, \beta_4), \qquad (26a)$$

где

$$\bar{z}(\beta_2, \beta_3, \beta_4)=\beta_2\bar{k}_2+\beta_3\bar{k}_3+\beta_4\bar{k}_4.$$

Параметр β_0 в равенство (26а) показывает изменение цепных индексов потребления под влиянием всех прочих факторов (за исключением непосредственно введенных в уравнение) в среднем. Это первый динамический параметр модели прогнозирования потребления.

Второй член правой части уравнения (24а) состоит из следующих слагаемых:

$$\check{z}=[z(t)-\bar{z}(t)]+[-\beta_2 k_2(t)+\beta_2\bar{k}_2(t)]+$$
$$+[-\beta_3 k_3(t)+\beta_3\bar{k}_3(t)]+[-\beta_4 k_4(t)+\beta_4\bar{k}_4(t)]. \qquad (27)$$

Функцию (27) можно записать и более компактно:

$$\check{z}=z-\hat{z}$$

или

$$\check{z}=z-z(\beta_0, \beta_2, \beta_3, \beta_4),$$

где

$$z(\beta_0, \beta_2, \beta_3, \beta_4,)=\beta_0+\beta_2 k_2+\beta_3 k_3+\beta_4 k_4.$$

Значения $\check{z}$ показывают изменения цепных индексов потребления по годам под влиянием прочих факторов в

отклонениях от средней величины (β_0). Значения $\check{z}$ изменяются во времени линейно и равны нулю в середине исследуемого периода ($\bar{t}$), если временные тренды — линейные функции за весь рассматриваемый период. В этом случае скорость изменения функции (27) — постоянная величина. Она равна:

$$\check{z}_i - \check{z}_{i-1} = \beta_5. \qquad (28)$$

Это второй динамический параметр модели прогнозирования потребления.

Если известен параметр β_5, то функция 27 может быть записана уравнением:

$$\check{z} = \beta_5 (t - \bar{t}).$$

В общем виде динамическая модель прогнозирования потребления примет вид:

$$z(\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5) = \beta_0 + \beta_2 k_2 + \beta_3 k_3 + \beta_4 k_4 + \beta_5 (t - \bar{t}), \qquad (29)$$

где

β_2 — коэффициент эластичности потребления товара *А* от индивидуального индекса цены товара *А*.

β_3 — коэффициент эластичности потребления товара *А* от общего индекса цены,

β_4 — коэффициент эластичности потребления товара *А* от числа детей в семье.

Параметры модели (29) определяются обычно в два этапа. На первом этапе рассчитываются статические параметры β_2, β_3 и β_4 функции (21) способом наименьших квадратов по исходной информации динамических рядов. На втором этапе определяются динамические параметры β_0 и β_5 по формулам (26) и (28).

б. Для расчета параметров модели (23) или (29) по данным бюджетной статистики необходимо применить метод условной регрессии, используя статическую, динамическую и плановую информацию. Построение модели прогнозирования потребления рассмотрим по этапам[15].

[15] Некоторые исследователи (В. А. Волконский, Л. А. Левкова. Зависимость потребления от дохода и возможности ее экстраполяции во времени. «Математические методы в экономике труда». М., 1966) предлагают бюджетные данные семей разного размера, состава и дохода в группировке по душевому доходу выравнивать методом простой регрессии. В качестве аргумента берется душевой доход. Применение метода простой регрессии в данном случае не является оправданным, так как семьи различаются между собой

На первом этапе бюджетные данные о расходах и потреблении в группировке по доходу на душу за каждый год прошлого периода анализируются по функциям:

$$x_4 = a + \frac{b}{v_1}, \tag{30}$$

$$u = c_0 + \frac{c_1}{v_1} + \frac{c_2}{x_4}. \tag{31}$$

Параметры функций определяются по сгруппированным данным способом наименьших квадратов.

Значения x_4 (доля детей в семье), u (расходы или потребление на душу) вычисляются в каждом году для фиксированого v_1 (душевой доход в постоянных ценах). По рассчитанным значениям u, x_4 за ряд лет определяются цепные индексы: z, k_4.

Для планового периода вычисляются временны́е тренды z, k_4 методом экстраполяции по нелинейным функциям:

$$z = f(t), \quad k_4 = \varphi(t). \tag{32}$$

Далее по выравненным значениям z и k_4 за последние годы отчетного периода и экстраполяционным значениям этих показателей на плановый период рассчитываются линейные временны́е тренды:

$$z(t) = a_1 + b_1 t, \quad k_4(t) = a_2 + b_2 t. \tag{33}$$

На втором этапе рассчитываются коэффициенты эластичности потребления и спроса от дохода по данным бюджетной статистики, а также коэффициенты эластичности спроса от цены по данным торговой статистики.

Коэффициенты эластичности потребления i товара от дохода $[Э(v_1)_i]$ вычисляются по функции (31) для последнего года отчетного периода. Аналогично определяются коэффициенты эластичности спроса i товара от дохода $[Э(v_1)_i]$. Для расчета этих коэффициентов исходной ин-

более чем двумя признаками (принцип гомогенности не соблюдается). На втором этапе авторы предлагают метод экстраполяции параметров функции потребления во времени. По существу это метод определения общей тенденции динамического ряда. Плановые расчеты потребления семей, выполненные этим методом, следует квалифицировать как формально математические: они неуправляемы со стороны таких факторов, как доходы, цены, размер семьи, а также со стороны и чисто динамических факторов (экономическая политика в стране, производство и др.).

формацией служат бюджетные данные о покупках населением товаров в государственной и кооперативной торговле в последнем году отчетного периода.

По динамическим рядам торговой статистики рассчитываются коэффициенты эластичности спроса от дохода и от цены. Расчет выполняется по функции[16]:

$$m = a_1 s_1 + a_2 s_2 + a_3 s_3, \qquad (34)$$

где

a_1 — коэффициент эластичности спроса r товара от дохода ($Э_r$).

a_2 — коэффициент эластичности спроса r товара от индивидуального индекса цен этого же товара ($Э_{rr}$),

a_3 — коэффициент эластичности спроса r товара от общего индекса цены ($Э_{rj}$).

Если линейную функцию (34) рассчитать по разным периодам с неодинаковым уровнем жизни населения, то мы получим несколько значений $Э_r$ и $Э_{rr}$. Между этими коэффициентами можно установить корреляционную связь:

$$Э_{rr} = f(Э_r).$$

Если известны значения $Э_r$, $Э_{rr}$ и α_r (доля расходов на покупку r товара по данным бюджетной статистики), то эластичность пропорциональности от общего расхода Р. Фриш[17] предлагает рассчитывать по формуле:

$$\check{w} = \frac{Э_r (1 - \alpha_r Э_r)}{Э_{rr} + \alpha_r Э_r}. \qquad (35)$$

Величина $\check{w}$ не зависит от выбора товара или товарной группы, она стабильна и изменяется только в зависимости от уровня жизни семей. Показатель $\check{w}$ рассчитывается для заданного уровня жизни (v_1), которому соответствуют $\check{Э}(v_1)_r$. Следовательно, в формуле (35) $Э_r = \check{Э}(v_1)_r$, а коэффициент эластичности от цены $Э_{rr}$ вычисляется приме-

[16] Данная функция составляется аналогично функции (21).

[17] «Econometrica», 1959, № 27, p. 177—196. Здесь речь идет о пропорциональности между скоростью в изменении системы потребительского предпочтения и ценами. Расчет этого показателя производится при выполнении гипотезы о независимости потребности в товарах, относящихся к разным группам. Р. Фриш считает, что если товары потребляются независимо, то это значит, что они удовлетворяют совершенно различные потребности и их нельзя замещать.

нительно к величине $Э_r$ по функции:

$$Э_{rr} = f(Э_r).$$

На третьем этапе вычислим статические параметры модели (23) или (29). При решении этой задачи обычными методами встречаются серьезные трудности. Дело в том, что динамические ряды бюджетной статистики очень короткие (1959—1965 гг.) и по ним нельзя с достаточной точностью рассчитать способом наименьших квадратов параметры функции (21). В связи с этим предлагается применить метод условной регрессии.

Параметр β_2, прямой коэффициент эластичности потребления i товара от цены i товара ($Э_{ii}$), рассчитаем по формуле Р. Фриша, используя статические данные бюджетного обследования [$Э(v_1)_i$, $Э(v_1)_j$ или просто $Э_i$, $Э_j$, а также α_i] и показатель $\check{w}$:

$$Э_{ii} = -Э_i\left(\alpha_i - \frac{1 - \alpha_i Э_i}{\check{w}}\right). \qquad (36)$$

Расчеты по данной формуле производятся применительно к заданному уровню жизни на плановый период.

Параметр β_3, коэффициент эластичности потребления i товара от общего индекса цен ($Э_{ij}$), вычисляется путем перевзвешивания прямых и перекрестных коэффициентов эластичности от цен по количеству (в натуральном или в стоимостном выражении) потребленного товара:

$$Э_{ij} = \frac{\sum Э_{ij} q_i}{\sum q_i}; \qquad i = j, \qquad i \neq j.$$

Перекрестный коэффициент эластичности потребления i товара от цены j товара также рассчитывается по формуле Р. Фриша, используя статические данные бюджетной статистики [$Э(v_1)_i$, $Э(v_1)_j$ или просто $Э_i$, $Э_j$], а также показатель $\check{w}$:

$$Э_{ij} = -Э_i \alpha_j\left(1 + \frac{Э_j}{\check{w}}\right). \qquad (37)$$

Коэффициенты эластичности $Э_i$ и $Э_j$ рассчитываются по функции (31) для дохода, заданного на плановый период.

Параметр β_4, коэффициент эластичности потребления i товара от доли детей в семье [$Э(x_4)_i$], вычисляется также по функции (31).

Вычисленные параметры являются статическими. Динамичность модели потребления придается параметрами β_0 и β_5. Параметр β_0 рассчитывается по формуле (26). Параметр β_5 определяется по формуле (28). Значения $k_2(t)$, $k_3(t)$ в этих формулах являются заданными на плановый период, а $z(t)$ и $k_4(t)$ вычисляются по функциям (33).

После определения статических и динамических параметров модели расчет потребления на плановый период производится по формуле:

$$\lg u_i = \lg u_{i-1} + z(t_i) - \beta_2 k_2(t_i) - \\ - \beta_3 k_3(t_i) - \beta_4 k_4(t_i) + \beta_2 k_{2(i)} + \beta_3 k_{3(i)} + \beta_4 k_4(i). \quad (38)$$

Расчеты по данной формуле позволяют определить в достаточно дробной номенклатуре бюджетного бланка семьи платежеспособный спрос населения, применяя метод условной регрессии и комбинируя расчеты по данным бюджетной и торговой статистики.

4. *Комплексная система математико-статистических моделей прогнозирования спроса и потребления семей.* Многофакторная динамическая модель прогнозирования потребления семей позволяет рассчитывать объем и структуру потребления на душу семей с разным душевым доходом. Общий объем потребления может быть вычислен только в результате комплексного применения всей системы математико-статистических моделей прогнозирования спроса и потребления семей.

Построение комплексной системы моделей (см. рис. 5) начинается с подготовки исходной информации (бюджеты населения, данные торговой статистики, демографическая информация). Расчеты на плановый период выполняются по трем основным направлениям: определение объема и структуры потребления семей (дифференцированный баланс доходов и расходов населения), расчет рациональных бюджетов семей, определение объема и структуры покупок населения в государственной и кооперативной торговле.

Расчеты по каждому из этих направлений выполняются в несколько этапов. Рассмотрим поэтапное решение расчетов потребления семей.

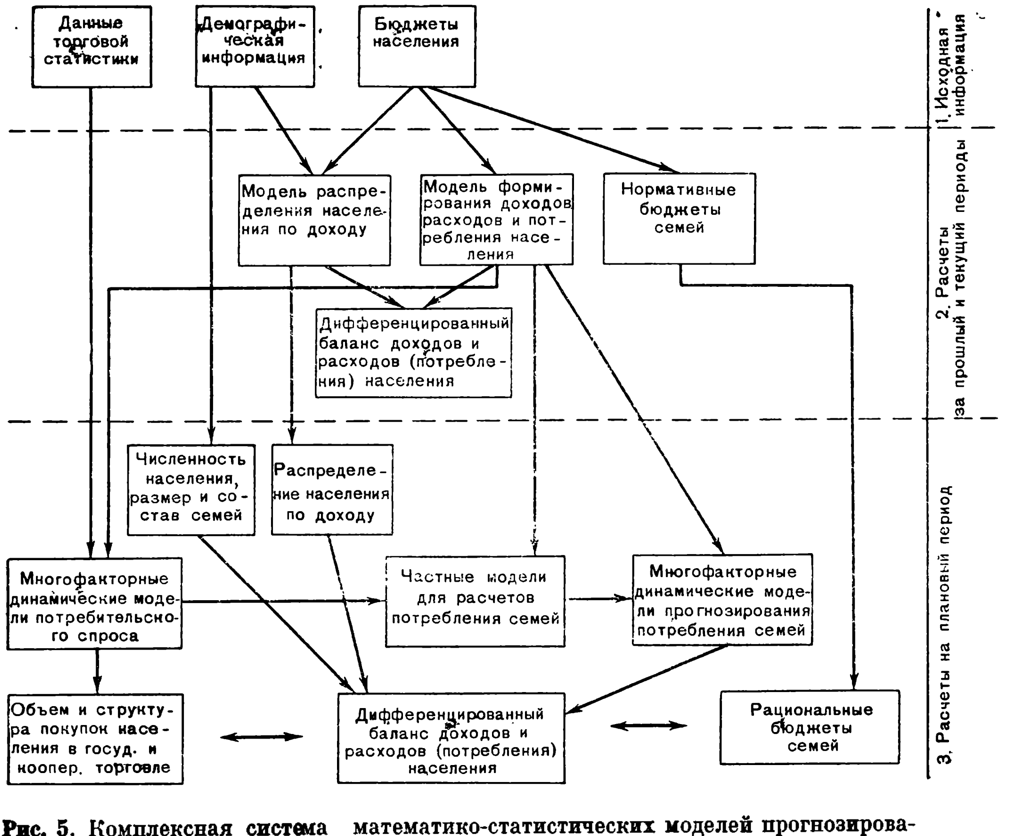


Рис. 5. Комплексная система математико-статистических моделей прогнозирования потребительского спроса и потребления семей

Первый этап — подготовка исходной информации о доходах, расходах и потреблении на душу в группировке по душевому доходу семей.

Второй этап — по данным семейных бюджетов составляется модель формирования доходов и расходов населения вместе с построением функции потребления в группировке по душевому доходу, а также выполняется система экономических расчетов для построения распределения населения по душевому доходу.

Третий этап — расчет за текущий период дифференцированного баланса доходов и расходов (потребления) населения в целом, а также по семьям с разным уровнем жизни.

Четвертый этап — расчеты на плановый период. На данном этапе решаются в основном четыре задачи: построение частных моделей для расчетов потребления семей, составление многофакторных динамических моделей прогнозирования потребления семей с одинаковым душевым доходом, расчет распределения населения по доходу, составление дифференцированного баланса доходов и расходов (потребления) населения.

По частным моделям определяются некоторые статические параметры, включенные в многофакторные модели прогнозирования потребления. Например, к числу таких параметров относятся: прямые и перекрестные коэффициенты эластичности потребления от цены, коэффициенты эластичности потребления от числа детей в семье, коэффициенты эластичности потребления от дополнительных доходов из общественных фондов, от поступлений из личного подсобного хозяйства и др.

Некоторые из этих коэффициентов (прямые и перекрестные коэффициенты эластичности потребления от цены) вычисляются в результате применения комбинированного метода разработки данных бюджетной и торговой статистики.

По многофакторной модели прогнозирования потребления семей рассчитываются динамические параметры. Последние в сочетании со статическими параметрами образуют многофакторную динамическую модель прогнозирования потребления семей. Расчет по этой модели выполняется в расчете на душу, по семьям с одинаковым душевым доходом.

Система расчетов заканчивается построением распределения населения по доходу и составлением дифференцированного баланса доходов и расходов (потребления) населения.

Расчеты дифференцированного баланса должны дополняться составлением рациональной структуры потребления семей. Сопоставления фактического потребления с рациональным позволит определить степень разрыва между достигнутым и желаемым уровнем жизни населения.

Расчеты объема и структуры покупок населения в государственной и кооперативной торговле также выполняются в несколько этапов.

Первый этап — подготовка исходной информации о покупках населения в динамике.

Второй этап — расчет статических параметров по данным торговой и бюджетной статистики.

Третий этап — расчет динамических параметров и составление многофакторной динамической модели потребительского спроса населения.

Четвертый этап — расчет объема и структуры покупок населения в государственной и кооперативной торговле.

Так как прогнозирование спроса и потребления семей производится по уравнениям множественной регрессии, то естественно ожидать отсутствие взаимной увязки отдельных статей расходов и потребления друг с другом. Поэтому предлагается перспективные расчеты первоначально производить по укрупненным группам потребления. Намечаются три крупные группы расходов: на продовольственные, промышленные товары и на услуги. Затем внутри каждой группы рассчитываются на перспективу расходы по более мелким группам однородных товаров и услуг (овощи, фрукты, сладости и т. д.). И только после этого можно переходить к перспективному расчету расходов на отдельные виды товаров и услуг (картофель, яблоки и др.). Одновременно производится увязка прогнозируемых расходов на отдельные виды товаров и услуг с расходами по мелким и укрупненным группам. Эта увязка достигается путем включения в динамическую многофакторную модель прогнозирования потребления в качестве независимых переменных таких факторов, как расходы по мелким и укрупненным группам товаров и услуг.

Совершенно очевидно, что сочетание данных бюджетной и торговой статистики, с одной стороны, сочетание ста-

тических данных и динамических, с другой стороны, является необходимым и обязательным условием определения спроса и потребления населения на плановый период.

А. И. ГРЕБНЕВ

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУКТУРЫ ПОТРЕБИТЕЛЬСКОГО СПРОСА В УССР

Прогноз объема и структуры платежеспособного спроса населения является одной из наиболее сложных проблем теории и практики народнохозяйственного планирования. Это объясняется тем, что на формирование длительного потребительского спроса действует большое число факторов; доходы, цены на товары народного потребления, численность населения, его состав по профессиям, полу и возрасту, потребительские привычки, мода и т. д.

По характеру и роли в образовании результативного явления эти факторы можно подразделить на образующие систематические процессы и образующие стохастические процессы. Так, если динамический ряд розничной продажи товаров за несколько лет разложить на его компоненты — общую тенденцию развития, конъюнктурные колебания и остаточные явления, обусловленные случайными процессами, то увидим, что решающее влияние на формирование длительной тенденции изменения спроса оказывают: экономическая политика, общее повышение доходов, рост населения и т. д., отклонения же продаж от их длительной тенденции вызваны случайными отклонениями доходов и цен от их трендов.

На этом основании Вычислительным центром Госплана УССР строится модель спроса. Рассмотрим некоторые этапы построения модели.

I. *Определение количественного влияния доходов и цен на потребительский спрос.* Экономико-математическая модель потребительского спроса на товар в зависимости от дохода и цены строится на основе анализа временны́х рядов продажи товаров y_{ij}, общего объема товарооборота

(покупательского фонда населения) x_{1j}, индивидуальных индексов цен x_{2ij} (i — номер товара; j — год; $i = 1, \ldots, n$; $j = 1, \ldots, m$).

Построение модели производится с помощью методов математической статистики. Основной смысл этого построения состоит в исключении из вышеуказанных временных рядов эволюторной тенденции и установлении корреляционных связей между колебаниями доходов и цен, с одной стороны, и колебаниями потребительского спроса — с другой[1].

Предварительно данные временных рядов обрабатываются и приводятся в сопоставимый вид. Получаются следующие показатели:

$$\frac{u_{ij}}{x_{2ij}} = u_{ij} \text{ — продажа } i\text{-го товара в постоянных ценах,}$$

$$\frac{x_{1j}}{x_{3j}} = v_{1j} \text{ — общий товарооборот в постоянных ценах,}$$

$$\frac{x_{2ij}}{x_{3j}} = v_{2ij} \text{ — реальный индекс цены,}$$

где x_{3j} — общий индекс цен (по всем товарам).

Эти временные ряды автокоррелированы.

Учитывая, что классические методы математической статистики применимы только к рядам, в которых отдельные члены между собой не коррелированы, необходимо исключить автокорреляцию из рассматриваемых динамических рядов. С этой целью данные динамических рядов логарифмируются и определяются первые разности[2]:

$$\lg u_{ij} - \lg u_{i(j-1)} = z_{ij},$$
$$\lg v_{1j} - \lg v_{1(j-1)} = l_{1j},$$
$$\lg v_{2ij} - \lg v_{2i(j-1)} = l_{2ij}.$$

Эти действия не исключают полностью автокорреляцию. Для дальнейшего устранения и для установления влияния колебаний доходов и цен на изменение потребительского спроса исключаем из рядов z_{ij}, l_{ij}, l_{2ij} их времен-

[1] В. В. Швырков. Экономико-математический анализ потребительского спроса. Изд-во МГУ, 1966. Первые два этапа рассматриваемой модели разработаны при непосредственном участии В. В. Швыркова.

[2] Г. Тинтнер. Введение в эконометрию. М., изд-во «Статистика», 1966.

ные тренды $z_{ij}(t)$, $l_{2j}(t)$ и $l_{2ij}(t)$, которые выражаются уравнениями прямой:

$$z_{ij} - z_{ij}(t) = m_{ij},$$
$$l_{1j} - l_{1j}(t) = s_{1j},$$
$$l_{2ij} - l_{2ij}(t) = s_{2ij}.$$

По полученным отклонениям m_{ij}, s_{1j}, s_{2ij} строится уравнение множественной регрессии:

$$m_{ij} = a_1 s_{1j} + a_2 s_{2ij}, \tag{1}$$

где

a_1 — коэффициент эластичности спроса от дохода;

a_2 — коэффициент эластичности спроса от цены.

Эти параметры определяются из системы 2-х нормативных уравнений:

$$\begin{cases} \sum_{j=2}^{m} m_{ij}s_{1j} = a_1 \sum_{j=2}^{m} s_{1j}^2 + a_2 \sum_{j=2}^{m} s_{1j}s_{2ij}, \\ \sum_{j=2}^{m} m_{ij}s_{2ij} = a_1 \sum_{j=2}^{m} s_{1j}s_{2ij} + a_2 \sum_{j=2}^{m} s_{2ij}^2. \end{cases} \tag{2}$$

II. *Определение влияния прочих (конъюнктурных) факторов.* Так как $z_{ij} = \lg u_{ij} - \lg u_{i(j-1)}$, то можно определить значение продажи за каждый год j, если известно значение продажи этого товара за предыдущий год $(j-1)$ и прирост за год $j - z_{ij}$, величина которого изменяется как под влиянием учтенных факторов (l_{ij} и l_{2ij}), так и прочих факторов.

Метод определения влияния учтенных факторов на z_{ij} был изложен.

Теперь задача состоит в исследовании влияния прочих (конъюнктурных) факторов. Для этого уравнение

$$m_{ij} = a_1 s_{1j} + a_2 s_{2ij}$$

записывается в обозначениях z_{ij}, l_{ij} и l_{2ij}:

$$z_{ij} - z_{ii}(t) = a_1 [l_{1j} - l_{1j}(t)] + a_2 [l_{2ij} - l_{2ij}(t)].$$

Дальнейшие преобразования производятся так: раскрываются скобки, прибавляются к правой части уравнения z_i, $a_1 l_1(t)$, $a_2 \bar{l}_2(t)$ и вычисляются $\bar{z}_i(t)$, $a_1 \bar{l}_1$, $a_2 \bar{l}_{2i}$.

Это преобразование правомерно, так как средняя арифметическая эмпирических значений ряда равна средней арифметической теоретических его значений.

Действительно, выравнивание эмпирических значений z_{ij}, l_{1j}, l_{2ij} по прямой осуществляется по способу наименьших квадратов, т. е. определяется минимум функционала:

$$F = \sum_{i=1}^{n} [y_i - y_i(t)]^2,$$

где y_i — данные значения, а $y_i(t)$ — выравненные.

$$F' = \sum_{i=1}^{n} 2 [y_i - y_i'(t)] = 0,$$

$$\sum_{i=1}^{n} [y_i - y_i(t)] = 0,$$

$$\sum_{i=1}^{n} y_i = \sum_{i=1}^{n} y_i(t),$$

$$\bar{y}_i = \bar{y}_i(t).$$

Следовательно, можно записать:

$$z_{ij} = a_1 l_{1j} + a_2 l_{2ij} + z_{ij}(t) - a_1 l_{1j}(t) - a_2 l_{2ij}(t) = \bar{z}_i - a_1 \bar{l}_1 - a_2 \bar{l}_{2i} + a_1 l_{1j} + a_2 l_{2ij} + [z_{ij}(t) - \bar{z}_i(t)] - a_1 [l_{1j}(t) - \bar{l}_1(t)] - a_2 [l_{2ij}(t) - \bar{l}_{2i}(t)].$$

Обозначим:

$$a_0 = \bar{z}_i - a_1 \bar{l}_1 - a_2 \bar{l}_{2i}, \tag{3}$$

$$\gamma_{ij} = [z_{ij}(t) - \bar{z}_i(t)] - a_1 [l_{1j}(t) - \bar{l}_1(t)] - a_2 [l_{2ij}(t) - \bar{l}_{2i}(t)]. \tag{4}$$

Окончательно получим:

$$z_{ij} = a_0 + a_1 l_{1j} + a_2 l_{2ij} + \gamma_{ij}. \tag{5}$$

Таким образом, получено уравнение, которое отражает изменение потребительского спроса под воздействием учтенных факторов (дохода и цены — $a_1 l_{1j}$ и $a_2 l_{2ij}$) и прочих факторов. Влияние последних находит свое выражение в a_0 и γ_{ij}, где a_0 — изменение потребительского спроса в среднем под влиянием прочих факторов; γ_{ij} — изменение

потребительского спроса под влиянием прочих факторов, выраженное в отклонениях от a_0.

Для проверки уравнения (5) рассчитываются обороты по продаже за базисный период:

$$\lg u_{ij} = \lg u_{i(j-1)} + z_{ij},$$

$$u = u_{i(j-1)} \cdot \text{antilg}\, z_{ij},$$

$$\frac{y_{ij}}{x_{2ij}} = \frac{y_{i(j-1)}}{x_{2i(j-1)}} \cdot \text{antilg}\, z_{jj},$$

$$y_{ij} = y_{i(j-1)} \cdot \frac{x_{2ij}}{x_{2i(j-1)}} \cdot \text{antilg}\, z_{ij}.$$

В результате получаем расчетные суммы продаж y_{ijp} в текущих ценах и сравниваем их с фактическими суммами продаж y_{ij}. Критерием оценки близости расчетных величин с фактическими величинами продаж может служить корреляционное отношение:

$$R = \frac{\sigma_{y_{ijp}}}{\sigma_{y_{ij}}}.$$

III. *Построение динамической модели для расчета перспектив потребительского спроса.* Значение изменений продаж на плановый период определяется по формуле (5):

$$z_{ij} = a_0 + a_1 l_{1j} + a_2 l_{2ij} + \gamma_{ij}$$

$$(i = 1, \ldots, n; \quad j = m^* + 1, \ldots, m);$$

m^* — последний год базисного периода,
m — 1970 г.

Коэффициенты a_1 и a_2 рассчитываются по (2) по данным прошлых лет и принимаются для перспективных расчетов. Исходная информация для определения l_{1j} и l_{2ij} на каждый год планового периода является заданной. Тогда задача сводится к нахождению a_0 и γ_{ij}. Однако, как правило, плановые показатели x_{2ij} и x_{3j}, необходимые для расчета l_{1j} и l_{2ij}, даются только за последний год планового периода. В этом случае значения x_{2ij} и x_{3j} за каждый плановый год находятся путем интерполяции значений x_{2ij} и x_{3j} за все годы базисного и последний год планового периода.

Коэффициент a_0 определяется по формуле:

$$a_0 = z_i - a_1\overline{l}_1 - a_2\overline{l}_2.$$

На плановый период расчеты производятся следующим образом. Вначале находятся средние значения $\overline{z}_i$ за периоды, равные по величине плановому. При этом в целях увеличения количества периодов за начало каждого последующего периода принимается год, следующий за началом предыдущего периода.

Допустим, что количество лет $j = 1,...,m^*$, $m^* + 1,...,m$, где $j = 1,...,m^*$ — базисный период, а $j = m^* + 1,...,$ — плановый период.

Началами периодов, на которые разбиваем отрезок, служат точки $\alpha_j = 2, 3, 4...$

Например, если информация дана с 1950 г., а плановый период 1966—1970 гг., то такими периодами являются 1951—1955 гг., 1952—1956, 1953—1957, 1961—1965 гг. Если в каждом из этих периодов эмпирические значения выравнивать по прямой, то:

$$z_i \quad \overline{z}_i(t).$$

Кроме того, $\overline{z}_i(t)$ приходится на середину каждого периода.

Действительно, пусть $y = ax + b$, $x = 1,..., n$.

$$y_1 \quad a + b; \quad y_2 = 2a + b, \ . \ . \ . \ ; \quad yn = na + b,$$

$$\sum_{i=1}^{n} y_i = a + 2a + . \ . \ . + na + nb = \frac{(a + na)^n}{2} + nb,$$

$$\bar{y} = \frac{a + na}{2} + b.$$

С другой стороны, для середины периода

$$x_c = \frac{1 + n}{2}; \quad y(x_c) = \frac{a + na}{2} + b,$$

т. е. значение функции для середины периода равно среднему арифметическому всех значений функции в этом периоде. Следовательно, найденные средние значения $\overline{z}_{ij}$ будут соответствовать 1953, 1954, 1963 гг.

Найдя функцию, аппроксимирующую эти значения, и экстраполируя ее на плановый период, определим $\overline{z}_{ij}$ за 1968 г. (так как 1968 г.— середина периода 1966—1970 гг.). Полученное значение является $\overline{z}_i$ на плановый период. Значения γ_{ij} на плановый период находятся также путем

экстраполяции функции, аппроксимирующей значения γ_{ij}, рассчитанные за каждый год базисного периода по формуле (4). В процессе расчетов аппроксимирующая функция находится среди следующих функций:

$$F(t) = a + b \lg t,$$

$$F(t) = a + \frac{b}{t},$$

$$F(t) = a + b \lg t + c \lg t^2.$$

Критерием точности подбора выравнивающей функции выступает R — индекс корреляции между действительными и расчетными значениями переменной. Абсолютные значения потребительского спроса на товары, на плановый период рассчитываются по уравнению:

$$\lg u_{ij} = \lg u_{i(j-1)} + Z_{ij},$$

$$u_{ij} = u_{i(j-1)} \operatorname{anti} \lg Z_{ij},$$

$$(i = 1, \ldots, n; \quad j = m^* + 1, \ldots, m).$$

IV. *Метод корректировки результатов расчета структуры потребительского спроса с учетом выхода на общий объем покупательных фондов населения*[3]. При расчете потребительского спроса определяем

$$\sum_{i=1}^{n} y_{ij} = T_{jp}; \quad (j = m^* + 1, \ldots, m), \quad \text{если} \quad T_{jp} \neq T_{j\,\text{пл}},$$

где T_{jp} — расчетный объем покупательных фондов населения,

$T_{j.\text{пл}}$ — плановый объем покупательных фондов.

Корректировка расчетных значений потребительского спроса на величину $(T_{jp} - T_{j.\text{пл}}) = C$ производится по всем товарам при условии сохранения выявленных тенденций изменения спроса на эти товары. Следовательно, нужно найти такие $\varphi_i (i = 1, \ldots, n)$, чтобы

а) $\sum_{i=1}^{n} \zeta i = l,$

б) $\varphi_i \leqslant v_i,$

в) $\varphi_i > 0,$

где v_i — коэффициент вариации i-го товара.

[3] Метод разработан совместно со старшим инженером Госплана УССР С. А. Капустиной.

Задача состоит в нахождении опорного решения системы (а) — (б). Ее можно решить, например, таким способом.

Весь объем товарооборота разбивается на две большие группы — продовольственные и непродовольственные товары.

$$\sum_{i=1}^{n} y_{ij} = T_{jp\ \text{прод}}$$

($i = 1,..,\ k$ — продовольственные товары), $j = m^* + 1,..., m$

$$\sum_{i=1}^{n} y_{ij} = T_{jp\ \text{непрод}}$$

($i = k + 1,....\ n$ — непродовольственные товары), $j = m^* + 1,.., m$

$$T_{jp} = T_{jp\,\text{прод}} + T_{jp\,\text{непрод}}\ (T_{j\,\text{пл}} - T_{jp}) = C.$$

Просчитав продовольственные и непродовольственные товары как один товар, найдем

$T^*_{jp\,\text{прод}}$ и $v_{\text{прод}}$ и

$T^*_{jp\,\text{непрод}}$ и $v_{\text{непрод}}$,

где v — коэффициент вариации.

$$T^*_{jp\,\text{прод}} - v_{\text{прод}} \leqslant T_{jp\,\text{прод}} \leqslant T^*_{jp\,\text{прод}} + v_{\text{прод}}$$

$$T^*_{jp\,\text{непрод}} - v_{\text{непрод}} \leqslant T_{jp\,\text{непрод}} \leqslant T^*_{jp\,\text{непрод}} + v_{\text{непрод}}.$$

Задача состоит в нахождении таких чисел τ и τ_2, чтобы

$$C = \tau_1 + \tau_2.$$

$$T^*_{jp\,\text{прод}} - v_{\text{прод}} \leqslant T_{jp\,\text{прод}} + \tau_1 \leqslant T^*_{jp\,\text{прод}} + v_{\text{прод}}$$

$$T^*_{jp\,\text{непрод}} - v_{\text{непрод}} \leqslant T_{jp\,\text{непрод}} + \tau_2 \leqslant T^*_{jp\,\text{непрод}} + v_{\text{непрод}}$$

Найдя τ_1 и τ_2, исходную задачу разделяем на две:

$$1)\sum_{i=1}^{n} \zeta i = \tau_1, \quad 2) \sum_{i=k+1}^{n} \zeta i = \tau_2,$$

$$\zeta i \leqslant v_i \quad i = 1, \ldots, k, \qquad \zeta i \leqslant v_i \quad i = k + 1, \ldots, n,$$

$$\zeta i > 0, \qquad \zeta i > 0.$$

Алгоритм решения этих задач сводится к следующему.

Находим $\frac{C}{\sum\limits_i v_i} = E$; $0 < E < 1$; так как $C < \sum\limits_i v_i$.

Принимаем $\varphi_i = v_i - E$.
Действительно, $\zeta i < v_i (E < 1)$,
$\zeta i > 0$.

$$\sum_i \zeta i = \sum_i \left(v_i \frac{C}{\sum\limits_i v_i} \right) = \frac{C}{\sum\limits_i v_i} \sum_i v_i = C.$$

V. *Метод корректировки расчета структуры потребительского спроса с учетом ограничений на дефицитные товары.* Допустим, что по g товарам даны ограничения на товарные ресурсы $Q_1, \ldots Q_g$, т. е. расчетные значения $y_{ijp} < Q_i$.

Предварительно все товары разбиваются на группы взаимозаменяемых товаров. Задача сводится к распределению $y_{ijp} - Q_i = C$ внутри соответствующей группы взаимозаменяемых товаров в зависимости от связи между дефицитным товаром и другими товарными группами.

Для определения связи используется коэффициент детерминации:

$$r^2 = \frac{\sum x^2 y^2}{\sum x^2 \sum y^2} = \frac{P^2}{\sigma_x^2 \sigma_y^2}, \qquad (6)$$

где x и y — отклонения значений количественных признаков от их арифметических средних;

$$P = \frac{\sum xy}{N}.$$

Теснота связи определяется между рядами $\bar{z}_{ij}$ или m'_{ij}, где m'_{ij} — отклонения от временно́го тренда изменения индекса продаж за счет прочих факторов

$$m_{ij} = z_{ij} - z_{ij}(t)$$

$$m'_{ij} = m_{ij} - m_{1ij},$$

где

$$m_{1ij} = a_1 l_{1j} + a_2 l_{2ij}.$$

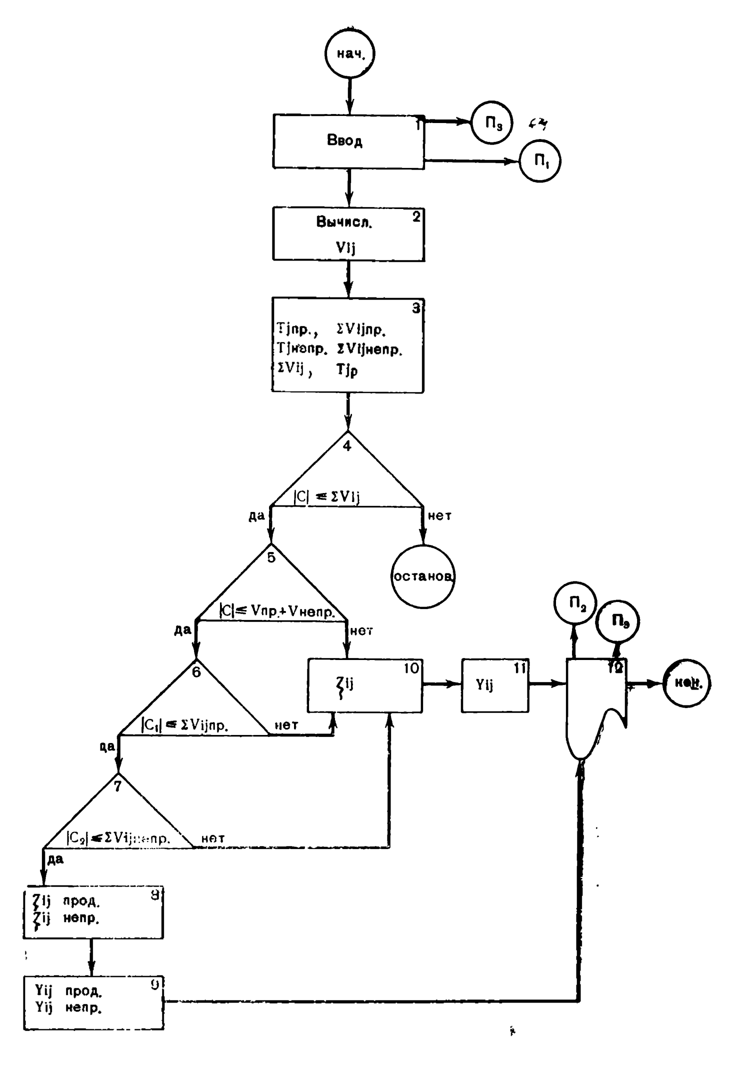


Рис. 1. Блок-схема программы

Затем величина распределяется между товарами соответствующей группы пропорционально коэффициентам детерминации.

Логическая схема алгоритма расчета структуры потребительского спроса, с учетом ограничений на общий объем покупательских фондов и товарные ресурсы по дефицитным товарам, дается в схеме (рис. 1).

■

А. И. ЧЕРНЫШ

ПРОГНОЗ ПОТРЕБИТЕЛЬСКОГО СПРОСА В БССР

План структуры розничного товарооборота, разрабатываемый Госпланом союзной республики, представляет собой массу наименований товаров, объединенных в однородные товарные группы. Каждая отдельная группа может состоять из сотен наименований товаров, отличающихся друг от друга некоторыми потребительными свойствами. Планирование розничного товарооборота по подробной неменклатуре в ассортименте, характеризующем товары по конкретным наименованиям, сортам и другим признакам, осуществляется главным образом организациями Министерства торговли.

Госплан союзной республики разрабатывает планы розничного товарооборота 30 продовольственных и 40 промышленных групп товаров, учитываемых статистическими органами.

Состав розничного товарооборота по товарным группам представляет сложное экономическое явление, на формирование которого оказывают влияние многочисленные социально-экономические, географические, морально-психологические и физиологические факторы. Важнейшие социально-экономические факторы — это общественно-политический строй с присущей ему экономической системой, уровень экономического развития страны по районам, национальный доход и формы его использования в процессе накопления и потребления; денежные доходы населения; уровень и соотношение розничных цен на различные товары; численность и социальный состав населения и другие.

Географические факторы: климат, природные ресурсы, рельеф местности и т. д.

К морально-психологическим и физиологическим факторам относятся, в частности, потребности и привычки населения, возникшие под воздействием природных и национально-исторических особенностей труда, быта и культуры; физиологические особенности организма людей, связанные с полом и возрастом, мода и реакции на ее изменения различных категорий населения.

Действие преобладающего числа факторов протекает одновременно, но каждый из них имеет свои особенности, которые в определенные периоды проявляются в различной степени и в конечном счете определяют значение данного фактора в числе всех других. В социально-экономической жизни все время возникают различные новые сочетания, комбинации факторов, воздействующие на производство и потребление, на формирование структуры розничного товарооборота. В практике планирования довольно сложно установить связь между разнообразными по своей природе факторами и принципами их взаимодействия. Еще более сложной является проблема учета взаимосвязанного влияния групп факторов на структуру розничного товарооборота в перспективе. Народнохозяйственное планирование как процесс социально-экономического воздействия на производство и народное потребление должно опираться на методы, с помощью которых устанавливается влияние на структуру товарооборота как отдельных факторов, так и их совокупности.

В настоящее время планирование структуры товарооборота опирается на анализ динамики спроса на товары и товарные группы, использование норм потребления продовольственных и промышленных товаров, а также учет возможностей производства и роста доходов населения. С помощью этих методов строится прогноз потребительского спроса по укрупненным группам товаров, т. е. определяются перспективы макроспроса.

Но применяемые методы имеют ряд существенных недостатков. Главный недостаток: в процессе планирования до настоящего времени еще не решена проблема форм и силы причинно-следственной связи между факторами, влияющими на формирование перспектив спроса и отдельными товарами и товарными группами. Особенности количественной связи между спросом и действующими факто-

рами при планировании структуры товарооборота или выявляются очень грубыми и субъективными методами или вовсе игнорируются.

В советской и зарубежной литературе появилось много работ, в которых изложены методы прогноза спроса и планирования фондов потребления на основе математического и статистического анализа накопленных обширных материалов о процессах и явлениях, имеющих место при формировании структуры потребления населения[1]. Методы математической статистики позволяют выявить и количественно измерить связь между вещественным спросом и отдельно действующими факторами, измерить совместное действие нескольких факторов и выразить их совокупное влияние в общем показателе.

Так, экономико-математическая модель взаимодействия вещественного спроса, дохода и цен устанавливает зависимость продажи отдельных товаров от общих размеров товарооборота и соотношений розничных цен.

Установление связи между этими признаками обычными способами чрезвычайно затруднено, так как расчет ведется по данным динамических рядов торговой статистики. Известно, что формирование потребительского спроса во времени происходит не только под влиянием доходов и цен, но также и таких факторов, как производство, экономическая политика, потребительские привычки, мода, особенности исторического развития и т. п. Так как эти факторы оказывают решающее влияние на образование общей тенденции (временнóго уровня) продажи товаров во времени, то отклонение от этого уровня вызвано неравномерным ростом доходов населения и колебаниями цен. Поэтому основная идея построения предложенной экономико-математической модели планирования потребительского спроса состоит в наиболее полном исключении временнóго фактора из динамических рядов исследуемых явлений[2].

Эта модель применена для определения перспектив спроса в Белорусской ССР на 1966—1970 гг. Рассмотрим модель прогноза спроса с двумя дезагрегированными факторами.

Исходная информация для расчетов модели структуры

[1] «Статистические изучения спроса и потребления». М., изд-во «Наука», 1966.

[2] См. ст. В. В. Швыркова «Математико-статистические модели прогноза спроса и потребления семей в СССР», помещенную в настоящем сборнике

товарооборота взята из материалов торговой статистики. Эта информация содержит следующие сведения:

а) розничная реализация товаров государственной торговли по 70 группам за период 1948—1965 годов в ценах соответствующих лет;

б) общая сумма розничного товарооборота за 1948—1965 гг., включая оборот предприятий общественного питания;

в) общий индекс розничных государственных цен государственной торговли и индексы государственных розничных цен по группам товаров за 1948—1965 гг.

Для определения структуры спроса на 1970 г. взяты данные о размерах розничного товарооборота республики по проекту Госплана БССР и проект индекса цен.

В общем виде операции по построению модели можно представить двумя этапами — начальным и заключительным. На начальном этапе находим зависимость товарооборота отдельного товара от трех факторов:

x_1 — общего товарооборота в текущих ценах;

x_2 — индивидуальных индексов цен по товару A;

x_3 — общего индекса (по всем товарам).

Влияние прочих факторов в модели учитывается на заключительном этапе с помощью коэффициента эволюции (временно́го тренда).

Зависимость между товарооборотом и указанными тремя факторами нелинейная. Для приведения ее к линейному виду все показатели логарифмируются:

$$\lg y; \quad \lg x; \quad \lg x_2; \quad \lg x_3.$$

В исходной информации товарооборот дан в текущих ценах. Для устранения дублирования влияния цен оборот пересчитывается в неизменные цены. Так, продажа товара A в постоянных ценах равна:

$$\lg y - \lg x_2 = u,$$

а общие размеры товарооборота в постоянных ценах равны:

$$\lg x_1 - \lg x_3 = v_1.$$

Определяется компаративный индекс цен:

$$\lg x_2 - \lg x_3 = v_2.$$

Модель строится не на основе самих значений товарооборота, а на основе приращения товарооборота. Это необ-

ходимо для того, чтобы уменьшить зависимость полученной связи принятых в расчет факторов от абсолютной величины товарооборота в каждом году. Основная идея построения динамической модели планирования структуры розничного товарооборота заключается в наиболее полном исключении конъюнктурного фактора из динамических рядов исследуемых явлений. Временнóй фактор (тренд) в данном случае включает многие факторы, а не только взятые нами товарооборот и цены.

В целях элиминирования влияния временнóго тренда на продажу товаров рассчитываются:

темпы (прирост) изменения продажи товара A за год, т. е.:

$$\bar{u}_t - u_{t-1} = z;$$

темпы изменения (прирост) общего товарооборота за год:

$$v_1(t) - v_1(t-1) = l_1;$$

темпы изменения (прирост) реального индекса цен за год:

$$v_2(t) - v_2(t-1) = l_2.$$

Модель принимает вид:

$$z_t = f_t[l_1(t); \quad l_2(t)] \text{ для каждого года.}$$

Однако для достижения поставленных целей нужно не определять f для каждого года, а возможно полнее исключить влияние конъюнктурного фактора из исследуемого ряда явлений. По вычисленным цепным индексам (z, l_1, l_2) рассчитываются временны́е тренды по уравнению прямой. Выравнивание производится от времени (t):

$$z(t), \quad l_1(t), \quad l_2(t).$$

Дополнительное элиминирование временнóго фактора производится вычислением отклонения эмпирических данных от выравненных:

$$z - z(t) = m,$$
$$l_1 - l_1(t) = s_1,$$
$$l_2 - l_2(t) = s_2.$$

Полученные отклонения s_1 и s_2 позволяют составить уравнение множественной регрессии, в котором временнóй фактор исключен.

Уравнение имеет вид:

$$m = a_1 s_1 + a_2 s_2, \tag{1}$$

где a_1 и a_2 — коэффициенты эластичности от товарооборота и цены.

Переход от статического уравнения множественной регрессии к динамическому производится путем введения коэффициента a_0, который представляет среднее отклонение z от m для всего периода.

Модель принимает вид:

$$z_t = a_0 + a_1 l_1(t) + a_2 l_2(t). \tag{2}$$

Рассчитываем теоретические значения z_t за 1948—1965 гг. Так как в нашей модели учтены не все факторы, то полученные значения отличаются от фактических.

Для того чтобы модель полнее подходила в действительности, вводим в нее временной эволюционирующий тренд в виде $a_3 t$, где t — время в годах.

Временной тренд рассчитывается по формуле:

$$a_3 = b_1 - b_2. \tag{3}$$

Параметры b_1 и b_2 вычисляются по уравнениям:

$$z = a_1 + b_2 t \quad \text{и}$$

$$z a_0 l_1 l_2 = a_2 + b_2 t.$$

В итоге модель принимает вид:

$$z a_0 l_1 l_2 = a_0 + a_1 l_1(t) + a_2 l_2(t) + a_3 t. \tag{4}$$

Расчеты на плановый период производятся следующим порядком:

а) определяется свободный член:

$$b_0 = \bar{z} - \bar{z} l_1 l_2, \tag{5}$$

$$b_0 = \bar{z} - (a_1 l_1) - (a_2 \bar{l}_2). \tag{6}$$

Если последний отчетный год — 1965, а планируемый — 1970 г., то $\bar{z}$ — это k, вычисленное на 1965 г. по уравнению:

$$k = a + b \lg t.$$

Цепные индексы l_1 и l_2 рассчитываются за период 1958—1970 годов (середина этого периода должна приходиться на последний год отчетного периода — 1965 г.);

б) далее рассчитываем $\bar{l}_1$ и $\bar{l}_2$ на плановый период (1966—1970 гг.);

в) рассчитываем $\bar{z}(b_0 l_1 l_2 t)$ на плановый период по данным (5), (7), (3):

$$\bar{z}(b_0 l_1 l_2 t) = b_0 + a_1 \bar{l}_1 + a_2 \bar{l}_2 + b_3 \bar{l}$$

(нулевое значение t приходится на середину планового периода 1966—1970 годов);

г) y — товарооборот товара A на 1970 г. рассчитывается по уравнению:

$$\lg y_{70} = \lg y_{65} + \bar{z} b_0 l_1 l_2 t + b_3 t_1,$$

где $t_1 = 5$ (1966—1970 гг.).

Математические программы решения этой задачи разработаны в Научно-исследовательском институте экономико-математических методов планирования при Госплане БССР для ЭВМ «Урал-4». Ниже приведены расчеты на ЭВМ структуры спроса, сделанные по пяти дезагрегированным факторам.

Таблица. **Результаты расчета спроса в БССР па некоторые группы товаров (в млн. руб.)***

	По отчету за 1965 г.	Расчет на ЭВМ				
		1966 г.	1967 г.	1968 г.	1969 г.	1970 г.
Мясо и птица	104,0	112,0	125,2	138,8	152,4	166,7
Масло животное	55,6	59,0	65,0	69,0	75,3	80,0
Сахар	120,1	131,5	139,0	144,8	149,4	153,8
Хлеб и хлебобулочные изделия	324,13	335,8	350,4	375,0	391,1	407,4
Картофель	13,5	14,5	15,2	16,0	16,7	17,6
Овощи	24,8	26,1	30,4	35,2	40,2	46,4
Хлопчатобумажные ткани	61,7	64,0	62,9	62,6	61,0	59,4
Швейные товары	293,5	315,0	347,0	379,6	413,1	450,2
Трикотажные изделия	101,2	131,8	168,2	206,2	249,6	301,2
Обувь кожаная и комбинированная	149,6	172,0	195,5	220,4	247,3	276,8
Мебель	59,6	68,1	92,6	107,3	115,5	122,5
Швейные машины	3,8	3,6	3,5	3,3	3,1	2,9

* Плановая номенклатура розничного товарооборота БССР состоит из 63 групп товаров, в том числе 29 — продовольственных и 34 — непродовольственных.

Полученные отчетные данные о составе розничного оборота за 1966 г. показали расхождение с рассчитанной на ЭВМ плановой структурой в пределах 3—4%. Огромное преимущество новой методики заключается в возможностях быстрого внесения коррективов в план с учетом изменений роста доходов, изменения цен и других факторов.

■

Т. С. ШВЫРКОВА

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА СЕЗОННОСТИ ПОТРЕБЛЕНИЯ СЕМЕЙ И МОДЕЛИ ВНУТРИГОДИЧНЫХ КОЛЕБАНИЙ

Исследование сезонности потребления, анализ ее закономерностей имеют большое значение для практики коммунистического строительства.

С ростом уровня жизни населения, повышения насыщенности рынка товарами внутригодичные колебания приобретают форму устойчивых динамических закономерностей.

Математико-статистические методы анализа сезонности потребления. На формирование динамических рядов потребления влияют: общая тенденция развития, сезонные колебания и случайные колебания.

Общая тенденция развития ряда динамики может быть выражена в виде некоторой математической функции в результате аналитического выравнивания эмпирических данных. Метод аналитического выравнивания позволяет заменить эмпирический ряд динамики условным математическим уравнением, наиболее правильно отражающим общую тенденцию развития явления.

В зависимости от характера ряда эмпирические данные могут быть выравнены по прямой, параболе второго, третьего порядка или по показательным кривым (логистическая кривая и кривая Гомперца).

Выравнивание по прямой применяется в том случае, когда увеличение или уменьшение эмпирических значе-

ний признака происходит в среднем на одинаковую величину за равные промежутки времени.

Однако очень часто в развитии явления наступает перелом из-за возникновения новых условий. Прямолинейный уровень не может уловить этих изменений, он будет их скрадывать. В таком случае задача иногда может быть решена путем разбивки динамического ряда на отдельные участки, каждый из которых выравнивается по уравнению прямой.

В большинстве случаев такие динамические ряды целесообразно выравнивать с помощью параболы второго порядка:

$$y_x = a + bx + cx^2.$$

Широко используются и показательные функции для выравнивания динамических рядов потребления. Каждая из них имеет свои отличительные особенности и конкретные области применения. Так, например, логистическая кривая или кривая роста Перла-Рида представляет собой модифицированную геометрическую прогрессию, в которой возрастание затухает по мере приближения к некоторому пределу, ассимптоте:

$$y_x = \frac{1}{a + bc^x}.$$

Большое распространение получила также кривая Гомперца:

$$y_x = ab^{c^x}$$

или

$$\lg y_x = \lg a + (\lg b)\, c^x.$$

Она применяется в тех случаях, когда абсолютное приращение значений динамического ряда постепенно уменьшается (затухающий прирост), но процесс роста продолжается.

Известна и преобразованная показательная кривая вида:

$$y_x = ab^x - c.$$

Вычисленные значения этой функции составляют геометрическую прогрессию.

Подбор математического уравнения, наиболее точно выражающего развитие динамического ряда, производится

на основании логических или формально-математических соображений.

Обычно формулируются следующие математические принципы подбора функции [1]:

а) если связь между логарифмами x и y прямолинейная, то выравнивание динамического ряда необходимо производить по степенному уравнению:

$$y_x = a x^b$$

или

$$\lg y_x = a \cdot b \lg x;$$

б) если эмпирические значения ряда (x) образуют арифметическую прогрессию, а соответствующие значения (y) — геометрическую, то зависимость между x и y выражается показательным уравнением:

$$y_x = ab^x$$

или

$$\lg y_x = \lg a + x \lg b;$$

в) если значениям x, расположенным в геометрической прогрессии, будут соответствовать эмпирические данные y также в геометрической прогрессии, то зависимость между x и y предлагается выражать степенным уравнением:

$$y_x = ax^b;$$

г) если значения x расположены в порядке арифметической прогрессии, первые разности функции (y) постоянны, а вторые равны нулю, то связь между переменными целесообразно выражать уравнением прямой;

д) если вторые разности постоянны, а третьи равны нулю, то эмпирические данные ряда динамики выравниваются по параболе второго порядка. Из приведенных частных случаев можно сделать общий вывод: если n разности ряда постоянные, то связь между y и x может быть выражена уравнением параболы n степени

$$y_x = a + bx + cx^2 + \cdots + yx^n.$$

Логические принципы подбора определяются целью выравнивания. Наиболее сложно решается вопрос, когда

[1] Ф. Миллс. Статистические методы. Госстатиздат, 1958.

предполагается использовать уравнение для экстраполяции. Экстраполяция уровня возможна лишь по тем уравнениям, которые правильно отражают законы развития явления. Трудно предугадать наличие или отсутствие тех или иных факторов, которые будут в дальнейшем действовать на формирование уровня. Экстраполяция на отдаленные даты в большей мере подвержена ошибкам, чем на ближайшие годы. Отсюда необходим подбор более устойчивых функций и пересмотр экстраполируемого уровня по мере получения новых данных.

Исследователями этого вопроса (например, К. Карстеном) установлено, что наиболее устойчивы такие функции, которые имеют одинаковую норму относительного изменения в сравнении с явлениями, тоже характеризующимися одинаковой абсолютной величиной изменений. Сюда относятся полулогарифмические уравнения, экстраполяция по ним дает наименьшие ошибки.

Общую тенденцию ряда динамики можно определить и простым методом механического сглаживания[2]. Сглаживание производится либо по двум членам ряда или способом скользящей средней, в котором участвуют все члены ряда.

При механическом сглаживании определяется средняя скорость прироста:

$$\bar{k} = \frac{y_n - y_1}{n - 1},$$

где

$\bar{k}$ — средняя скорость прироста,
y_1 — первый член ряда динамики,
y_n — последний член ряда динамики,
n — число членов ряда динамики.

Расчет сглаженных членов ряда динамики производится по формуле

$$\dot{y}_n = y_1 + \bar{k}(n - 1).$$

Общая тенденция динамического ряда может определяться и по способу скользящей (подвижной) средней. Этот способ точнее, так как при сглаживании эмпирических данных участвуют все члены ряда. Промежуток

[2] П. П. Маслов. Статистика. М., 1955.

сглаживания может состоять из нечетного и четного числа членов ряда. В зависимости от этого меняется и техника сглаживания ряда динамики.

Применение этого метода уменьшает теоретический ряд на число членов в интервале сглаживания.

Для восстановления потерянных членов в теоретическом ряду прибегают к дополнительному сглаживанию крайних членов эмпирического ряда. Промежутки дополнительного сглаживания всегда меньше первоначального.

С увеличением промежутка сглаживания методом скользящей средней возрастает плавность выравненного ряда.

Выбору интервала сглаживания всегда должен быть предпослан конкретный экономический анализ. Существенную помощь исследователю в этом вопросе может оказать составление диаграммы. Диаграмма показывает общую тенденцию ряда и наличие сезонных колебаний.

При выборе интервала сглаживания следует принимать во внимание следующие особенности, присущие методу скользящей средней:

а) если значения ряда колеблются около его общей тенденции развития, то при неизменности периода колебания и его величины промежуток сглаживания должен быть равным или кратным периоду колебаний. Если периоды колебаний непостоянны, то промежуток сглаживания следует брать равным среднему периоду колебаний. Если промежуток сглаживания не будет равным или кратным периоду колебаний, то сглаженный ряд не сможет правильно характеризовать общую тенденцию ряда.

В этом случае будет получен не плавный уровень, а новый ряд с тем же периодом, но с более слабыми колебаниями;

б) сглаживая ряд динамики способом скользящей средней, предполагается, что колебания вокруг его уровня взаимно погашаются, а общая тенденция эмпирического ряда может быть представлена прямой линией. Иначе обстоит дело, если ряд динамики не является линейным. В этом случае сглаженный ряд методом скользящей средней может исказить общую тенденцию развития эмпирического ряда. Причем искажение действительного уровня увеличивается по мере возрастания промежутка сглаживания и отклонения общей тенденции движения ряда динамики от линейного уровня. Искажение проявляется

двояко в зависимости от общей тенденции эмпирического ряда.

Так, например, если общая тенденция ряда имеет усиливающийся спад или подъем, то значения сглаженного ряда преувеличивают действительный уровень ряда динамики. Для того чтобы избежать искажения действительного уровня ряда, предлагается сглаживать не натуральные величины, а логарифмы эмпирических данных [3].

Если общая тенденция ряда имеет затухающий спад или рост, то значения сглаженного ряда преуменьшают действительный уровень ряда динамики.

Известен и второй случай искажения уровня динамического ряда при сглаживании, когда значения сглаженного ряда преуменьшают действительный уровень ряда динамики.

Где общий уровень ряда динамики не имеет постоянной тенденции усиливающего или затухающего спада (роста), искажение его крайне незначительно. Например, при сглаживании динамических рядов потребления за 8 лет (1952—1959 гг.) искажение действительного уровня не достигало даже 1% (см. табл. 1).

Из приведенных данных видно, что наибольшее искажение действительного уровня ряда наблюдается по фруктам (0,11), маслу животному (0,084) и валяной обуви (0,087).

Внутригодичные колебания образуются в результате действия постоянных (например, смена времен года) и случайных факторов. Совокупное влияние постоянно действующих факторов образует сезонные колебания.

В статистике известно много методов исследования сезонных колебаний.

Основными являются: метод простых средних, метод относительных чисел, метод Персонса, метод расчета сезонных волн от уровня, вычисленного способами аналитического выравнивания или подвижной (скользящей) средней.

Метод простых средних для расчета сезонных волн применяется тогда, когда в рядах динамики отсутствует общая тенденция роста или спада.

Применение уже этого простейшего метода расчета сезонной волны позволяет в какой-то степени нейтрализо-

[3] A. Waugh. Elements of statistical method. N. Y., 1943

Таблица 1. **Ошибка сглаживания методом скользящей средней**

	Сглаживание эмпирического ряда по скользящей средней с периодом (по кварталам)	Алгебраическая сумма линейных отклонений эмпирических членов ряда от сглаженных значений ряда	% к абсолютной сумме всех отклонений
Хлеб пшеничный (из сортовой муки)	8	+361	+0,0630
Картофель	12	—377	—0,0140
Мясо, птица, дичь . .	12	—91	—0,0015
Молоко	12	—400	—0,0080
Масло животное . . .	8	+67	+0,0841
» растительное . .	8	—2,0	—0,0019
Яйца	8	+3,1	+0,0199
Рыба	16	+211	+0,0466
Сахар	16	+116	+0,0455
Кондитерские изделия	16	+12	+0,0063
Овощи, бахчевые . . .	12	+1378	+0,0213
Фрукты (свежие) . . .	16	—1813	—0,1060
Шерстяные ткани . . .	8	+0,03	+0,0811
Шелковые ткани . . .	8	+0,20	+0,0714
Кожаная обувь	8	—0,01	—0,0319
Валяная обувь	8	—0,01	—0,0869

вать случайные колебания, имеющие место в исследуемом периоде.

Однако при всей своей простоте (что является достоинством данного метода) использование метода простых средних очень ограниченно. Если за рассматриваемый период потребление равномерно повышалось или понижалось, то данный способ вычисления средних показателей не даст точного определения амплитуды сезонных колебаний. Последние включают в себя не только сезонные колебания, но и общую тенденцию роста или спада ряда динамики.

Расчет сезонной волны по методу относительных величин также основан на применении простых средних. Отличается же он от предыдущего метода тем, что, кроме расчета сезонной волны, учитывает сдвиг сезонных колебаний под влиянием изменения общей тенденции ряда.

Сезонная волна исчисляется как отношение преобразованных (базисные индексы) сезонных колебаний к годовой средней. Иногда предполагается, что развитие ряда динамики происходит по прямой линии или в лучшем случае по сложным процентам[4]. Однако в действительности изменение общей тенденции ряда динамики очень часто принимает другие формы. Вот почему расчету сезонной волны должно предшествовать определение и элиминирование общей тенденции ряда динамики.

Для элиминирования влияния сдвигов в рядах динамики на сезонную волну применяется метод подвижной (скользящей) средней и метод аналитического выравнивания.

Первый из этих методов является наиболее простым, но менее точным.

Второй метод (метод аналитического выравнивания) наиболее сложен. Сезонные или внутригодичные колебания вычисляются по отклонениям эмпирического ряда от плавного уровня, принятого за 100. Далее обычным методом рассчитываются средние сезонные колебания для каждого месяца. По ним и вычисляется сезонная волна. Существует несколько способов расчета сезонных волн по относительным сезонным колебаниям: расчет сезонной волны по средней арифметической, из центральных членов ряда по средней арифметической, расчет сезонной волны по медиане.

Сезонная волна, рассчитанная методом средней арифметической, очень чувствительна к случайным колебаниям. Точность расчета сезонной волны можно повысить, если ее рассчитывать как среднюю арифметическую из центральных членов ряда. Для этого из относительных сезонных колебаний, выписанных в возрастающем или убывающем порядке по величине колеблемости, исключаются крайние члены ряда, в которых величина сезонных колебаний чрезмерно высока или низка под влиянием случайных причин.

Сезонная волна, рассчитанная по центральным членам ряда, будет более надежной по сравнению с сезонной волной, рассчитанной по всем членам ряда.

Иногда в целях элиминирования влияния случайных факторов сезонную волну рассчитывают по медиане.

[4] П. А. Вихляев. Очерки теоретической статистики. М., 1928.

Однако сезонная волна, вычисленная по медиане, имеет свои недостатки. На нее значительно сильнее влияет число членов ряда, так как при его изменении меняется и медиана.

Известны и другие способы расчета сезонной волны, например, графический на полулогарифмической сетке[5]. Однако они не получили сколько-нибудь широкого распространения.

Даже в устойчиво выраженных сезонных колебаниях наблюдаются отклонения, возникающие под влиянием случайных факторов (неурожай, стихийные бедствия, перебои в торговле и т. д.). Эти факторы изменяют характер сезонных колебаний, а следовательно, и сезонную волну. Задача исследователя — очистить сезонные колебания от случайных изменений. Следует иметь в виду, что определение общей тенденции ряда динамики и расчет сезонной волны желательно производить только после элиминирования случайных колебаний.

Случайные колебания иногда удается элиминировать методом скользящей средней. В этом случае сглаженный эмпирический ряд должен включать в себя уровень и сезонную волну, отбрасывая только случайные колебания. Это достигается сглаживанием ряда динамики по скользящей средней, промежуток которой меньше периода колебания сезонной волны. Но так как сглаженный ряд имеет при этом явно нелинейный характер, то он содержит и постоянную ошибку скользящей средней.

Известен и другой метод элиминирования случайных колебаний, исключающий подобную систематическую ошибку. Это метод меняющихся разностей Г. Тинтнера[6].

Он удачно сочетает в себе элементы сглаживания по скользящей средней с аналитическим выравниванием. Метод меняющихся разностей Г. Тинтнера предполагает, что всякий динамический ряд состоит в основном из двух частей: математического ожидания, под которым подразумевается плавный уровень ряда вычислений по полиному, и случайных элементов.

Кратко поясним технику расчета по данному методу. Например, по первым 5 значениям динамического ряда за январь рассчитаем уравнение прямой методом наи-

[5] W. A. Spurr, L. S. Kellogg, J. H. Smith. Business and economic statistics. Homerwod, 1945.

[6] G. Tintner. The variate difference method. Bloomington, 1940.

меньших квадратов. Срединное значение выравненного ряда отнесем к 3 члену ряда. Затем по следующим 5 членам ряда, начиная со второго и кончая шестым, также рассчитывают прямую по способу наименьших квадратов. Срединное значение этого выравненного ряда относят к четвертому члену ряда и т. д. Таким образом, получают сглаженные значения ряда. Точно так же поступают и при сглаживании динамического ряда по параболе II порядка, III порядка и т. д. Весь процесс такого сглаживания значительно упрощается, если воспользоваться весами Шеппарда.

Закономерности сезонных колебаний в потреблении семей. Внутригодичные и сезонные колебания потребления семей образуются под влиянием таких факторов, как климатический, бытовой, физиологический, экономический. Данная классификация носит условный характер, так как трудно отделить влияние одного фактора от другого.

Влияние климатического фактора на образование сезонных волн распространяется почти на все предметы потребления и тесно переплетается с другими факторами. Под влиянием климатического фактора (смена времен года) потребление овощей и фруктов резко увеличивается в летние месяцы. Потребление сладостей и винно-водочных изделий возрастает по праздникам (бытовой фактор). В холодное время года организму требуются более высококалорийные продукты питания. Поэтому мясо и масло потребляются больше зимой (физиологический фактор). Рост сезонных цен на овощи и фрукты зимой вызывает сокращение их потребления в этот период, а повышение уровня материального благосостояния семей приводит к увеличению зимнего потребления этих продуктов питания (экономический фактор).

Климат, потребительские привычки, физиология человеческого организма, как известно, меняются в динамике очень медленно. Следовательно, влияние климатического, бытового и физиологического факторов на потребление семей почти не изменяется, если, разумеется, не брать очень большие промежутки времени. Иначе обстоит дело с экономическим фактором. Влияние его на формирование внутригодичных колебаний потребления постоянно изменяется с увеличением производства продуктов питания, насыщением рынка товарами.

С насыщением рынка товарами изменяется конфигурация сезонных волн потребления, происходит смещение сезонной волны и уменьшение ее колеблемости.

Большое влияние на сезонность потребления продуктов питания оказывает доход семьи (экономический фактор). Исследования показали, что при повышении уровня дохода сезонная волна потребления ценных продуктов питания сглаживается (см. табл. 2). Семьи с высоким

Таблица 2. Показатели колеблемости сезонных волн расходов на покупку продуктов питания

	Москва 1958 г.		Московская область 1959 г.	
	семьи рабочих		семьи колхозников	
	с низким доходом	с высоким доходом	с низким доходом	с высоким доходом
Мясо	16,4	10,0	43,8	34,9
Масло животное	9,6	6,0	26,9	11,4
Сахар	9,2	9,1	8,9	8,0
Конфеты и сладости	14,4	9,9	13,1	10,7
Вино и водка	24,6	18,1	36,5	22,0
Мука и мучные продукты	2,7	7,7	13,6	31,8
Фрукты	42,2	30,8	106,1	96,1
Яйца	41,2	40,3	91,5	84,3
Овощи	57,0	60,1	26,5	22,9
Картофель	6,4	14,8	10,1	17,0

доходом потребляют такие продукты, как мясо, сахар, кондитерские изделия, более равномерно в течение года, чем семьи с низким доходом. Исключение составляют мука и мучные продукты. С ростом дохода сезонная волна муки и мучных продуктов не сглаживается, а, наоборот, увеличивается. В семьях с низким доходом эти продукты питания потребляются более равномерно, чем в семьях с высоким доходом. Данная картина наблюдается как в семьях рабочих, так и колхозников.

Сглаживание сезонных волн потребления основных продуктов питания с увеличением дохода семьи дает основание полагать, что и в динамике с повышением уров-

ня материального благосостояния народа сезонные волны потребления постоянно сглаживаются.

Динамический анализ сезонных волн потребления продовольственных товаров показывает тенденцию сглаживания колеблемости сезонной волны по основным продуктам питания. Исключение составляют хлеб и мучные продукты (табл. 3).

Таблица 3. **Показатели колеблемости сезонных волн потребления**

	Семьи рабочих		Семьи колхозников	
	1952—1955 гг.	1956—1963 гг.	1952—1955 гг.	1956—1963 гг.
Хлеб и хлебопродукты	3,9	3,8		
Картофель	11,3	8,5	11,9	9,5
Овощи	54,3	41,4	47,8	40,0
Фрукты	79,0	59,3	134,0	108,1
Молоко	30,5	24,5	42,6	41,1
Яйца	73,1	70,5	79,8	74,5
Мясо, птица, дичь	28,7	25,4	51,2	49,5
Масло животное	9,5	6,8	—	—

Уменьшение колеблемости сезонной волны свидетельствует о более равномерном и полном удовлетворении потребительского спроса трудящихся. Однако следует заметить, что с повышением уровня жизни народа полного сглаживания сезонных волн потребления достичь нельзя, так как помимо экономических факторов на потребление оказывают влияние и другие факторы: климатический, физиологический и бытовой.

Тенденция к сглаживанию сезонных волн потребления продуктов питания в динамике объясняется следующими основными причинами:

а) ростом производства предметов потребления, насыщенностью рынка товарами, увеличением числа складских помещений;

б) повышением материального и культурного уровня жизни трудящихся в результате роста заработной платы и снижения уровня цен;

в) более равномерным поступлением доходов в бюджет семей;

г) увеличением доли расходов на общественное питание (в общественном питании колеблемость сезонных волн потребления ниже, чем в госторговле).

Характер сглаживания сезонных волн потребления в динамике можно проиллюстрировать коэффициентами эластичности сезонных колебаний в зависимости от увеличения потребления на 1%. Коэффициенты эластичности сезонных колебаний, рассчитанные по уравнению прямой за 8-летний период, по бюджетам рабочих семей следующие:

	Квартал I	Квартал II	Квартал III	Квартал IV
Фрукты свежие	0,31	—0,12	—0,44	0,03
Виноград	0,18	—0,03	0,02	—0,04
Овощи и бахчевые	0,70	1,10	—0,29	—0,18
Картофель	—0,12	—0,71	0,28	0,53
Капуста	0,43	1,14	0,44	0,18
Молоко (свежее и квашеное)	0,43	—0,10	—0,12	0,39
Яйца	0,73	—0,18	0,18	0,64

Модели внутригодичных колебаний. Динамический анализ внутригодичных колебаний потребления позволил установить ряд закономерностей, которые могут быть использованы в перспективных расчетах сезонных волн потребления. Сезонные волны потребления продуктов питания можно рассчитать на перспективу методом экстраполяции. С этой целью тенденцию сглаживания внутригодичных колебаний надо выравнивать или от времени или от уровня потребления. Связь между внутригодичной колеблемостью и временем или уровнем потребления продуктов питания устанавливается методом аналитического выравнивания.

Вид динамической модели внутригодичного потребления определяется в зависимости от выбора аргумента (время, уровень потребления). Следует заметить, что экстраполяция сезонных колебаний по этим видам моделей производится только после оценки существенности внутригодичных изменений потребления за прошлый период. Если изменения внутригодичных колебаний возникли под влиянием пертурбационных факторов, то экстраполяция их не имеет смысла.

Рассмотрим каждый из видов моделей. Выравнивание внутригодичных колебаний потребления (y) в зависимости от времени (x) желательно производить по гиперболе типа

$$y = a + \frac{b}{x + c}. \qquad (1)$$

Применяя уравнение (1), предполагается, что потребление увеличивается не бесконечно, а до определенного предела. Такая гипотеза вполне логична и законна. Однако у данной динамической модели внутригодичного потребления имеются недостатки. По ее математическим свойствам общая тенденция роста за прошлый период механически переносится на будущее.

Наиболее целесообразно производить расчет сезонных волн на перспективу по динамической модели внутригодичных колебаний в зависимости от уровня потребления. Эта модель учитывает влияние экономических факторов, зависящих от предложения. Внутригодичные колебания, вычисленные в процентах к уровню потребления (x), примем за функцию (y). Связь между сезонными колебаниями и размером потребления выразим гиперболой типа (1). Преимущество этой модели в том, что темпы изменения потребления прошлого периода не переносятся механически на будущий период. Однако ей присуща некоторая условность. Модель построена с учетом того, что характер тенденции сглаживания или увеличения сезонных волн в зависимости от уровня потребления за прошлый период сохранится и в будущем.

Экстраполяция внутригодичных колебаний по гиперболе позволяет производить расчеты на длительный период времени. Для текущего планирования, когда уровень потребления не меняется резко, можно вместо гиперболы применить уравнение прямой. Так, нами была установлена связь между сезонными колебаниями (y) и уровнем потребления яиц (x) в I квартале в виде уравнения прямой:

$$y_x = 7{,}63 + 3{,}63\ x.$$

Аналогично были вычислены параметры уравнения прямой сезонных колебаний II, III и IV кварталов

$$y_{\mathrm{II}} = 244{,}65 - 4{,}49x,$$
$$y_{\mathrm{III}} = 138{,}71 + 1{,}18x,$$
$$y_{\mathrm{IV}} = 28{,}22 + 0{,}21x.$$

После определения параметров уравнений можно вычислить и коэффициенты эластичности сезонных колебаний в зависимости от уровня потребления. Как известно, коэффициенты эластичности сезонных колебаний показывают процентное изменение сезонных колебаний с увеличением уровня потребления на 1%. Так, коэффициент эластичности сезонных колебаний потребления для I квартала был равен 0,73, для II квартала — 0,18, для III квартала + 0,18, а для IV квартала + 0,64. Это значит, что с увеличением уровня потребления яиц на 1% сезонные колебания в первом квартале увеличиваются на 0,73%, во втором квартале снижаются на 0,18%, в III квартале увеличиваются на 0,18%, а в IV квартале увеличиваются на 0,64%.

Коэффициенты эластичности сезонных колебаний могут быть использованы только в текущем планировании для расчета сезонных волн потребления. Для перспективных расчетов сезонных волн, когда уровень потребления меняется резко, применимы методы экстраполяции потребления.

Рассчитаем сезонную волну потребления яиц для планового года методом экстраполяции по заданному уровню потребления (табл. 4). Экстраполяцию произведем по уравнению прямой.

Таблица 4. **Расчет сезонной волны потребления яиц и ее колеблемости на плановый период**

Квартал	Коэффициенты линии регрессии $y = a + bx$ (8 лет)		Сезонные колебания, рассчитанные по уравнению $y = a + bx$		Сезонная волна потребления яиц	
	a	b	отчет	план	отчет	план
I	7,63	3,63	41,75	47,56	39,51	44,88
II	244,65	−4,49	197,51	190,77	186,92	180,02
III	138,71	1,18	152,45	154,11	144,28	145,43
IV	28,22	0,21	30,94	31,44	29,29	29,67
Итого	—	—	—	—	400	400

Показатель колеблемости сезонной волны потребления будет равен по отчету 67,4 по плану — 64,2.

Вначале сезонные колебания потребления яиц выравниваются по кварталам за 8 лет отчетного периода. Затем методом экстраполяции вычисляются сезонные колебания для планового года по заданным значениям уровня потребления яиц и только после этих вычислений рассчитывается сезонная волна потребления и определяется ее колеблемость.

Приведенные вычисления показывают сглаживание сезонной волны потребления яиц. Так, колеблемость сезонной волны в отчетном году была равна 67,4%, а в плановом — 64,2%. Процесс сглаживания сезонной волны характеризуется увеличением потребления яиц в несезонное время года, т. е. в I и IV кварталах и уменьшением потребления яиц в сезон (II квартал). А так как цены на яйца в течение года непостоянные, то средняя цена за год должна меняться. Расчет средней цены на яйца с учетом изменения конфигурации сезонной волны потребления приведен ниже:

Кварталы	Цена 100 шт., руб.	Сезонные волны	
		отчетные	плановые
I	8,46	39,51	44,88
II	7,21	186,92	180,02
III	7,21	144,28	145,43
IV	8,46	29,29	29,67
Средняя цена за год	—	7,42	7,44

Данные таблицы показывают, что средние цены на яйца за год увеличатся в результате сглаживания сезонной волны потребления при условии, что цены на яйца в плановом году останутся на уровне цен отчетного года. При этом условии рост цен зависит от интенсивности процесса сглаживания. При слабом сглаживании сезонной волны рост цен почти незаметен. Так, по нашим расчетам, средняя цена яиц (100 шт.) в плановом периоде увеличилась на 2 коп. по сравнению с отчетным годом.

Мы рассмотрели экономико-математическую модель прогнозирования сезонных волн потребления на перспективу по заданному уровню потребления на плановый период. Однако сезонные волны покупок могут быть определены путем расчета потребления по месяцам года при заданном доходе и ценах на плановый период.

Эта задача решается в шесть этапов.

I. Расчет потребления семей за год в зависимости от доходов, цен и прочих факторов [7].

II. Расчет сезонной волны потребления по вычисленному уровню потребления планового периода.

III. Расчет сезонной волны доходов на плановый период.

IV. Расчет сезонных индексов цен. Индекс цены за год вычисляется взвешенным по сезонной волне потребления. Соответствие между заданным индексом цены на плановый год и месячными индексами цен достигается методом последовательных изменений последних.

V. Плановый расчет потребления по месяцам по заданным показателям доходов, цен и прочих факторов.

VI. Уточненный вариант сезонной волны потребления на плановый период.

Наиболее сложными в методологическом плане являются расчеты пятого этапа. Рассмотрим их более подробно.

Исходной информацией являются динамические ряды продажи товаров на душу населения по месяцам (y), душевого дохода в текущих ценах (x_1), индивидуальный индекс цен данного товара (x_2) и общий индекс цен по всем товарам (x_3) .

Для измерения влияния дохода и цен исходная информация пересчитывается в сопоставимые цены и определяются

$u = \frac{y}{x_2}$ — данные о продаже товара в постоянных ценах,

$v_1 = \frac{x_1}{x_2}$ — душевой доход в постоянных ценах,

$v_2 = \frac{x_2}{x_3}$ — реальный индекс цены.

В целях уменьшения автокорреляции в динамическом ряду и построения модели цепным методом исходные данные логарифмируются и определяются первые разности

$$z_i = \lg u_i - \lg u_{i-1},$$
$$l_{1(i)} = \lg v_{1(i)} - \lg v_{1(i-1)},$$
$$l_{2(i)} = \lg v_{2(i)} - \lg v_{2(i-1)}.$$

[7] Расчет производится методом, описанным на стр. 28—41 настоящего сборника.

Цепные индексы продаж (z_i) изменяются как под влиянием учтенных факторов (доход, цены), так и под влиянием прочих факторов (экономическая политика, производство, мода, потребительские привычки).

Естественно предположить, что группа прочих факторов оказывает существенное влияние на образование общей тенденции (тренда) цепных индексов продаж ($z(t)$). В образовании тренда участвуют также доход и реальный индекс цены в виде общей тенденции развития $l_1(t)$ и $l_2(t)$.

По цепным индексам z_1, l_1, l_2 определяются линейные временны́е тренды

$$z(t), \quad l_1(t) \text{ и } l_2(t).$$

Элиминирование влияния прочих факторов на цепные индексы продаж (z) производится путем исключения временно́го тренда

$$z_i - z(t_i) = m,$$

где эти отклонения образуются под влиянием колебаний дохода и цен

$$l_{1(i)} - l_1(t_i) = s_{1(i)},$$

$$l_{2(i)} - l_2(t_i) = s_{2(i)}.$$

По отклонениям m_1, s_1, s_2 составляется уравнение множественной регрессии

$$m = a_1 s_1 + a_2 s_2.$$

Параметры уравнения a_1 и a_2 являются чистыми коэффициентами эластичности от дохода и цены.

Уравнение запишем в обозначениях z_1, l_1 и l_2:

$$z - z(t) = a_1 [l_1 - l_1(t)] + a_2 [l_2 - l_2(t)]$$

или

$$z = z(t) - a_1 l_1(t) - a_2 l_2(t) + a_1 l_1 + a_2 l_2.$$

Абсолютные значения продаж товаров на плановый период определяются по уравнению

$$\lg u_{t-1} = \lg u_t + z.$$

После определения на плановый период абсолютных значений потребления семей по месяцам года можно рассчитать и сезонные волны.

Экономико-математическое моделирование внутригодичных колебаний потребления семей предложенным методом повышает точность и обоснованность плановых расчетов потребления по месяцам, а также может быть применено для определения сезонных цен на товары.

■

В. Д. ГРИБОВ

ОПЫТ ПЛАНОВОГО РАСЧЕТА СПРОСА НА БЫТОВЫЕ УСЛУГИ ПО ДАННЫМ СПЛОШНОЙ ОТЧЕТНОСТИ

Для того чтобы полнее удовлетворить спрос населения на бытовые услуги в предстоящие годы, необходимо в первую очередь знать объем предполагаемого спроса. Для этого надо тщательно изучать все закономерности и факторы, формирующие спрос на услуги.

Изучив спрос в прошлом периоде и определив его изменения в будущем, можно с достаточной обоснованностью определить вероятный спрос на услуги на предстоящий период. Рассчитанный объем спроса сможет служить научно обоснованной базой для планирования.

В настоящее время такая база практически отсутствует. Задания по бытовым услугам планирующие органы устанавливают на основе достигнутого уровня и проектируемого темпа роста, который во многих случаях не содержит объективных экономических обоснований.

Научная основа определения объема и структуры спроса бытовых услуг позволит более рационально и обоснованно решать вопросы планирования капитальных вложений по отраслям бытового обслуживания, определения оптимальных мощностей предприятий и их целесообразного размещения, определения темпов и пропорций развития отдельных отраслей бытового обслуживания. Это особенно важно при высоких темпах развития бытового обслуживания за последние годы. Рост объема промышленных видов услуг по СССР за 1960—1965 гг. следующий (1960 г. = 100%):

Год	Объем услуг, млн. руб. *	Индекс роста объема услуг, %	Год	Объем услуг, млн. руб. *	Индекс роста объема услуг, %
1960	702,0	100,0	1963	931,0	132,6
1961	750,0	106,8	1964	1102,0	157,0
1962	871,0	124,0	1965	1330,0	189,0

* В оптовых ценах предприятия на 1 июля 1955 г. без налога с нетоварных операций.

За пять лет объем бытовых услуг вырос почти в 1,9 раза. Еще быстрее будет развиваться бытовое обслуживание населения в текущем пятилетии. За 1966—1970 гг. объем услуг, оказываемый населению страны, увеличится в 2,5 раза, в сельской местности в 3 раза.

Как же определить спрос на услуги на плановый период?

Обычно для анализа спроса как исходную информацию используют бюджетные данные и данные сплошной отчетности. Бюджетная статистика в том виде, в каком она сейчас представлена, для целей изучения спроса на бытовые услуги непригодна, так как она не репрезентативна, не охватывает все услуги, а имеющиеся данные включают группы услуг. Так, например, в тетради бюджетного обследования имеется строка «плата за шитье и починку одежды и обуви», которая по существу включает четыре вида услуг сразу. Ясно, что такие данные не могут быть пригодными для наших целей.

Материалы сплошной статистики более объективно и полно отражают процесс формирования спроса и могут служить основой для изучения и прогнозирования спроса на услуги.

Рассмотрим опыт применения данных сплошной отчетности для расчета спроса на услуги по ремонту часов на основе экономико-математической модели, устанавливающей количественную зависимость услуг по ремонту часов (y) от общего объема розничного товарооборота[1] (x_1), цен [(x_2) — индивидуальный индекс цен на ремонт часов, (x_3) — общий индекс цен по всем товарам] и от других факторов.

Экономико-математическая модель построена по динамическим рядам за 1948—1965 гг. по СССР (табл. 1).

[1] Общий объем розничного товарооборота рассчитан как функция от дохода, поэтому общий товарооборот можно взять вместо доходов населения

Таблица 1

Год	Население, млн. чел.	Объем услуг по ремонту часов, млн. руб.	Общий товарооборот, млн. руб.	Объем услуг по ремонту часов на душу населения, руб. (y)	Общий товарооборот на душу населения, руб. (x_1)	Индекс цен на ремонт часов 1940 = 100 (x_2)	Общий индекс цен 1940 = 100 (x_3)
1948	174,10	3,8	30 919,02	0,022	177,59	100,0	253,0
1949	176,90	4,1	33 094,40	0,023	187,08	99,0	228,0
1950	180,05	5,1	35 804,68	0,028	198,86	97,5	186,0
1951	183,20	8,5	37 829,57	0,046	206,49	93,1	170,0
1952	186,40	13,8	39 358,88	0,074	211,15	91,2	161,0
1953	189,49	18,9	43 071,07	0,100	227,30	90,3	146,0
1954	192,70	24,1	48 183,32	0,125	250,04	88,3	138,0
1955	196,15	30,8	49 703,63	0,153	253,40	84,3	138,0
1956	199,70	36,3	54 142,20	0,182	271,12	83,0	138,0
1957	203,20	41,2	61 721,70	0,203	303,78	82,2	138,0
1958	206,85	46,3	66 849,22	0,224	323,18	80,4	141,0
1959	210,55	49,5	71 051,80	0,235	337,46	79,0	140,0
1960	214,95	54,0	77 809,80	0,251	361,99	79,0	139,0
1961	217,95	62,7	80 220,20	0,288	368,07	78,6	138,0
1962	221,43	71,7	86 338,30	0,323	389,91	74,7	140,0
1963	224,84	82,1	90 706,80	0,365	403,43	74,4	141,0
1964	227,69	94,0	95 314,70	0,413	418,62	74,4	141,0
1965	230,54	107,5	103 660,00	0,466	449,63	73,7	139,4
1966	233,25	—	—	—	—	—	—
1967	235,85	—	—	—	—	—	—
1968	238,43	—	—	—	—	—	—
1969	341,00	—	—	—	—	—	—
1970	243,60	—	146 000,0		599,34	70,0	138,0

Для измерения влияния общего объема товарооборота и цен на спрос по исходной информации рассчитываются следующие показатели в динамике:

$\frac{y}{x_2} \cdot 100 = u$ — услуги по ремонту часов в постоянных ценах,

$\frac{x_1}{x_3} \cdot 100 = v_1$ — общий объем товарооборота в постоянных ценах,

$\frac{x_2}{x_3} \cdot 100 = v_2$ — реальный индекс цены.

В целях уменьшения автокорреляции исходные данные логарифмируют и определяют первые разности (цепные индексы) [2]:

$$\lg u_i - \lg u_{i-1} = z_i,$$
$$\lg v_{1(i)} - \lg v_{1(i-1)} = l_{1(i)},$$
$$\lg v_{2(i)} - \lg v_{2(i-1)} = l_{2(i)}.$$

Полученные значения цепных индексов (z) изменяются как под влиянием факторов $l_{1(i)}$ и $l_{2(i)}$, так и прочих факторов (экономическая политика, производство, потребительские привычки, мода и т. д.).

Экономический анализ цепных индексов z_i, $l_{1(i)}$, $l_{2(i)}$ показал, что за рассматриваемый период они имеют две разные линейные тенденции развития (рис. 1). Поэтому временны́е тренды цепных индексов рассчитывают по уравнению прямой для двух периодов: I период 1949—1955 гг., II период 1956 — 1965 гг.

Приведем эти уравнения с рассчитанными параметрами по способу наименьших квадратов

$$z(t)\,\text{I} = 0{,}10511 + 0{,}00641t,$$
$$z(t)\,\text{II} = 0{,}05623 - 0{,}00035t,$$

[2] В. В. Швырков. Экономико-математический анализ потребительского спроса. Изд-во МГУ, 1966, стр. 200. Более подробно построение экономико-математической модели изложено в ст. В. В. Швыркова «Многофакторные динамические модели потребительского спроса». («Статистическое изучение спроса и потребления». М., изд-во «Наука», 1966, стр. 223—231).

Применение метода корреляции отклонений от уровня динамических рядов описано в зарубежной литературе. R. Stone. The Measurement of consumer's expenditure and behaviour in the U. K. 1920—1938. Cambridge, 1954.

$$l_1(t)\,\mathrm{I} = 0{,}09758 - 0{,}00948t,$$
$$l_1(t)\,\mathrm{II} = 0{,}03229 - 0{,}00142t,$$
$$l_2(t)\,\mathrm{I} = 0{,}06981 - 0{,}01071t.$$
$$l_2(t)\,\mathrm{II} = 0{,}00621 - 0{,}00004t.$$

Исследуем зависимость объема ремонтных работ от изменений общего товарооборота и цен. Для этого производим элиминирование временнóго фактора путем

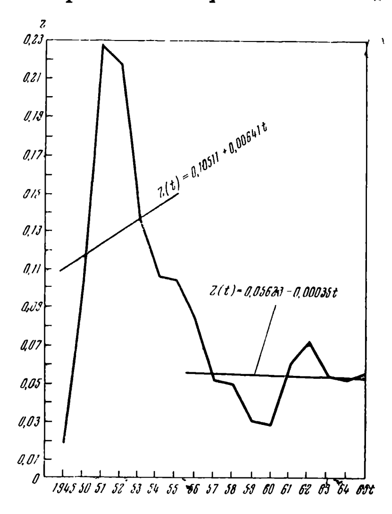


Рис. 1

вычисления отклонений эмпирических данных ряда динамики от выравненных:

$$z_i - z_i(t_i) = m_i; \quad l_{1(i)} - l_1(t_i) = S_{1(i)}; \; l_{2(i)} - l_2(t_i) = S_{2(i)}.$$

По отклонениям m_i, $S_{1(i)}$, $S_{2(i)}$ составляем уравнение множественной регрессии, статическое по характеру

$$m = a_1 S_1 + a_2 S_2. \qquad (1)$$

Параметры этого уравнения определяются решением системы нормальных уравнений

$$\sum mS_1 = a_1 \sum S_1^2 + a_2 \sum S_1 S_2$$
$$\sum mS_2 = a_1 \sum S_1 \cdot S_2 + a_2 \sum S_2^2.$$

Вычисленные значения параметров a_1 и a_2 подставим в уравнение (1) и получим

$$m = 0{,}45568S_1 - 1{,}36111S_2.$$

Параметры этого уравнения являются чистыми коэффициентами эластичности от общего товарооборота (a_1) и от цены (a_2).

Они показывают, что с увеличением общего товарооборота (в постоянных ценах) на 1% расходы на ремонт часов (в постоянных ценах) увеличиваются на 0,46%, а с увеличением реального индекса цен на 1% расходы на ремонт часов (в постоянных ценах) уменьшаются на 1,36%, т. е. отмечается более тесная связь расходов на ремонт часов от цены, чем от общего товарооборота.

Ниже приведены чистые коэффициенты эластичности спроса на бытовые услуги от общего товарооборота (a_1) и от цены (a_2), рассчитанные по динамическим рядам для Белорусской ССР за период 1948—1965 гг.[3]:

	a_1	a_2
Ремонт одежды	2,18	1,85
Индивидуальный пошив обуви .	1,48	1,21
Ремонт обуви	0,44	0,36
Ремонт металлоизделий	0,74	0,70
Ремонт мебели	1,72	1,60
Химчистка и крашение одежды .	3,12	1,89

Расчеты показали, что чистые коэффициенты эластичности от общего товарооборота положительные, а чистые коэффициенты эластичности от цены — отрицательные.

Необходимо отметить, что размер чистых коэффициентов эластичности спроса во многом зависит от того, насколько полно элиминировано влияние прочих факторов. Так как влияние прочих факторов характеризуется временны́м трендом, то вопрос элиминирования их сводится к правильному делению исследуемого периода на две части, по которым рассчитывается общая тенденция развития.

[3] Расчеты производились в Научно-исследовательском институте экономики и экономико-математических методов планирования при Госплане БССР на ЭВМ «Урал-4» по программе, разработанной математиком В. Р. Шишко.

Наилучшим вариантом такого расчленения для параметра a_1 следует считать тот, для которого чистый коэффициент корреляции $_{s_2}r_{ms_1}$ принимает наибольшее положительное значение. Для параметра a_2 следует выбирать вариант с наименьшим отрицательным значением $_{s_1}r_{ms_2}$.

Положительный характер чистых коэффициентов эластичности от общего товарооборота подтверждают и бюджетные данные.

Интенсивность изменения расходов на бытовые услуги с увеличением доходов (в %) иллюстрирует табл. 2[4].

Таблица 2

Группа дохода	Доход	Пошив одежды	Ремонт одежды	Ремонт обуви	Химчистка и крашение одежды	Ремонт бытовой техники	Все услуги (промышленные)
I	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
II	117,86	198,87	120,45	136,75	83,78	45,12	158,50
III	192,86	302,8	234,00	210,25	229,72	212,10	266,40

С повышением уровня доходов расходы на отдельные виды услуг увеличиваются неравномерно. Наиболее интенсивно увеличиваются расходы на пошив одежды. При разнице в доходах крайних групп в 1,93 раза, расходы на пошив одежды возросли в 3,03 раза.

Рост расходов по другим услугам также опережает рост доходов.

Связь между зависимой (m) и независимыми переменными S_1 и S_2 определим расчетом чистых коэффициентов корреляции и множественного коэффициента корреляции.

В результате вычислений для чистых коэффициентов корреляции получим:

от общего товарооборота $_{s_2}r_{ms_1}=0,14519$,

от цены $_{s_1}r_{ms_2}=-0,37148$.

Как видим, чистый коэффициент корреляции от общего товарооборота показывает прямую, но незначительную

[4] Расчет сделан по бюджетам Москвы за 1965 г.

связь между общим товарооборотом и расходом на ремонт часов.

Наоборот, коэффициент корреляции от цены показывает обратную и более значительную, чем от общего товарооборота, связь между ценой и расходом на ремонт часов, т. е. с уменьшением цен повышаются расходы на ремонт часов.

Совокупное влияние общего товарооборота и цен на расходы по ремонту часов определим расчетом множественного коэффициента корреляции, который оказался равным 0,4.

Естественно предположить, что на объем работ по ремонту часов оказывает влияние наличие часов у населения. Это потверждается результатами исследования. Так, чистый коэффициент корреляции, показывающий связь между наличием часов у населения и объемом ремонтных работ, оказался равным 0,67407, множественный коэффициент в этом случае равен 0,59911.

Это показывает достаточно тесную связь ремонта часов с наличием часов у населения.

Коэффициенты множественной корреляции (R_m) показывают связь между наличием вещей у населения и бытовыми услугами, а коэффициенты корреляции $R_{y_1y_2}$ — между фактическими (y_1)и теоретическими (y_2) значениями услуг.

Коэффициенты корреляции (R_m и $R_{y_1y_2}$) были вычислены по расчетным данным о наличии вещей у населения и объемам бытовых услуг по БССР за 1948—1965 гг.[5], при этом наличие вещей у населения определялось исходя из объема продажи и срока амортизации соответствующих товаров:

	R_m	$R_{y_1y_2}$
Пошив одежды	0,932	0,953
Ремонт одежды	0,900	0,964
Пошив обуви .	0,606	0,958
Ремонт обуви .	0,944	0,948
Ремонт металлоизделий . .	0,832	0,879
Ремонт бытовой техники .	0,898	0,908
Химчистка и крашение одежды	0,805	0,886
Ремонт мебели	0,820	0,960

[5] Расчеты производились в ГВЦ Госплана СССР на ЭВМ «ЭЛЛИОТ-503».

В динамике на объем спроса влияют не только общий товарооборот и цены, но также и прочие факторы, которые образуют временной тренд.

Переход от статической модели к динамической производится путем расчета свободного члена a_0 и временного тренда a_3.

Запишем уравнение (1) в обозначениях z, l_1 l_2:

$$z - z(t) = a_1 [l_1 - l_1(t)] + a_2 [l_2 - l_2(t)]. \quad (2)$$

Раскроем скобки, перенесем $Z(t)$ в правую часть, прибавим и отнимем $\bar{z}(t)$, $a_1\bar{l}_1(t)$, $a_2\bar{l}_2(t)$:

$$z = \{z(t) + [\bar{z}(t) - \bar{z}(t)\} + $$
$$+ \{-a_1 l_1(t) + [a_1\bar{l}_1(t) - a_1\bar{l}_1(t)]\} +$$
$$+ \{-a_2 l_2(t) + [a_2\bar{l}_2(\bar{t}) - a_2 l_2(t)]\} + a_1 l_1 + a_2 l_2. \quad (3)$$

Равенство (3) запишем в следующих обозначениях:

$$z = \hat{z} + \check{z}. \quad (4)$$

Поясним это уравнение. Первый член правой части запишем в виде функции:

$$\hat{z} = a_0 + a_1 l_1 + a_2 l_2, \quad (5)$$

где

$$a_0 = \bar{z}(t) - a_1\bar{l}_1(t) - a_2\bar{l}_2(t).$$

Так как $\bar{z}(t) = \bar{z}$, $\bar{l}_1(t) = \bar{l}_1$, $\bar{l}_2(t) = \bar{l}_2$,

то равенство (5) запишем:

$$a_0 = \bar{z} - a_1\bar{l}_1 + a_2\bar{l}_2 \text{ или}$$

$$a_0 = \bar{z} - \bar{z}(a_1 a_2), \quad (6)$$

где

$$\bar{z}(a_1 a_2) = a_1\bar{l}_1 + a_2\bar{l}_2.$$

Совершенно очевидно, что параметр a_0 характеризует изменение цепных индексов объемов ремонта часов под влиянием прочих факторов в среднем для всего исследуемого периода.

В результате расчетов параметра a_0 для каждого из двух периодов получено:

$a_0^{I} = 0{,}06625$; $a_0^{II} = 0{,}04625$, т. е.

интенсивность влияния прочих факторов на расходы по ремонту часов в динамике в среднем уменьшается.

Второй член правой части уравнения (4) запишем в виде функции:

$$\check{z} = [z(t) - \bar{z}(t)] + [-a_1 l_1(t) + a_1 \bar{l}_1(t)] + \\ + [-a_2 l_2(t) + a_2 \bar{l}_2(t)]. \qquad (7)$$

Функция (7) может быть записана иначе:

$$\check{z} = z - \hat{z}$$

или

$$\check{z} = z - z(a_0, a_1, a_2). \qquad (8)$$

Нетрудно догадаться, что значения z показывают изменения цепных индексов по годам под влиянием прочих факторов в отклонениях от средней величины (a_0). Эти значения изменяются во времени линейно и равны нулю в середине исследуемого периода (t), так как $Z(t)$, $a_1 l_1(t)$ и $a_2 l_2(t)$ — уравнения прямой.

Скорость изменения функции (7) рассчитывается в виде разности (a_3) между двумя значениями $\check{z}$, относящимися к соседним годам:

$$\check{z}_i - \check{z}_{i-1} = a_3.$$

Необходимо отметить, что параметр $a_3 = \check{z}_i$, если $t = (\bar{t} + 1)$. В этом случае a_3 можно рассчитать по формуле (7). В свою очередь функцию (7) можно записать:

$$\check{z} = a_3(t - \bar{t}).$$

Параметр a_3 рассчитан для каждого периода:

$$a_3^{I} = 0{,}00564, \quad a_3^{II} = -0{,}00612.$$

Под влиянием прочих факторов рост расходов на ремонт часов в динамике сдерживается. Эта тенденция отмечается, очевидно, под влиянием уменьшения роста продажи часов населению.

В результате проведенных преобразований многофакторная динамическая модель спроса примет вид:

$$z(a_0 a_1 a_2 a_3) = a_0 + a_1 l_1 + a_2 l_2 + a_3(t - \bar{t}). \qquad (9)$$

В этой модели влияние учтенных факторов выражено параметрами a_1 и a_2, а влияние прочих факторов — параметрами a_0 и a_3.

После подстановки значений параметров модель принимает следующий вид:

для первого периода —

$$z=0,06625+0,45568l_1-1,36111l_2+0,00564\,(t-\bar{t}); \quad (10)$$

для второго периода —

$$z=0,04625+0,45568l_1-1,36111l_2-0,00612\,(t-\bar{t}). \quad (11)$$

Для окончательного суждения о пригодности модели для перспективных расчетов спроса сделаем расчет теоретических значений зависимой переменной за отчетные годы и сравним их с эмпирическими. Сопоставление этих данных показано на рис. 2.

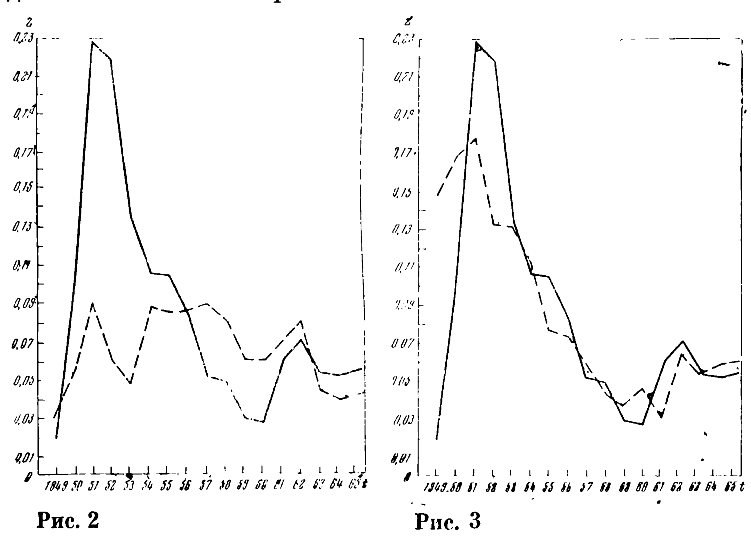


Рис. 2

Рис. 3

Как видно из рис. 2 отклонения теоретических значений цепных индексов от эмпирических довольно значительны, особенно в первый период. Коэффициент корреляции, рассчитанный для всего периода (1949—1965 гг.), оказался равным 0,425.

Более тесная связь наблюдается между эмпирическими и теоретическими значениями цепных индексов, вычисленных в зависимости от наличия часов у населения

(рис. 3). Коэффициент корреляции в этом случае равен 0,775.

Коэффициент вариации[6], характеризующий колеблемость цепных индексов около временно́го тренда, равен для первого периода 49,89%, а для второго периода — 45,25%. Эти цифры свидетельствуют о сглаживании тенденции колеблемости цепных индексов объема ремонта часов во времени.

Верхняя и нижняя границы колеблемости цепных индексов рассчитываются путем умножения $z(t)$ на коэффициент вариации.

Переход от цепных индексов к абсолютным величинам производится через логарифмы по формуле

$$\lg u_i = \lg u_{i-1} + z_i(a_0a_1a_2a_3)$$

или

$$\lg u_i = \lg u_{i-1} + a_0 + a_1l_{1(i)} + a_2l_{2(i)} + a_3(t_i - \bar{t}). \qquad (12)$$

От расчета теоретических значений цепных индексов объема ремонтных работ z (a_0, a_1, a_2, a_3) перейдем к определению расчетных значений объема ремонтных работ на душу населения (y) и для всего населения в целом (y_2). Вначале расчет производится по равенству (12), далее находится антилогарифм числа, затем выполняется пересчет объема ремонтных работ на душу в текущих ценах и наконец рассчитывается ремонт часов для всего населения.

Степень соответствия между фактическими значениями ремонта часов (y_1) и теоретическими (y_2) рассчитываем коэффициентом корреляции, который равен для всего периода (1949—1965 гг.) 0,898.

Вычисленный коэффициент вариации[7] колеблемости эмпирических величин спроса вокруг теоретических для

[6] Коэффициент вариации рассчитан по формуле

$$Vz = \sqrt{\frac{\sum\left[\frac{z - z(t)}{z(t)}\cdot 100\right]^2}{n}},$$

где n — число лет.

[7] Коэффициент вариации рассчитан по формуле:

$$V_y = \sqrt{\frac{\sum\left[\frac{y_1 - y_2}{y_2}\cdot 100\right]^2}{n}},$$

где n — число лет.

первого периода равен 16,05%, для второго периода — 6,25%.

Как видим, второй период характеризуется меньшей колеблемостью, чем первый.

Еще меньшая колеблемость у величин спроса (как в первом, так и во втором периоде), вычисленных в зависимости от наличия часов у населения. Коэффициент корреляции для всего периода равен 0,995. Коэффициенты вариации эмпирических значений спроса около теоретических в этом случае равны для первого периода — 19,82, для второго периода — 4,22.

Таким образом, уравнение (11) вполне пригодно для перспективных расчетов спроса.

Для расчетов в плановом периоде (1966—1970 гг.) значение $t = 0$ отнесем к последнему отчетному году (1965 г.). Тогда исследуемый период начнется в 1960 г. и закончится в 1970 г.

Расчет временно́го тренда z за отчетный период (1960—1965 гг.) произведен по значениям z_i, находящимся в пределах верхней и нижней границ колеблемости по уравнению

$$z = a + b \lg t.$$

Вычисленное значение $z(t_{65}) = 0{,}0324$ примем за $\bar{z}$ для 1960—1970 гг.

Далее рассчитываем l_1 и l_2 за период 1960—1970 гг. на плановый период (1966—1970 гг.). По найденным значениям $\bar{z}$, $\bar{l}_1$, $\bar{l}_2$ рассчитаем параметр a_0 за 1960—1970 гг. Наконец по уравнению (12) рассчитываем абсолютные величины спроса на ремонт часов на плановый период. Результаты расчетов показаны на рис. 4.

Легко проследить более тесную зависимость спроса на ремонт часов от наличия

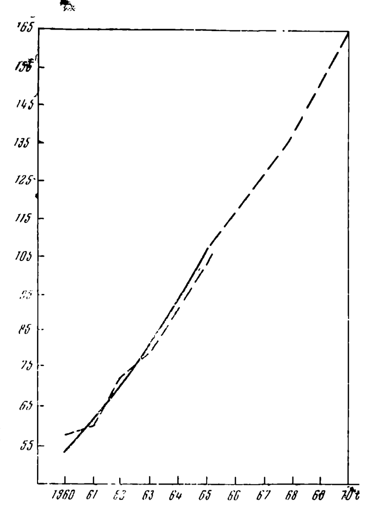


Рис. 4

часов у населения, чем от общего товарооборота (доходов населения). Поэтому наилучшей окажется модель, построенная на зависимости спроса от наличия часов у населения.

Но в таком случае для экстраполяции спроса на ремонт часов на предстоящие годы необходимо знать наличие часов у населения, а это возможно определить только в том случае, если известна продажа часов в эти годы, т. е. иными словами, если будет известен спрос на часы за эти годы.

То же самое необходимо и для других бытовых услуг.

Таким образом, чтобы рассчитать спрос на бытовые услуги в зависимости от наличия вещей у населения и получить более точные данные на ближайшую перспективу, необходимо сначала рассчитать спрос на товары на предстоящие годы, затем рассчитать наличие вещей у населения и наконец рассчитать спрос на бытовые услуги.

Следовательно, для построения модели необходима следующая информация:

а) объем бытовых услуг за истекший период (например, 1948—1965 гг.);

б) общий объем розничного товарооборота государственной и кооперативной торговли за истекший и на плановый период;

в) индексы цен на бытовые услуги за базисные годы и на плановый период;

г) индексы цен в государственной и кооперативной торговле за базисные годы и на плановый период;

д) численность населения за истекшие годы и на плановый период;

е) предметы личного и семейного пользования у населения за истекшие годы и на плановый период.

При этом к исходной информации предъявляется ряд требований. Рассмотрим основные из них.

Построение динамической многофакторной модели потребительского спроса производится по однородным статистическим данным сплошной отчетности. Однородность этих данных должна соблюдаться по составу групп услуг. Необходима также сопоставимость динамических рядов по территориальному признаку. Поясним это подробнее.

Как известно, оказанием бытовых услуг населению занимается целый ряд министерств и ведомств, так в РСФСР их насчитывается более десяти.

Поэтому данные об объемах однородных услуг долж-

ны быть собраны по всем министерствам и ведомствам. Кроме того, необходимо иметь в виду, что в отдельные годы менялась методология учета некоторых групп услуг. Например, индивидуальный пошив одежды и обуви в отдельные годы учитывался по полной стоимости, затем стал учитываться по нормативной стоимости обработки. Для сопоставимости такие группы услуг необходимо брать за весь период или по полной стоимости или по нормативной стоимости обработки без включения стоимости сырья и материалов мастерской и заказчика.

Необходимо отметить, что в целом отчетность по бытовому обслуживанию населения еще далека от совершенства. Чуть ли не ежегодные изменения в инструкциях по учету только вносят путаницу в отчетность на местах, в результате чего в органы ЦСУ нередко поступает из областей отчетность за один и тот же год, исчисленная по разной методологии, которую затем приходится по нескольку раз проверять, затрачивая на это много времени.

В целях получения наиболее достоверной информации по бытовому обслуживанию населения и с минимальной затратой времени необходимо упорядочить и стабилизировать инструкцию по составлению отчета.

Сложным вопросом в подготовке исходной информации является расчет индекса цен на бытовые услуги. Дело в том, что органы ЦСУ не определяли этого индекса. Правда, в некоторых республиках сейчас ведется работа по определению индекса цен на услуги, но только за последние годы, в основном за 1960—1965 гг. Более ранние годы остаются пока без внимания.

Сложность еще и в том, что цены на однородные бытовые услуги различны по союзным республикам и даже в пределах одной союзной республики по различным областям.

Так, например, расширить в поясе мужские брюки в Белгороде стоит 17 коп., в Калуге — 1 р. 33 к., в Литве — 24 коп., в Латвии — 1 руб., в Эстонии — 1 р. 40 к.[8]

На большинство услуг цены утверждаются облкрайисполкомами, отсюда большой разнобой в ценах.

Следует отметить, что упорядочение ценообразования на бытовые услуги и разработка типовых прейскурантов

[8] Из доклада С. Г. Столярова на научной конференции по развитию услуг и принципам ценообразования на бытовые услуги (июнь 1966 г.)

цен с максимальным упрощением и укрупнением действующего перечня работ является одной из самых острых проблем совершенствования бытового обслуживания населения.

Учитывая, что готовых индексов цен на бытовые услуги для использования в качестве исходной информации практически нет, предлагается определять их следующим образом.

Как известно, индекс цены — это соотношение одного и того же состава услуг, выраженный в текущих и базисных ценах и определяемый по формуле:

$$J = \frac{\sum p_1 g_1}{\sum p_0 g_1},$$

где

p_1 — цены текущего периода;
p_0 — цены базисного периода;
g_1 — объем услуг текущего периода.

Все эти данные имеются в областях. Базисные цены до 1955 г. несколько раз менялись, а с 1 июля 1955 г. пока остаются постоянными. Но на каждое изменение базисных цен есть переводной коэффициент, зная который можно перейти от различных цен к одной, что и требуется нам при определении базисного индекса цен на бытовые услуги, например, к уровню цен 1950 г.

Индексы цен на бытовые услуги следует рассчитывать по той же номенклатуре, по которой ведется учет бытовых услуг.

Исходных данных об инвентаре товаров у населения статистика также не имеет, поэтому их необходимо определять. Инвентарь следует рассчитывать по данным торговой статистики о продаже товаров широкого потребления населению за прошедший период и спроса на эти товары в плановом периоде, основываясь на сроки их амортизации.

Особо ответственно следует относиться к принятию срока амортизации товаров, так как от этого расчетный инвентарь может существенно отличаться от реального.

Большую роль в определении срока службы отдельных товаров и инвентаря могут сыграть единовременные обследования семей рабочих, служащих и колхозников.

Инвентарь следует рассчитывать по тем же группам, по которым ведется учет бытовых услуг.

В качестве исходной информации для построения динамической многофакторной модели спроса на бытовые услуги могут быть использованы как данные об услугах для всего населения, так и в расчете на душу. Исследования показали, что это изменение в исходной информации не оказывает существенного влияния на размер параметров модели спроса.

■

А. И. СОЛДАТКИН

ДИНАМИЧЕСКАЯ ОДНОФАКТОРНАЯ МОДЕЛЬ ПРОГНОЗА СПРОСА НА ЧАСЫ

В изучении закономерностей потребительского спроса анализ связи потребления с изменениями розничных цен является одной из центральных проблем. Взаимосвязь цен и товарного спроса трудящихся Маркс характеризовал так: «Если бы жизненные средства были дешевле или денежная заработная плата была бы выше, то рабочие покупали бы их больше, и обнаружилась бы более значительная „общественная потребность" в данных видах товаров...» [1]

Эту связь математически в общем виде можно представить в виде функциональной зависимости потребления от уровня изменения розничной цены:

$y = f(p)$, где y — размеры потребления товара, а p — розничная цена товара.

Определение влияния цены на спрос особенно важно, так как цена представляет денежное выражение стоимости товара. Действие закона стоимости проявляется в реальной экономической жизни как действие закона цен.

Статистические данные по СССР о ценах и размерах покупок населением часов за 1948—1966 гг. позволяют применить методы математико-статистического анализа связи между спросом на часы и ценами.

[1] К. Маркс и Ф. Энгельс. Сочинения, т. 25, часть I, стр. 206.

Связь между покупками населением часов и ценами запишем в упрощенном виде динамической однофакторной модели:

$$y = a_1 + b_1 x$$
$$y = a_2 + b_2 x + c_2 x^2$$
$$\lg y = a_3 + b_3 \lg x,$$

где

y — данные о покупках населением часов в ценах 1948 г.;

x — индексы розничных цен (1948 г.=100).

Данная модель построена методом коррелирования уровней динамических рядов[2].

В результате проведенных расчетов на ЭВМ были получены следующие уравнения регрессии:

$$y_1 = 2507 - 30x;$$
$$y_2 = 1952 - 10x - 0{,}18x^2;$$
$$\lg_{y_3} = 7455 - 1657 \lg x.$$

Все три уравнения регрессии указывают на обратную связь между спросом на часы и ценами. Однако необходимо определить, которое из полученных уравнений точнее выражает связь. В качестве критерия предлагается теоретическое корреляционное отношение. Приведем теоретические корреляционные отношения, вычисленные для данных уравнений

$$R_1 = -0{,}953,$$
$$R_2 = -0{,}957$$
$$R_3 = -0{,}985.$$

Анализ теоретических корреляционных отношений показывает, что логарифмическое уравнение является наилучшим.

Несколько слов об исходной статистической информации. В период 1950—1957 гг. реальные доходы населения

[2] Следует заметить, что в результате применения этого метода параметры уравнения носят на себе отпечаток влияния прочих, неучтенных факторов. В силу этого коэффициенты регрессии и корреляции, вычисленные по данным уравнениям, могут быть истолкованы только сравнительно.

росли быстрее, чем продукция часовой промышленности. В этот период спрос на часы не был удовлетворен. Поэтому данные о реализации часов за 1950—1957 гг. целесообразно исключить из исследования. Во второй половине исследуемого периода (1957—1965 гг.) спрос был полностью удовлетворен. Следовательно, объектом экономико-математического исследования должны быть данные о реализации часов с 1957 по 1965 г. Однако этот весь период не следует включать в экономико-математическую модель, так как снижение цен на часы осуществлялось неежегодно. Предлагается брать только данные о реализации часов за те годы, в которые осуществлялось снижение розничных цен на часы. Правда, при таком отборе лет резко сокращается динамический ряд. Приведем уравнения регрессии покупок часов в зависимости от цен, вычисленные на ЭВМ за 1957—1965 гг.

$$y_1 = 1336 - 15{,}1x;$$
$$y_2 = 1821 - 14{,}9x + 0{,}000012x^2;$$
$$\lg y_3 = 4233 - 806 \lg x.$$

Сопоставим теоретические корреляционные отношения, рассчитанные для вышеприведенных уравнений:

$$R_1 = -0{,}995,$$
$$R_2 = -0{,}995,$$
$$R_3 = -0{,}999.$$

Теоретические корреляционные отношения, рассчитанные по данным функциям, значительно выше, чем по предыдущим моделям. Следовательно, здесь степень тесноты связи между исследуемыми признаками более высокая.

Однако как в первом, так и во втором случае логарифмическая функция оказалась наилучшей.

В заключение следует сказать, что применение динамической модели, основанной на изучении одного фактора, является начальным этапом в исследовании формирования потребительского спроса на часы.

■

В. М. БРЕДОВ, А. И. ЛЕВИН

К ВОПРОСУ О МЕТОДОЛОГИИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ СТРУКТУРЫ ПЛАТЕЖЕСПОСОБНОГО СПРОСА

Одной из наиболее актуальных проблем экономической науки и практики народнохозяйственного планирования является проблема прогнозирования структуры спроса населения. От успешной разработки этой проблемы зависит решение многих важных задач развития народного хозяйства, в частности — определение плановых размеров производства отдельных товаров народного потребления в соответствии с общественной потребностью в них и оптимизация на этой базе структуры общественного производства; обеспечение общего и структурного соответствия между спросом и предложением на внутреннем рынке; научно обоснованное планирование розничного товарооборота и т. д. Поэтому исследования в области прогнозирования спроса приобретают в настоящее время у нас в стране все более широкий размах.

В этой области достигнуты уже определенные результаты: создан ряд экономико-математических моделей, на базе которых осуществлены расчеты структуры платежеспособного спроса на 1968—1970 гг.; разрабатываются модели для прогнозирования структуры спроса населения в разрезе отдельных союзных республик и областей.

Однако уровень разработки методологических основ прогнозирования спроса еще существенно отстает от тех требований, которые предъявляются в настоящее время к научным исследованиям в этой области. Существует несколько различных и часто весьма противоречивых методологических подходов к решению данной проблемы. Очевидно, отсутствие единой четкой методологии не может не сказаться отрицательно на результатах прогнозов. В этой связи возникает настоятельная необходимость выработать некоторые общие методологические принципы, которые могли бы быть положены в основу прогнозирования спроса. В данной статье мы остановимся на некоторых из них.

В современных условиях достаточно точный прогноз структуры платежеспособного спроса возможен лишь при использовании экономико-математических методов и электронно-вычислительной техники. Эти методы позволяют

создать экономико-математические модели, количественно выражающие закономерности изменения спроса, и производить с их помощью расчеты структуры спроса на плановый период. Поэтому важнейшими объектами исследований в области методологии прогноза спроса являются сами экономико-математические модели.

Эти модели строятся обычно в виде уравнений множественной регрессии, в которых зависимой переменной величиной является размер спроса, а независимыми переменными — факторы, влияющие на спрос. При построении экономико-математической модели важно прежде всего правильно отобрать эти факторы.

Спрос населения зависит, как известно, от множества самых различных факторов: денежных доходов, уровня и соотношения розничных цен на товары, натуральных поступлений сельскохозяйственных продуктов из личных подсобных хозяйств, численности и социального состава населения, степени насыщенности рынка товарами, моды, потребительских привычек, национальных и бытовых особенностей, природно-климатических условий и т. д.

В экономико-математическую модель следует включать наиболее существенные из них — те, которые оказывают определяющее влияние на структуру платежеспособного спроса, например, денежный доход населения и розничные цены товаров. Однако это не значит, что именно только они должны учитываться при построении экономико-математических моделей спроса. Напротив, проблема отбора факторов должна решаться дифференцированно, с учетом в каждом отдельном случае специфики товара. Например, в моделях, предназначенных для прогноза спроса на продукты питания сельскохозяйственного производства, необходимо учитывать помимо дохода и цен также размеры натуральных поступлений этих продуктов из личного подсобного хозяйства колхозников и общественного хозяйства колхозов. В модель спроса на предметы длительного пользования могут быть включены данные, характеризующие наличие этих предметов у населения и т. д.

Такой дифференцированный подход к выбору факторов дает возможность полнее учесть особенности формирования и тенденции развития спроса на отдельные товары, что является необходимым для получения обоснованных прогнозов.

Следует также иметь в виду, что в экономико-матема-

тическую модель могут быть включены лишь те факторы, влияние которых на спрос поддается достаточно точной количественной оценке. Однако влияние многих факторов нельзя измерить. Например, невозможно количественно определить степень воздействия на спрос изменения моды, потребительских привычек, профессионального состава населения и т. д. Поэтому они не могут быть непосредственно включены в экономико-математическую модель спроса.

Таким образом, при отборе факторов неизбежны некоторые ограничения: в модель вводятся далеко не все факторы, а лишь самые основные, влияние которых на спрос может быть измерено количественно. Но такие ограничения вполне допустимы. Причем, они не только не снижают действенности экономико-математических моделей, а, наоборот, делают их более пригодными для практического использования.

Принципиально важным с точки зрения методологии прогнозирования спроса является вопрос о выборе вида математического уравнения, выражающего зависимость между спросом на товар и соответствующими факторами. Опыт расчетов на ЭВМ показывает, что хорошие результаты дают уравнения регрессии следующего вида:

линейное $y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + ... + a_nx_n$;

степенное $y = e^{a_0} \cdot x_1^{a_1} \cdot x_2^{a_2} \cdot x_3^{a_3} ... x_n^{a}$;

линейное в логарифмах $\lg y = a_0 + a_1 ln x_1 + a_2 ln x_2 + a_3 ln x_3 + ... + a_n ln x_n$;

где y — размеры спроса на данный товар;

x_1; x_2; $x_3 ... x_n$ — факторы спроса;

a_1; a_2; $a_3 ... a_n$ — параметры модели, характеризующие степень воздействия факторов на спрос.

Но, разумеется, не только эти виды уравнений множественной регрессии должны применяться для расчетов спроса на различные товары. По некоторым товарам лучшие результаты могут быть получены при использовании других, возможно, более сложных форм связи. Поэтому нельзя признать методологически правильным подход к построению экономико-математических моделей спроса, при котором для прогноза спроса по всем товарам применяется один и тот же тип уравнений регрессии. Такой подход фактически нивелирует различия закономерностей

развития спроса на отдельные товары, что теоретически ошибочно и не подтверждается результатами эмпирического анализа. Поэтому более правильным было бы выбирать для каждого отдельного товара (или целой товарной группы) свою индивидуальную форму уравнения множественной регрессии.

Определение ожидаемой структуры спроса на плановый период может быть осуществлено различными путями. Наиболее простой из них — метод прямого «потоварного» расчета структуры спроса. Суть его в следующем: сначала рассчитывается спрос на отдельные товары народного потребления, затем полученные для отдельных товаров значения спроса суммируются и определяется совокупный платежеспособный спрос.

Этот метод расчета плановой структуры платежеспособного спроса, однако, не столь точен, так как итог суммирования спроса по отдельным товарам обычно не совпадает с суммой товарооборота, заданной планом. Кроме того, подобное решение проблемы не позволяет учесть взаимозаменяемости отдельных товаров (однородных или близких по своему потребительскому назначению) в случае ограниченности ресурсов на некоторые из них.

Другим возможным методом является метод поэтапных, нисходящих расчетов спроса от крупных групп товаров к более мелким. Например, сначала рассчитывается спрос на продовольственные и непродовольственные товары, затем спрос на отдельные подгруппы товаров внутри каждой из этих крупных групп (например, продукты питания животного происхождения, продукты питания растительного происхождения, одежда, товары культурно-бытового назначения и домашнего обихода и др.) и т. д. Таким путем расчеты постепенно доводятся до отдельного конкретного товара. Данный метод расчета структуры спроса основан на том, что спрос на отдельно взятый внутри какой-либо группы товар в значительной степени зависит от размеров спроса на всю данную товарную группу. Так, спрос на говядину зависит от размеров спроса на все мясопродукты, спрос на мебель — от размеров спроса на товары жилищно-бытового назначения и т. д. В то же время, расчеты спроса на укрупненные товарные группы отличаются гораздо большей точностью, чем расчеты спроса на отдельные товары. С большей точностью можно определить расходы населения на покупку всех продовольственных и не-

продовольственных товаров, чем на какой-либо отдельный товар, скажем, макаронные изделия или часы. Это обусловлено тем, что спрос на отдельные товары подвержен более сильным колебаниям, чем спрос на группы товаров.

Отличительной особенностью данного метода является то, что размеры спроса на укрупненные товарные группы служат исходными для расчетов спроса по менее крупным группам, а последние в свою очередь — для определения спроса на отдельные товары. При этом экономико-математическая модель спроса постоянно видоизменяется вследствие смены факторов. Например, сначала при расчете спроса на все продовольственные товары в качестве одного из факторов в модель вводится общий объем спроса; при дальнейших расчетах спроса на менее крупные группы этот фактор заменяется размерами спроса на все продовольственные товары и т. д. Аналогичным образом преобразуются и остальные факторы, включаемые в экономико-математическую модель.

Ниже приводятся конкретные экономико-математические модели, на базе которых были проведены расчеты структуры платежеспособного спроса населения СССР на 1968—1970 гг.[1] Для прогноза спроса на всю группу непродовольственных товаров была использована экономико-математическая модель следующего вида[2]:

$$y = e^{-2.13} \cdot i^{-0,02} \cdot I^{0,01} \cdot D^{1.52} \cdot P^{0,02} \cdot t^{0,04};$$

где

y — размер спроса на непродовольственные товары;

i — индекс розничных цен на непродовольственные товары;

I — общий индекс розничных цен;

D — общий объем спроса населения;

P — доля доходов колхозников во всех денежных доходах населения;

t — фактор времени.

Коэффициенты корреляции составили соответственно по факторам: $r_i = 0,95$; $r_I = 0,96$; $r_D = 1,00$; $r_P = 0,93$; $r_t = 0,93$, что говорит о достаточно тесной связи между спро-

[1] Расчеты проведены ВНИИКСом Министерства торговли СССР в ГВЦ Госплана СССР. Программа для ЭВМ «Эллиот-503» была составлена М. Р. Боримечковым. Расчеты производились по данным торговой статистики.

[2] Заметим, что в модель включаются не абсолютные значения соответствующих показателей, а базисные их индексы в расчете на душу населения.

сом на непродовольственные товары и учтенными в модели факторами.

Ожидаемые размеры спроса на непродовольственные товары в плановом периоде определялись подставлением в данную модель плановых значений соответствующих факторов.

После определения размеров спроса на всю группу непродовольственных товаров рассчитывался спрос на каждую из следующих групп товаров: предметы одежды (включая ткани и обувь), товары культурно-бытового назначения и домашнего обихода, предметы санитарии и гигиены, строительные материалы и т. д. Для прогноза спроса на товары культурно-бытового назначения и домашнего обихода, например, была использована следующая модель:

$$y = 6{,}0 - 0{,}62i - 0{,}6I_{н/пр} + 0{,}67\ T_{н/пр} - 0{,}09P + 0{,}42t$$

где

y — спрос на товары культурно-бытового назначения и домашнего обихода;

i — индекс розничных цен на группу товаров культурно-бытового назначения и домашнего обихода;

$I_{н/пр}$ — индекс розничных цен на все продовольственные товары;

$T_{н/пр}$ — общий объем продажи непродовольственных товаров;

P — доля доходов колхозников во всех денежных доходах населения;

t — фактор времени.

Расчет ожидаемых размеров спроса на эту группу товаров также проводился подставлением в модель плановых значений соответствующих факторов. Но при этом вместо плановой величины продажи всех непродовольственных товаров ($T_{н/прод}$) в модель включалось рассчитанное на предыдущем этапе ожидаемое значение спроса по всей группе непродовольственных товаров.

Аналогичным образом рассчитывался спрос на все другие укрупненные товарные подгруппы, выделенные в группе непродовольственных товаров. И, наконец, прогноз спроса на мебель осуществлялся по модели:

$$y = 5{,}52 - 0{,}024i - 0{,}01I_{гр} + 1{,}23T_{гр} - 0{,}06P + 0{,}06t;$$

где

y — спрос на мебель;

i — индекс розничных цен мебели;
$I_{гр}$ — групповой индекс цен на объединенную группу мебели и металлических кроватей;
$T_{гр}$ — объем продажи мебели и металлических кроватей;
P — доля доходов колхозников в общем объеме денежных доходов населения;
t — фактор времени.

Точно таким же путем рассчитывалась структура спроса и на продовольственные товары. Но при этом по продуктам питания сельскохозяйственного производства в экономико-математическую модель дополнительно включался фактор, характеризующий динамику потребления этих продуктов за счет поступления из личных подсобных хозяйств и от колхозов. Например, расчет спроса на овощи проводился по следующей модели:

$$y = e^{-0,19} \cdot i^{0,01} \cdot N^{-0,04} \cdot I_{гр}^{0,05} \cdot T_{гр}^{0,23} \cdot P^{-0,03} \cdot t^{0,15},$$

где
y — спрос на овощи;
i — индекс розничных цен овощей;
N — натуральное поступление овощей;
$I_{гр}$ — групповой индекс цен на овощи и фрукты;
$T_{гр}$ — общий объем продажи фруктов и овощей;
P — доля доходов колхозников во всех денежных доходах населения;
t — фактор времени.

Расчеты структуры спроса на 1960—1970 гг., проведенные с использованием этого метода, показали, что в этом периоде будет происходить более быстрое расширение спроса на непродовольственные товары по сравнению со спросом на продовольственные товары. Так, спрос на непродовольственные товары должен увеличиться в 1968 г. по сравнению с 1965 г. на 29%, а в 1969 г.— на 39 и в 1970 г.— на 51%, а спрос на продовольственные товары соответственно на 22, 30 и 38%. В результате структура платежеспособного спроса изменится в сторону повышения удельного веса спроса на непродовольственные товары. В 1968 г. он должен составить 44,0%, в 1969 г.— 44,4 и в 1970 г.— 45,0% по сравнению с 42,7% в 1965 г. Соответствующим образом (в сторону снижения) изменится удельный вес спроса на непродовольственные товары.

Анализ результатов прогноза показывает также, что в структуре платежеспособного спроса в 1968—1970 гг.

произойдут и существенные качественные сдвиги. Прежде всего в группе продовольственных товаров повысится доля высококачественных и более ценных продуктов питания. Например, спрос на мясопродукты возрастет в 1968 г. по сравнению с 1965 г. на 32%, в 1969 г.— на 41% и в 1970 г.— в 1,5 раза. Доля мясопродуктов в общем объеме платежеспособного спроса составит в 1970 г. 8,1% против 7,7% в 1965 г.; удельный вес спроса на молоко и молочные продукты (включая сыр) повысится соответственно до 3,9% против 3,6%. В то же время сократится удельный вес спроса на группу хлебопродуктов — с 8,5% в 1965 г. до 7,0% в 1970 г.

В группе непродовольственных товаров более быстрыми темпами будет увеличиваться спрос на электротовары, радиотовары, швейные и трикотажные изделия, мебель, кожаную обувь. Так, по прогнозам, спрос на радиотовары возрастет в 1970 г. по сравнению с 1965 г. на 89%, электротовары — 84, мебель — 52, кожаную обувь — 54% и т. д. Повысится и доля этих товаров в общем объеме платежеспособного спроса.

В то же время анализ полученных результатов прогноза показывает, что в 1968—1970 гг. следует ожидать некоторого сокращения удельного веса (при увеличении абсолютного объема) спроса на хлопчатобумажные ткани, шерстяные и шелковые ткани, на табачные изделия и некоторые другие непродовольственные товары. Так, удельный вес хлопчатобумажных тканей в общем объеме платежеспособного спроса составит в 1970 г. 1,40% против 1,80% в 1965 г., шелковых тканей соответственно — 1,31% против 1,49%, табачных изделий — 1,43% против 1,84%.

Как видно из приведенных данных, прогноз структуры платежеспособного спроса вполне соответствует тем фактическим тенденциям ее изменения, которые наметились в последние годы. В то же время он закономерно вытекает из реальных социально-экономических преобразований, характеризующих развитие экономики нашей страны в настоящее время.

Существующие в настоящее время экономико-математические модели спроса используются в основном лишь для прогнозирования спроса на период, не превышающий 3—5 лет. Между тем теперь необходимы более длительные, долгосрочные прогнозы развития спроса населения.

Такие прогнозы являются основой для составления перспективных планов развития производства товаров народного потребления, и в то же время позволяют дать верный ориентир промышленности при составлении текущих планов.

Долгосрочные прогнозы спроса сопряжены, однако, с весьма существенными трудностями, не возникающими при текущем прогнозировании. Например, если плановые значения формирующих спрос причинных факторов на ближайшую перспективу известны достаточно точно, то при длительных прогнозах они являются менее определенными, в силу чего возможности точного прогноза уменьшаются. Кроме того, в течение длительного времени можно ожидать, что на спрос будут воздействовать некоторые обстоятельства, предусмотреть и учесть которые заранее не всегда возможно. Наконец, закономерные для данного этапа тенденции развития спроса на отдельные товары могут существенно измениться за длительный период времени. Поэтому методологический подход к проблеме долгосрочного прогнозирования спроса должен иметь специфические особенности, зависящие от характера экономического развития.

При долгосрочном прогнозировании необходим тщательный анализ общих социально-экономических условий, влияющих на спрос по отдельным товарам. Такой анализ должен выявить специфические факторы, воздействующие на структуру платежеспособного спроса в течение сравнительно длительных промежутков времени, например, доля сельского населения в общей численности населения страны. Как известно, значительная часть потребностей сельского населения в продуктах питания удовлетворяется непосредственно за счет натуральных поступлений. Очевидно, изменение доли сельского населения будет оказывать непосредственное влияние на общую структуру платежеспособного спроса. Поэтому данный фактор должен быть учтен при долгосрочном прогнозе структурных изменений в спросе населения.

Следует также учитывать и возможные изменения в социальном составе населения, общее направление развития общественных фондов потребления и ряд других факторов. Например, за длительный период времени соотношение спроса на одежду, ткани, швейные машины и некоторые другие товары будет в значительной степе-

ни определяться не только величиной денежных доходов населения и уровнем розничных цен этих товаров, но также и степенью бытового обслуживания, а спрос на мебель — интенсивностью жилищного строительства. Поэтому при долгосрочных прогнозах спроса на эти товары особенно важно учитывать развитие сети предприятий бытового обслуживания и перспективные планы жилищного строительства.

Помимо такого специфического подхода к вопросу о выборе факторов, долгосрочное прогнозирование спроса должно иметь еще особенности, касающиеся самой методологии рачетов. Метод потоварного расчета спроса с последующим выходом на общую сумму спроса вряд ли здесь применим, ибо трудно ожидать, что расчетные значения спроса на отдельные товары в 10—15-летней перспективе достаточно точно будут совпадать с фактическими его значениями. В данном случае целесообразнее использовать для расчетов поэтапный метод, т. е. составлять прогноз спроса по укрупненным товарным группам с последующим их разукрупнением.

Это обусловлено тем, что спрос на укрупненные товарные группы обладает гораздо большей стабильностью, чем спрос на отдельные товары, ибо здесь исключается влияние некоторых факторов, которые весьма существенно воздействуют на величину спроса по отдельным товарам (дефицитность, взаимозаменяемость и др.). Так, спрос на рыбу в значительной степени зависит от уровня розничных цен и потребления мяса, так же как спрос на мясо зависит от спроса на рыбу. Поэтому при долгосрочном прогнозе спроса на каждый из этих товаров потребовалось бы учесть возможные изменения указанных факторов в перспективе, что весьма сложно сделать. Объединение же мяса и рыбы в одну группу продуктов питания животного происхождения увеличивает возможности получения более точных результатов. А определив спрос на укрупненную товарную группу уже легче выявить, как он распределится между отдельными товарами внутри этой группы.

Другая методологическая особенность долгосрочного прогнозирования спроса связана со спецификой построения экономико-математических моделей. Очевидно, при прогнозе спроса на длительную перспективу необходимо как можно полнее учесть динамику его развития. В качестве одного из реальных путей решения этой задачи мо-

жет быть прогнозирование значений самих параметров (коэффициентов при факторах) экономико-математической модели.

Для этого весь временной ряд разбивается на несколько более коротких периодов, для каждого из которых строятся свои частные модели спроса и определяются параметры этих моделей. Затем параметры, рассчитанные для каждого включенного в модель фактора, выравниваются и определяется их возможное значение в зависимости от времени. Полученные таким образом параметры вводятся в экономико-математическую модель, предназначенную для долгосрочного прогноза спроса.

Долгосрочное прогнозирование спроса требует также и существенного изменения самой методологии экстраполятивных расчетов. Обычно при прогнозировании спроса на плановый период совершенно не учитывается, как будет складываться развитие спроса в промежутке времени между конечными годами базисного и планового периода. Между тем данное обстоятельство имеет весьма важное значение, ибо за длительный период, разделяющий эти годы, структура спроса может существенным образом измениться. Поэтому при прогнозе спроса на отдаленную перспективу недостаточно ограничиться информацией, характеризующей развитие спроса за отчетный период. Необходимо учитывать возможные направления развития спроса в плановом периоде, для чего потребуется информация о возможных размерах спроса на товары в каждом году планового периода. Поскольку первичная информация такого рода отсутствует, следует, видимо, получить ее расчетным путем.

Для этого может быть использован так называемый метод «поэтапной» или «малоразмерной» экстраполяции. Сущность его заключается в том, что исходная база для прогноза спроса на каждый последующий год планового периода постоянно расширяется за счет включения рассчитанных ранее значений спроса в предыдущие годы этого периода.

При таком подходе прогноз спроса на конечный год планового периода будет базироваться на данных, характеризующих динамику изменения спроса за все предшествующие годы как отчетного, так и планового периода. Следует ожидать, что на основе такой расширенной информации могут быть получены более точные результаты. Но такое

методологическое решение проблемы, конечно, не исключает необходимости некоторой корректировки исходной информации в соответствии с теми фактическими значениями, которые будут принимать учитываемые факторы и спрос по мере приближения к конечному году планового периода. В процессе этой корректировки будут уточняться первоначально рассчитанные значения спроса.

Рассмотренные здесь методологические особенности долгосрочного прогнозирования спроса являются наиболее общими. При длительных прогнозах спроса, естественно, возникает и ряд более частных проблем, например, выбор вида уравнения множественной регрессии, количественная оценка значимости отдельных факторов, учитываемых при построении экономико-математической модели и т. д. Однако решение их не представляет уже особой сложности с точки зрения методологии, поскольку аналогичные проблемы решаются и в процессе текущего прогнозирования спроса.

II РАЗДЕЛ

П. П. МАСЛОВ

ПОТРЕБИТЕЛЬСКИЙ СПРОС И ГОСУДАРСТВЕННЫЙ БЮДЖЕТ

Потребительский спрос может рассматриваться как отражение массового потребления, где каждый акт покупки представляет собой намерение удовлетворить потребности первичной потребляющей единицы — семьи. В этом случае микромодель — семейный бюджет — служит аналогом всего потребительского процесса. Такой подход вполне законен и плодотворен, несмотря на то что массовый спрос не является простой суммой желаний, намерений, помыслов и действий отдельных лиц: при развитой структуре спроса в массовом процессе появляются новые аддитивные свойства как результат взаимодействий отдельных составляющих совокупность интеракций [1].

Но потребительский спрос можно рассматривать не только со стороны функции потребления. Объективная логическая связь потребления с производством заключается не только в том, что производство порождает потребление. Потребительский спрос — звено в кругообороте: реализация товарной массы непосредственно связана и с накоплением и с перераспределением национального дохода через налог с оборота.

Рассмотрим категорию спроса с этой второй стороны.

Здесь следует прежде всего напомнить, что налог с оборота в наших условиях это название формы накопления, преимущественно в легкой промышленности. Название «налог» — условно, поскольку содержание этого понятия в корне отлично от обычного понимания налога (отчисления от дохода предприятий и лиц в прямом виде или в косвенном — через акцизы). У нас фонд заработной

[1] Это подробно разобрано в нашей работе «Социология и статистика». (М., изд-во «Статистика», 1967).

платы планируется с учетом цен, в которые входит налог с оборота, уплачиваемый предприятиями (а не населением) для создания централизованных денежных накоплений в государственном бюджете. При помощи этих накоплений производятся инвестиции и компенсируется отсутствие накоплений в тех отраслях, продукция которых сбывается для легкой промышленности по низким ценам. Так, покупая кожевенное сырье по низким ценам, обувная промышленность продает обувь по ценам, где включен налог с оборота, поступающий в бюджет. Из бюджета финансируются отрасли, производящие кожсырье.

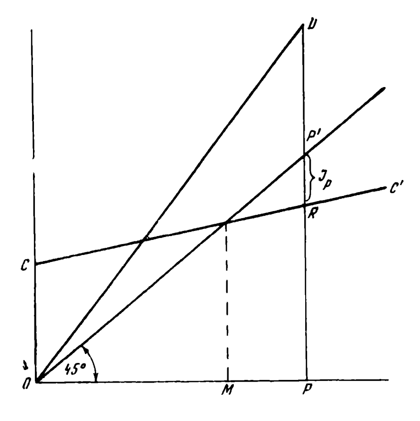


Рис. 1

Для первоначального приближения предположим, что спрос на потребительские товары представлен в виде однородной массы, которая целиком соответствует покупательским возможностям населения, так как это предусмотрено народнохозяйственным планом.

На рис. 1 функция cc' («потребительская функция»)[2], представленная для простоты (и, конечно, в ущерб реалистичности) в виде прямой, показывает величину платежеспособного спроса, следующего за размером фонда заработной платы, отложенного по оси абсцисс. Линия под углом в 45°, в соответствии с известным геометрическим свойством, в любой точке абсциссы, скажем в точке P, дает высоту, равную отрезку абсциссы от начала координат до этой точки. На чертеже это $OP = PP'$. Отрезок $I_p = PP' - PR$ показывает ту часть накоплений (через цены), которая возможна в легкой промышленности при

[2] Этот термин встречается в эконометрике чрезвычайно часто. Им оперирует и наша экономико-математическая литература, вкладывая в него часто разное содержание. В приведенном на рис. случае речь идет о покупательной способности, отложенной по оси абсцисс.

реализации товарной массы в условиях запланированного фонда заработной платы.

Легко видеть, что теоретически (левая часть чертежа) возможна ситуация, при которой никаких поступлений в бюджет не будет. Левее точки M в цене не только не будет накоплений, но она будет требовать дотации (например, квартирная плата).

Норма накопления H, показывающая долю накоплений в товарной массе в легкой промышленности, определится следующим образом.

Обозначим реализованную товарную массу $PP' = У$, стоимость потребленной ее части $PR = C$, налог с оборота I. Норма накопления в этом случае может быть представлена, как H, определяемый из отношения $IH = Y$. Отсюда $H = Y/I = 1 : I/Y$. Поскольку $Y = C + I$ и, следовательно, $I/Y = 1 - C/Y$,

$$H = \frac{1}{1 - C/Y} \cdot$$

Эта величина меняется, но если норма накопления (мультипликатор) остается постоянной, то отношение потребленной части товарной массы к реализованной остается также постоянным в случае равномерного прироста товарооборота. Из отношения прироста $\Delta C/\Delta У$ образуется геометрическая прогрессия:

$$1 + \frac{\Delta C}{\Delta Y} + \left(\frac{\Delta C}{\Delta Y}\right)^2 + \left(\frac{\Delta C}{\Delta Y}\right)^3 + \ldots + \left(\frac{\Delta C}{\Delta Y}\right)^n.$$

Поскольку в легкой промышленности $\frac{\Delta C}{\Delta У} < 1$ (так как часть поступает в налог с оборота), прогрессия стремится к конечной сумме $\frac{1}{1 - \frac{\Delta C}{\Delta У}}$. Так, если мультипликатор равен 0,2 и $\frac{\Delta C}{\Delta У} = 0{,}8$, то прогрессия $1 + 0{,}8 + (0{,}8)^2 + (0{,}8)^3 \ldots$ стремится к 5. Если для определенного круга товаров норма накопления установлена 0,5, то прогрессия $1 + 0{,}5 + 0{,}25 + 0{,}125 \ldots$ будет стремиться по закону геометрической прогрессии к 2[3].

Легко доказать, что если на рис. 1 провести прямую

[3] $1 + r + r^2 + r^3 + \ldots + r^n = \frac{1}{1 - r}$, если $r < 1$.

ОД, то отрезок ДР' покажет, какая часть не покрывается ценами реализации и должна компенсироваться за счет накоплений в легкой промышленности.

Упрощенный аппарат рис. 1 может служить и для формулировки динамических процессов. Очевидно, что абсолютная величина накоплений возрастает с ростом реализованной товарной массы. Вместе с тем прямая предполагает, что ее возрастание определяется только числом потребителей, так как, если бы одновременно возрастало и душевое потребление, функция была бы прямолинейной. Грубо схематическая прямолинейная форма ей придана, как было оговорено, для ясности изложения.

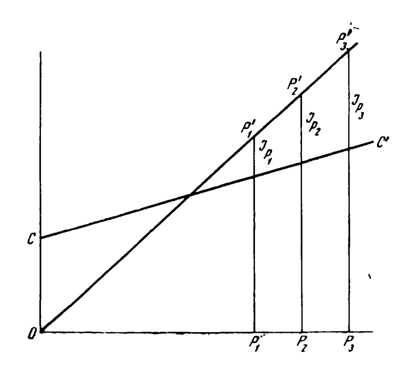


Рис. 2

Из рис. 1 видно также, что при доходе, равном нулю, в начале координат остается небольшая ордината потребления, что можно считать вполне реалистическим представлением. Наличие этой начальной ординаты создает непропорциональность спроса приращению дохода. Из графика вытекает также эмпирическая очевидность неизменного характера распределения, что является упрощением аналога. На самом деле, для разных экономических групп эти кривые будут разными, и изменение характера распределения повлечет за собой и перемену местоположения кривой. Практически, когда речь идет об отдельных группах товаров, некоторое осложнение вносит эластичность спроса — функция, которую мы здесь не рассматриваем.

Разберем модель, предусматривающую возрастание всех величин во времени (рис. 2).

Равномерность возрастания реализации за периоды 1, 2 и 3 соответствующего возрастанию дохода по оси абсцисс возможна при условии постоянного подвижного равновесия между денежным доходом населения и спросом. В этом случае предполагается бесперебойное удовлетворение спроса, порождаемого доходом. При условии непод-

вижных цен реализации (P') часть, поступающая в бюджет, оказывается постоянно и равномерно действующим притоком только в случае сохранения указанного равновесия. Отсюда можно установить, какие именно нарушения схемы произойдут при неправильном предвидении спроса и неправильном планировании товарооборота.

Вместе с тем из рис. 2 видно, что величина I_p растет быстрее, чем уровень потребления CC'. Это создает резерв для снижения цен. Такая ситуация позволяет правильно рассчитывать и цену реализации. Задача в этом случае является чисто математической (экстремальной) задачей, так как чем выше цена, тем больше поступает налога с оборота от каждой единицы товара, но число проданных единиц в этом случае снижается. Здесь следует сделать важное отступление, связанное с вопросом ценообразования и зависимости цены от спроса.

Когда обсуждают проблемы ценообразования, обычно подробно рассматривают пути уточнения калькуляции для установления соответствия цены себестоимости товара. Однако легко видеть, что поскольку себестоимость складывается преимущественно из цен (машины, сырье и материалы), все рассуждение вращается в порочном кругу.

Надо заметить, что термин «ценообразование» двусмыслен, так как указывает на какие-то объективно происходящие процессы. На самом деле цены не сами «образовываются», а их назначают в установленном порядке. При этом стремятся к якобы возможным объективным обоснованиям, которых на самом деле нет, так как издержки, стоящие за спиной данной оценки, сами состоят из ранее назначенных цен.

Экономическая реформа поставила ряд важных организационных задач и, быть может, самой первоочередной здесь стоит задача установления разумных розничных цен. «Разумных», «справедливых»... эти эпитеты скорее этического порядка. Очевидно, надо попросту говорить о целесообразных ценах, т. е. наилучшим образом отвечающих цели. Но цель одна — получение наибольшего народнохозяйственного эффекта. Будем считать финансовый результат непосредственным, хотя и условным, измерителем эффективности. В качестве такого финансового результата, дающего массу налога с оборота, можно считать величину выручки, полученной при реализации товара. Следует сделать сразу же оговорку, во избежание замеча-

ний, уводящих в сторону от существа дела: разумеется, денежная выручка не может быть самоцелью, ибо во многих случаях ее величина вступает в противоречие с требованиями народнохозяйственной целесообразности. Это трюизм. Но в плоскости решения нашей практической задачи сравнительная величина финансового результата может дать исходный ориентир для дальнейших суждений. При этом критерии остается открытой возможность разнообразных отступлений, связанных с соображениями, далекими от финансовых, вплоть до возможности изъятия из сферы товарного обращения (например, жилище, некоторые услуги).

Рассмотрим вопрос со стороны, соответствующей духу экономической реформы. Спрос на товар в значительной мере определяется ценой товара, а также ценами на товары-заменители. Зависимость эта обратная — чем выше цена товара, тем ниже, при прочих равных условиях, спрос. Однако пропорциональности, как известно, здесь нет, и спрос на разные товары изменяется под влиянием изменения цены по-разному в зависимости от степени эластичности. Такая степень эластичности обнаруживается только экспериментальным путем, так как никаких априорных данных для суждений о степени эластичности нет.

Но зависимость спроса от цены может служить эмпирическим ориентиром для установления самой розничной цены, если исходить, во-первых, из понятия обратимости функции и, во-вторых, из допущения подвижности цены. Ясно, что если полагать прейскурантную цену, утвержденную в централизованном порядке, имеющей силу закона, изменить который можно лишь пройдя все ступени административной лестницы, никакие эксперименты невозможны, и все дальнейшие рассуждения оказываются ненужными. Но, если текущие цены устанавливает отраслевой синдикат по сбыту, могущий следить за состоянием рынка и быть восприимчивым к конъюнктуре, то можно говорить о приспособлении цены к рыночным условиям.

Если ориентироваться на рыночный спрос, можно экспериментальным путем нащупать оптимальную розничную цену, дающую при данных условиях реализации максимальный финансовый эффект. Для упрощения примем величину налога с оборота, входящего в цену, величиной данной. Тогда расчет оптимальной цены будет следующий:

Себестоимость плюс налог с оборота	Цена	Число проданных единиц	Их себестоимость	Выручка	Прибыль
1	1,0	100	100	100	Нет
1	1,6	80	80	120	40
1	2,0	60	60	120	60
1	3,0	50	50	150	100
1	5,0	20	20	100	80

Поскольку цена 3 руб. за изделие приносит наибольшую прибыль, ее нужно считать оптимальной, т. е. наиболее соответствующей сложившимся условиям сбыта. Если организацией этого сбыта занимается отраслевой синдикат, он может предложить именно эту цену и следить за ходом реализации. Если конъюнктура изменится и спрос будет падать, допустим, под влиянием вытеснения товара заменителем, соответственно должна снижаться и цена. При этом шкалой снижения может служить в известной мере результат ранее проведенных экспериментов. Ясно, что при имеющемся уровне издержек ниже рубля в нашем примере цена не может спускаться. Варианты для маневрирования остаются, впрочем, и здесь: снижение налога с оборота ради распространения товара, и особенно снижение себестоимости.

Изложенная схема исходит из того, что государство может приспособить цену к спросу, т. е. что цена должна быть эластична от спроса. Означает ли это многообразие цен в региональном смысле, насколько могут быть дифференцированы цены в дробном ассортименте. При практической реализации предложенного мероприятия неизбежно встанут и другие вопросы.

Максимальный финансовый эффект, т. е. максимум налога с оборота, связанный с максимальной суммой товарооборота по данному товару, может быть представлен в виде простейших уравнений. Прежде всего можно сформулировать зависимость числа купленных единиц товара (например, бутылок) от цены единицы в виде следующего уравнения $1 - p^2$.

$$N(p) = \frac{me}{\sqrt{p}},$$

где

N — число единиц купленного товара,

P — цена,

m — количество товаров, реализуемых при цене $= 1$

$$N(p) = m \quad \text{при} \quad p = 1,$$

e — основание натуральных логарифмов,
α — показатель эластичности данного товара.

Объем реализованной товарной массы, т. е. произведение количества единиц на цену, будет

$$N(p)\,p = m\sqrt{p}\cdot l^{-p^{\alpha}} l.$$

Отсюда можно найти цену, при которой получается максимальный товарооборот:

$$p_{opt} = \frac{1}{2\alpha^{\frac{1}{\alpha}}} \quad \text{при} \quad pN(p) = \max.$$

Число единиц реализуемых товаров при этих условиях получается

$$N(p_{opt}) = m(2\alpha)^{\frac{1}{2\alpha}}\, l l^{-\frac{1}{2\alpha}}.$$

Разумеется, приведенные здесь рассуждения исходят из чисто налоговых соображений. Но размер налога с оборота всегда устанавливается на основе и других соображений, связанных с регулированием распределения через цены. Поэтому мероприятия, связанные с политикой цен («стратегические факторы»), могут совершенно видоизменить характер модели. Однако это касается главным образом групповых показателей или отдельных товаров, но не схемы в целом.

Перестройка схемы реализации не затрагивает случаев, когда некоторые распространенные товарные государственные услуги выходят из сферы действия закона стоимости, переходят в разряд общественных фондов и выпадают из понятия потребительского (оплаченного) спроса. Но налог с оборота не имеет, как известно, отношения к государственным услугам, особенно услугам полутоварного характера (жилье). Сфера налога с оборота — товарный оборот, где действует закон стоимости и потребительский спрос.

Пертурбирующее влияние таких перемен (выход из товарного обращения) решительно ведет к перестройке потребительского бюджета. Происходит вытеснение некоторых расходов, замещение их другими и, следовательно, изменение в объеме спроса на эти другие товары. Эти слу-

чаи при точном планировании могут быть предусмотрены и в геометрической модели. Но и в тех случаях, когда они не предусмотрены моделью, характер диспропорции всплывает из отклонений эмпирических расчетов от теоретически вычисленных.

Следует еще раз подчеркнуть, что планово-рассчитанные финансовые соотношения совершенно отличны от финансовых расчетов капиталистического бюджета. Однако в известных случаях для планового хозяйства применима концепция так называемых изоквант и кривых безразличия. «Точкой безразличия» в буржуазной литературе, как известно, называется субъективное ощущение одинаковой удовлетворенности потребителя в случае, когда ему вместо одного товара предложат другой в количестве, заменяющем первый товар при заданных ценах. Потребителю безразлично в этом случае, какой из двух товаров он купит. При разных соотношениях цен на эти два товара «точка безразличия» передвигается по определенной кривой, которая и носит название «кривой безразличия». Может идти речь не о двух товарах, а о двух наборах товаров, которые потребитель может купить за одну и ту же сумму денег и которые принесут ему одинаковое удовлетворение или представят для него одну и ту же полезность. Эта концепция, даже если она и имеет определенный смысл для капиталистических условий, в советском хозяйстве бессмысленна, хотя бы по той простой причине, что изменение цен на оба товара взаимосвязанно: при повышении одной цены, другая должна снижаться (иначе передвижения «точки безразличия» не будет и не будет, следовательно, «кривой безразличия»). В условиях советского спроса такой зависимости в ценах, как правило, не наблюдается [4].

Однако функция безразличия может получить существенное значение, если отнести ее к потребительскому спросу в связи с процессом накопления через финансы.

Рассмотрим рис. 3.

Если при продаже товара B в количестве OQ_B получается столько же поступлений в бюджет, сколько и при продаже товара A в количестве OQ_A, то точка P_1 будет точкой безразличия. Равно как и точка P_2, для которой без-

[4] Это подробно развито в нашей работе «Бюджетный индекс» («Статистическое изучение спроса и потребления». М., изд-во «Наука», 1966).

различно, продается ли товар OQ_B' или OQ'_A. Поскольку сумма поступлений от обоих товаров в этих точках одинакова, кривую, называемую обычно изоквантой, можно полагать кривой безразличия.

Для советских условий представление об изоквантах и поверхностях безразличия весьма схематично, так как ни при каких условиях не может быть «безразличен» источник накопления: важна не только сумма поступления, важен и ее источник, и во многих случаях на первое место

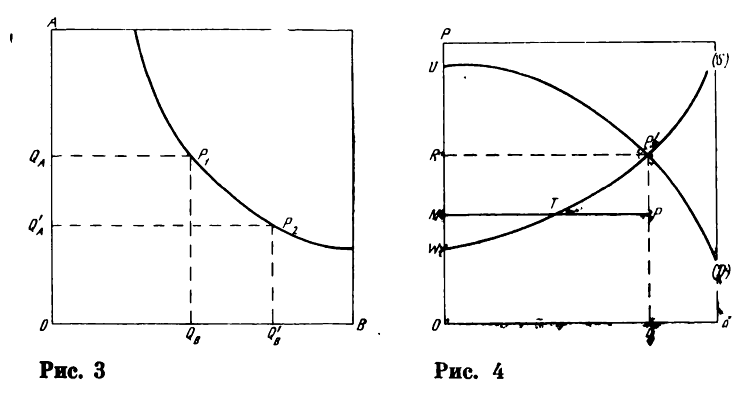


Рис. 3 Рис. 4

для экономической политики выступает не размер потребительского спроса, а его состав. Планируется и то и другое, поэтому перестановка в источниках поступления — такое же невыполнение плана, как и неполная сумма бюджетных поступлений.

Однако для планирования возможно построение моделей, где предусмотрены возможные замещения в ассортименте реализуемых товаров. В этом случае можно строить изокванты по типу приведенных. Тогда кривые безразличия, параллельные друг другу, будут отделены от начала координат в зависимости от планируемого объема товарооборота.

При таком построении модель потребительского спроса будет носить кибернетический характер, т. е. она позволит управлять процессом, или при невозможности непосредственного управления — регулировать воздействующие на него факторы.

Кибернетический тип моделей, конечно, практически наиболее важен. Однако их построение является обычно

результатом последовательного «отвлеченного» моделирования с применением многих аналитических вариантов. Поэтому-то в экономических расчетах совсем не обязательно, чтобы математическая модель приводила к конкретной арифметике. В нашем случае ход рассуждения предполагается от общего к частному, от принципиальной схемы к конкретному расчету, учитывающему обстоятельства места и времени и плановые лимиты в промышленности и торговле.

Помимо тех моделей, о которых уже было сказано, схему налога с оборота как элемента цены реализации можно построить, опираясь на следующее рассуждение.

На рис. 4 линия *УД* представляет собой спрос на товар. По горизонтали эта линия отсекает количество товара *q*, которое может быть куплено при ценах, отложенных по вертикали. Линия *WS* — количество товаров, поступающих в продажу. Допустим, цена *P′* включает налог с оборота *PP′*. Тогда площадь прямоугольника *PP′MR* покажет сумму налога с оборота, поступающую в бюджет. Пространство *OWTPq* показывает валовой доход производящей отрасли и торговой сети. Конечно, модель эту можно углубить, ввести оптовые цены, показать доход торговли и др.

В некоторых случаях кругооборот денежных средств и инкассация наличных денег могут быть запланированы в кассовом плане с предельной точностью, несмотря на присутствие стохастических элементов в потребительском спросе. Дело все в том, что модель, построенная на самых строгих стохастических началах, показывает предел, к которому должны подойти частости при бесконечном числе повторений. Но из этого вовсе не следует, что и в начальной и в конечной стадии испытаний событие не может повториться в пропорции, резко отличной от той, которая выражена моделью. Несмотря на это, последующие результаты могут оказаться очень близкими к плановым расчетам, поскольку модель улавливает структурную аналогию. Поэтому в планировании и потребительского спроса, и связанного с ним финансового результата вполне возможно применять стохастические модели.

Практика планирования потребительского спроса может дать еще много других поводов для математических обобщений и в том простейшем виде, как это приведено выше, и, особенно, в менее грубом аналитическом виде.

Практическая реализация таких рабочих схем требует многих опытов не только в части построения гипотетических вариантов, но и их испытания применительно к эмпирическому материалу. Это путь усовершенствования прежде всего бюджетного планирования, теснейшим образом связанного с розничным товарооборотом. Из отдельных попыток сложится, как это всегда бывает, система расчетов.

■

Л. С. КУЧАЕВ

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СХЕМЫ МЕХАНИЗМА ЦЕНООБРАЗОВАНИЯ И ПЕРСПЕКТИВНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

Построение математических моделей механизма взаимодействия спроса, предложения и цен, являющегося традиционным объектом экономической теории, в современных экономических исследованиях служит преимущественно практическим целям. Эти модели являются средством численного выражения и обобщения исторически определенных масштабов и пропорций динамических элементов эмпирического процесса воспроизводства, изучаемого главным образом в целях разработки и применения мер экономической политики.

Уже при зарождении математических методов анализа и схематизации движения цен, спроса и предложения, конструируемые модели рассматривались не только как способ умозрительного представления и объяснения действительности, но и как средство определения соответствия между фактическими и теоретически «нормальными» ценами или стоимостями.

«Но даже если невозможно получить из статистических данных величину p, которая должна дать максимум произведения $pF(p)$, то его легко узнать, по меньшей мере для тех товаров, по которым делаются попытки расширить торговлю, с тем, чтобы узнать, насколько текущие цены выше или ниже этой величины» [1].

[1] «Research into the mathematical principles of the theory of wealth by A. Cournot». N. Y., 1929, p. 53.

Совершенствование методологии построения эмпирических математических моделей динамики цен, спроса и предложений, а также расширение сферы их теоретического и практического применения особенно сильно прогрессировало за последнее время под влиянием успехов экономической статистики во всех странах.

«Социальная статистика вообще, экономическая статистика в частности, сделала громадные успехи в течение двух-трех последних десятилетий. Целый ряд вопросов и притом самых коренных вопросов, касающихся экономического строя современных государств и его развития, которые решались прежде на основании общих соображений и примерных данных, не может быть разрабатываем сколько-нибудь серьезно в настоящее время без учета массовых данных, собранных относительно всей территории известной страны по одной определенной программе и сведенных вместе специалистами-статистиками»,— писал В. И. Ленин в 1910 году[2].

Статистические сведения о населении, его занятиях, доходах и уровне жизни, о продукции промышленности и сельского хозяйства, об оборотах внешней и внутренней, оптовой и розничной торговли, о денежном обращении, финансах, кредитных операциях и национальном доходе, собираемые и систематизируемые в современных государствах по единообразной программе и накопленные за длительный период, дали возможность разработать ряд теоретических вопросов механизма взаимодействия производства и потребления в народном хозяйстве, основанном на отраслевом и территориальном разделении труда и товарно-денежных отношениях обмена и распределения.

Но математико-статистические и экономико-математические исследования динамики спроса, предложения и цен в капиталистических странах направлены на изыскание мер стабилизации и подъема неустойчивой, скачкообразно развивающейся экономики монополистического капитализма. Они сосредоточены на изучении масштабов и соотношений темпов циклического движения спроса, предложения и накопления в целом, без достаточно подробного рассмотрения народнохозяйственного механизма взаимодействия вещественного состава товарного спроса, отраслевой структуры производства и системы цен.

[2] В. И. Ленин. Полное собрание сочинений, т. 19, стр. 323.

Построенные буржуазными экономистами-математиками эмпирические схемы механизма движения спроса, предложения и цен отдельных товаров, а также теоретические схемы межотраслевых, народнохозяйственных соотношений производства, потребления и цен, математически обобщают и описывают только монотонные «плавно» изменяющиеся компоненты реального движения спроса, не объясняя причин немонотонных «взрывных» процессов спроса, свойственных капиталистической экономике и определяющих смены ее поступательного или нисходящего движения.

Непригодность математических моделей плавного, подчиненного определенной системе пропорциональности движения спроса, для полного объяснения реальной прерывистой, осцилляторной динамики стихийной экономики, ограничивает теоретическое и практическое значение разработанных эмпирических схем механизма спроса в капиталистическом хозяйстве.

Реальные перспективы применения математических схем взаимодействия вещественного спроса, товарного предложения и цен открываются только в социалистическом хозяйстве, располагающем широкими возможностями устойчивого подъема доходов населения и повседневно нуждающемся в разработке и оценке вариантов соотношений цен и отраслевой структуры производства, наиболее полно соответствующих развивающимся потребностям и изменяющемуся вещественному спросу населения.

Улучшение планирования цен, необходимое для повышения экономического воздействия на социалистическое производство, может быть достигнуто, в частности, внедрением в практику планирования оперативных скоростных методов перспективных расчетов, опирающихся на электронную вычислительную технику и на математические обобщения данных эмпирического анализа. Они позволяют обнаружить закономерности процесса ценообразования, свойственные современному периоду развития социалистической экономики, и своевременно определять ценностные соотношения, соответствующие особенностям реальных экономических условий.

При интенсивном поступательном движении советской экономики — возникновении и развитии новых отраслей, технологических и организационных форм и крупных районов производства — плановая система товарных цен, вво-

димых на длительный период, выражает, наряду со сложившимися к определенному моменту устойчивыми соотношениями товарных стоимостей, также вероятные сдвиги в этих соотношениях, вызываемые прогрессивными народнохозяйственными тенденциями.

Рассматривая историческое развитие соотношений между стоимостью и потребительной стоимостью товаров, К. Маркс писал: «Если мы находим, что в различные, отдаленные друг от друга эпохи культуры известные потребительные стоимости составляют ряд специфических меновых стоимостей, которые друг к другу сохраняют, если не точно то же самое числовое соотношение, то все же общее соотношение восходящего или нисходящего порядка, как, например, золото, серебро, медь, железо или пшеница, рожь, ячмень, овес,— то из этого только следует, что прогрессивное развитие общественных производительных сил равномерно или приблизительно равномерно воздействовало на рабочее время, необходимое для производства этих различных товаров» [3].

Степень устойчивости соотношений цен можно проиллюстрировать следующими типичными данными об отношении оптовой цены 1 кг меди во Франции за 1857—1959 гг.[4] к цене 1 кг чугуна, алюминия и пшеницы, принятой за 1, и отношении цены пшеницы к цене ржи, принятой за 1:

	1857—1899 гг.	1900—1949 гг.	1950—1959 гг.
Отношение цены 1 кг			
меди к цене чугуна	21,9	15,9	14,1
к цене алюминия	—	0,7	1,5
к цене пшеницы .	7,2	5,9	10,4
пшеницы к цене ржи	1,5	1,3	1,3

Наряду с устойчивым порядком взаимной числовой последовательности ценностных товарных эквивалентов, свидетельствующим об относительно пропорциональном (вследствие стабильных природных условий производства и устойчивых технологических свойств ряда товаров) распределении по отраслям производства прироста производительности общественного труда, заметны сильные сдвиги в соотношениях цен некоторых товаров. В частнос-

[3] К. Маркс и Ф. Энгельс. Сочинения, т. 13 стр. 24.
[4] «Annuaire statistique de la France». Paris, 1961.

ти, резкое удешевление за последнее 50-летие меди по отношению к чугуну и алюминия по отношению к меди указывает на зависимость повышенных темпов роста отраслевой производительности общественного труда от степени интенсивности увеличения размеров новых, прогрессивных народнохозяйственных потребностей, в данном случае, от бурно возрастающих количественно и видоизменяющихся качественно нужд электротехники и авиации.

Динамика соотношений между размерами потребности, уровнем цен и показателями эффективности производства меди, алюминия и чугуна при стихийном механизме взаимодействия спроса и предложения, хорошо иллюстрируется многолетними статистическими данными по США за 1901—1959 гг.[5]:

	Темп роста потребления на душу	Темп снижения цены
Медь	+1,79	—0,92
Алюминий	+9,44	—2,76
Чугун	+2,1	—1,32

При технологических возможностях универсального использования алюминия, заменяющего медь, железо и другие металлы и материалы в разнообразных отраслях производства, приведенные цифры свидетельствуют о решающем влиянии на потребление народнохозяйственной и отраслевой производительности труда, воздействующей на стоимость и соотношение цен.

Весьма подробные статистические данные о ценах потребления и условиях производства меди в США позволяют установить и схематически выразить некоторые закономерности рыночного механизма движения спроса, предложения и цен.

Вследствие отсутствия данных прямого подсчета затрат овеществленного и неовеществленного труда по отраслям производства, для определения соотношения изменений себестоимости с ростом производительности общественного труда могут быть использованы только косвенные показатели динамики отраслевой производительности общественного труда.

[5] Тесная связь движения цен меди в США с мировыми ценами является общеизвестной и рассматривалась многими авторами. См., например: Ch. Knight. Secular and cyclical movement in the production and price of copper. London, 135.

Статистический анализ показателей динамики себестоимости, отраслевой производительности общественного труда и потребления позволяет количественно выразить степень зависимости движения издержек производства от изменения основных условий производства и распределения, а также определить тенденции динамики себестоимости, соответствующие или противоположные изменениям стоимости.

Непригодность данных о выработке продукции в единицу времени без учета затрат овеществленного труда для выражения отраслевой динамики производительности общественного труда можно проиллюстрировать следующими данными по железорудной и меднорудной промышленности США (табл. 1).

Таблица 1

	Железорудная промышленность			Меднорудная промышленность		
	1902 г.	1939 г.	1954 г.	1902 г.	1939 г.	1954 г.
Добыто металла на 1 рабочего, т	518	1708	2634	11	26	34
Мощность двигателей на 1 рабочего, л. с.	3,1	29,5	62,3	7,5	31,6	71,7
Расход всех видов энергии на 1 рабочего	Нет свед.	1593	2101	Нет свед.	2387	7174

Рост мощности двигателей и расхода энергии наглядно характеризует интенсивное увеличение затрат овеществленного труда, сопровождающий рост выработки и снижение затрат живого труда. Оптовые цены на чугун и медь и общий индекс цен в США за рассмотренный период изменялись следующим образом:

	1902 г.	1939 г.	1954 г.
Цена чугуна * в центах за а. ф. . . .	0,89	0,97	1,32
Цена меди **	16,62	10,97	29,64
Общий индекс *** оптовых цен . . .	100,0	131,1	288,7
Цена чугуна, деленная на общий индекс цен в центах за а. ф. . . .	0,89	0,74	0,46
Цена меди, деленная на общий индекс оптовых цен	16,62	8,38	10,27

* По данным ежегодника «Metal Statistics», 1960.

** По данным «Engineering and Mining Journal», 1959, 11.

*** По данным «Statistical Abstracts of United States», 1959; «Historical Statistic of the United States», 1959.

Рассматривая изменения уровня цен как изменение стоимости, в силу их соответствия за длительный период, можно установить, что рост выработки чугуна в 5 раз и меди в 3 раза за 50 лет сопровождался снижением стоимости чугуна примерно в 2 раза, а меди только в 1,6 раза. Это, очевидно, является следствием роста овеществленных затрат труда, компенсировавших сокращение издержек живого труда.

В горнометаллургической промышленности (вследствие непрерывного вовлечения в эксплуатацию новых рудных месторождений) весьма репрезентативным натуральным показателем динамики отраслевой производительности труда может быть изменение процентного содержания металла в добываемой руде.

В сравнении с устойчивыми или снижающимися издержками производства снижение рудного содержания представляет измеритель степени систематического повышения сложности процесса промышленного извлечения металлов. Оно также может служить измерителем повышающейся эффективности овеществленного и неовеществленного труда, применяемого в разных пропорциях, в соответствии с прогрессом техники.

Правильность выбора данного показателя вполне подтверждается результатами статистического анализа ценообразования в США.

Конкретные изменения и длительные тенденции движения цен, потребления меди и содержания ее в добываемой руде в США иллюстрируются следующей диаграммой (рис. 1).

Наряду с количественным выражением изменений стоимости, потребления и содержания меди в руде, методы статистического анализа дают возможность определить длительные тенденции их темпов и установить соответствующие поправочные коэффициенты эволюции.

Графическое изображение темпов динамики цен, содержания меди в руде и потребления и тенденции их эволюционных изменений в США, приводится в диаграмме (рис. 2).

Определение общего направления изменения темпов и вариаций движения цен, потребления и рудного содержания меди в США за период с 1901 по 1959 год позволяет установить следующие динамические соотношения:

	Компаративный индекс цен меди	Потребление меди	Рудное содержание меди
Средний темп прямолинейного движения, % . .	—0,94	+1,79	—1,99
Коэффициент вариации	±1,24	±1,28	±1,05

Соотношения темпов длительной динамики потребления, цен и рудного содержания меди, достаточно ясно выражают сложную форму зависимости как темпов технического прогресса медной промышленности от роста спроса на металл вообще и на медь в частности,— так и темпов потребления меди от степени воздействия технического прогресса на повышение отраслевой производительности труда, проявляющемся в снижении уровня цен меди. Рост спроса вызывает необходимость постоянных технологических усовершенствований, пропорциональных систематическому снижению рудного содержания за счет вовлечения в производство новых запасов более бедных руд.

Среднегодовой рост потребления меди в США за период 1901—1959 гг. составил 1,79%. Он сопровождался технологическими усовершенствованиями, позволившими ежегодно снижать рудное содержание меди в среднем на 1,99%. Соответственно расширились ресурсы перерабатываемого рудного сырья, за счет вовлечения в производство более бедных руд. Стоимость меди снизилась на 0,94%, путем среднегодового повышения затрат вещественного капитала на 1,05%.

Взаимосвязь длительных тенденций динамики цен, потребления и рудного содержания меди может быть выражена следующим уравнением:

$$P = 14{,}7C^{-0{,}207}Y^{0{,}216}.$$

Но наряду с прямой зависимостью уровня стоимости от прогресса техники в капиталистическом хозяйстве имеет место обратная зависимость от текущих изменений цен, годовых конъюнктурных колебаний капиталовложений и, соответственно, технических усовершенствований. Эта зависимость выражается следующим уравнением регрессии годовых отклонений цен от многолетнего плавного уровня:

$$P = C^{0{,}233} \quad Y^{-0{,}405}$$

Рис. 1. Индексы динамики цен, потребления и содержания меди в добываемой руде в США за 1901—1959 гг.

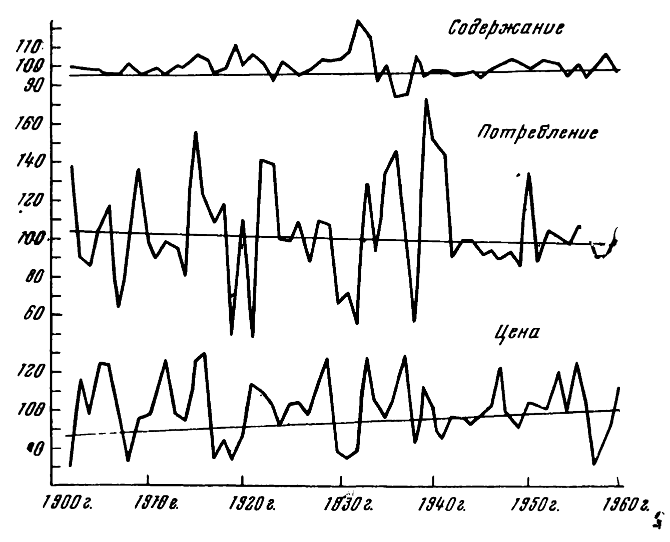


Рис. 2. Динамика цен, содержания и потребления меди и тенденций их эволюционных изменений в США

Полученное уравнение регрессии показывает степень преобладающего воздействия (по сравнению с длительными) осцилляторных, годовых и циклических процессов на механизм капиталистического ценообразования, в частности — замедляющее влияние конъюнктурного роста спроса на технический прогресс и на снижение стоимости.

Эту закономерность можно обнаружить и при рассмотрении первичных данных о динамике цен и содержания меди в руде в США[5a].

Год	Содержание, %	Цена, долл.	Год	Содержание, %	Цена. долл.	Год	Содержание, %	Цена долл.
1910	1,88	254	1920	1,63	368	1930	1,43	260
1911	1,82	250	1921	1,70	258	1931	1,50	182
1912	1,71	330	1922	1,74	270	1932	1,83	126
1913	1,67	310	1923	1,58	294	1933	2,11	128
1914	1,60	216	1924	1,59	262	1934	1,92	160
1915	1,66	350	1925	1,54	284	1935	1,89	166
1916	1,70	492	1926	1,46	280	1936	1,54	184
1917	1,60	546	1927	1,41	262	1937	1,29	242
1918	1,51	494	1928	1,41	288	1938	1,34	196
1919	1,65	372	1929	1,41	352	1939	1,25	208

Приводимые данные показывают, что снижение содержания, характеризующее рост производительности труда, замедляется или приостанавливается в периоды экономического подъема при росте цен и ускоряется во время депрессий при их падении.

Обе приведенные формулы создают достаточно ясное представление о разнородных тенденциях динамики и о противоположно действующих компонентах механизма стихийного ценообразования.

В соотношениях многолетней и годовой динамики цен и потребления других металлов, в частности конкурирующего с медью алюминия, также обнаруживаются аналогичные тенденции. Уравнения связи цен и потребления алюминия в годовой и многолетней динамике следующие:

многолетняя динамика — $P = 20{,}5C^{-0{,}318}$,

годовые колебания — $P = C^{+0{,}034}$.

Зависимость длительной тенденции и годовых колебаний цены алюминия от потребления (выражающейся

5a H. Barger and S. H. Schurr. The mining industry. N. Y., 1944, p. 228, 280.

коэффициентом регрессии многолетнего уровня 0,538) значительно слабее, чем зависимость цены меди от потребления.

Пониженная, сравнительно с медью, степень связи цен алюминия со спросом является достаточно определенным показателем воздействия на механизм ценообразования отраслевых условий производства, сбыта и применения отдельных металлов.

Приводимые ниже цифры показывают особенности многолетней и годовой динамики цен и потребления алюминия:

	Потребление	Цена
Средний темп прямолинейного движения, %	+10,04	—2,76
Коэффициент вариации . . .	±0,8	±0,19

Прирост потребления алюминия в США в среднем за год на 10%, пропорциональный темпам технического прогресса и расширения производства за многолетний период, сопровождался ежегодным снижением стоимости на 2,7% и, соответственно, ростом вещественного капитала в среднем на 7,3%. Повышенная капиталоемкость алюминиевой промышленности объясняет как крупные масштабы производства и снижения цен алюминия за длительный период, зависящие от капиталовложений, так и сравнительно низкие годовые колебания его цен и потребления, находящихся под более сильным воздействием монополий.

Математико-статистические схемы взаимодействия отраслевых и народнохозяйственных элементов механизма динамики цен, полученные в результате анализа эмпирических данных за длительный период, позволяет, таким образом, количественно выразить определенные исторические тенденции движения уровня стоимости отдельных товаров. Они, кроме того, измеряют степень влияния на цены интенсивности изменений размеров вещественного спроса, определяемых общественной потребностью в разнородных предметах потребления.

В плановом социалистическом хозяйстве система единых оптовых и розничных цен действует независимо от повседневных изменений спроса и отраслевой производительности труда. Математико-статистический анализ накопленных за 1948—1966 гг. обширных сведений о ценах,

реализации товаров и доходах населения дает возможность обнаружить и численно выразить устойчивые, объективные закономерности в соотношениях динамики уровня доходов населения, определяемого общими народнохозяйственными условиями, с изменением вещественного спроса и цен отдельных товаров.

Данные об изменениях соотношений индексов розничных цен основных групп товаров в СССР за 1951—1962 гг. иллюстрируют проблемы, связанные с определением длительных тенденций движения стоимости товаров и с оценкой уровня и структуры потребностей (1940 г.=100) [6].

Годы	Пищевые продукты	Напитки (алкогольные и безалкогольные) и табачные изделия	Одежда, обувь и предметы туалета	Музыкальные, радио, спортивные и прочие культтовары	Мебель, хозяйственные и разные товары
1951—1953	91,6	148,5	119,0	78,6	64,2
1954—1956	90,6	160,2	117,4	76,1	68,7
1957—1959	92,4	176,2	115,8	74,1	70,5
1960—1962	92,0	187,5	112,9	67,6	69,8

Несмотря на весьма слабое непосредственно внешнее проявление движения стоимости в соотношениях розничных цен, действующих в СССР после отмены карточной системы, признаком воздействия плановых изменений стоимости на динамику ценностных эквивалентов является заметная аналогия между показателями движения компаративных индексов цен и коэффициентами отношения темпов роста потребления отдельных товаров к темпам роста общего объема потребления. Этот факт с достаточной определенностью указывает на соответствующие тенденции движения отраслевой и народнохозяйственной производительности труда.

Степень согласованности длительных тенденций движения соотношений цен с закономерными изменениями структуры потребностей, связанными с ростом народнохозяйственной производительности общественного труда, можно выразить следующими показателями взаимосвязи

[6] Соотношения индексов розничных цен вычислены по данным, опубликованным в статистических ежегодниках ЦСУ СССР «Народное хозяйство СССР» за 1956—1963 гг.

между темпами движения компаративных индексов цен, вещественного спроса и размером денежных доходов населения за 1948—1962 гг.

	Среднегодовой темп динамики компаративных индексов цен, %	Коэффициенты эволюции динамики потребления, %	Отношения коэффициентов эволюции к среднему коэффициенту — 1
Предметы питания	—0,85	—1,19	1,0004
Напитки и табачные изделия	+1,22	—2,15	0,9908
Одежда, обувь, предметы туалета	+1,24	—1,26	0,9997
Книги, музыкальные, радио, спортивные и прочие культтовары	—0,03	—1,17	1,0006
Мебель, хозяйственные и разные товары	+1,32	—1,26	0,9995
В среднем по всем товарам	—	—1,23	—

Закономерности динамики соотношений цен, приобретения товаров и доходов достаточно ясно проявляются в противоположном движении темпом эволюции вещественного спроса и компаративных индексов цен за период с 1948 по 1962 г. Это указывает на существование многоступенчатой связи темпов роста производительности труда в отраслях промышленности, удовлетворяющих потребность в отдельных товарах, с ростом народнохозяйственной производительности труда, определяющей темпы роста доходов и размеров потребления в целом,— и с плановыми изменениями цен, производимыми с учетом изменений стоимости.

Эти закономерности особенно отчетливо проявляются во взаимодействии темпов потребления отдельных товаров, размеров доходов, реализованных городским населением на приобретение всех товаров, и компаративных индексов цен. Они характеризуются следующими коэффициентами взаимосвязи, вычисленными по отклонениям от плавных уровней[7]:

[7] Плавные уровни вычислялись аналитически, способом наименьших квадратов, по отчетным данным о структуре розничного товарооборота, опубликованным в сб. ЦСУ СССР «Народное хозяйство СССР» за 1954, 1956, 1958 и 1963 гг. и «Советская торговля» за 1956 г. Показатели динамики приобретения отдельных товаров городским населением получены вычитанием из общей суммы продажи соответствующих оборотов Центросоюза.

	Коэффициенты зависимости потребления от изменений дохода	Коэффициенты зависимости потребления от изменений соотношений цен
Предметы питания	+0,624	—0,737
Напитки и табачные изделия . . .	+1,164	—0,561
Одежда, обувь, предметы туалета .	+1,327	—0,284
Книги, музыкальные, радио, спортивные и прочие культтовары . .	+0,704	—1,466
Мебель, хозяйственные и разные товары	+1,266	—0,160

Взаимосвязь темпов динамики цен, вещественного спроса и уровня доходов [8], достаточно ясно выраженная по товарным группам, весьма резко проявляется также по отдельным товарам, отличаясь в ряде случаев существенными особенностями.

Так по отдельным продовольственным товарам получены следующие коэффициенты:

	Коэффициенты зависимости потребления от дохода	Коэффициенты зависимости потребления от цен
Мясо и мясопродукты	+1,974	—0,576
Масло животное	+1,976	—0,389
» растительное	—0,640	—0,868
Сахар	+0,651	—1,221
Кондитерские изделия	+0,623	—0,560
Хлеб и хлебопродукты	+0,264	—1,118
Картофель	+0,258	—0,492

Приведенные данные говорят о закономерной, прямой зависимости темпов потребления от дохода и их обратной зависимости от цен, наблюдающейся как по основным группам, так и по отдельным товарам.

По отдельным непродовольственным товарам чувствительность спроса к изменениям дохода и цен выражается следующими показателями:

[8] Темпы динамики всего реализуемого дохода приняты равными темпам роста общей суммы приобретений товаров в розничной торговле. Коэффициенты связи потребления (покупок) с доходом и с ценами, называемые обычно коэффициентами эластичности или чувствительности спроса, являются параметрами соответствующих прямолинейных уравнений регрессии.

	Коэффициенты зависимости потребления от дохода	Коэффициенты зависимости потребления от цен
Ткани хлопчатобумажные	+1,253	—1,919
шерстяные	+1,811	+0,026
шелковые	+2,069	—2,254
Трикотажные изделия	+1,201	—0,571
Чулки, носки	+1,516	—1,197
Галантерея	+1,553	—0,866
Резиновая обувь	+0,180	—0,092

Экономическая репрезентативность и типичные особенности полученных коэффициентов зависимости потребления от дохода в СССР иллюстрируются следующим

Таблица 2

	СССР	Англия *	США	
	1948—1962 гг.	1920—1938 гг.	1948 ** — 1958 гг.	1929 *** — 1941 гг.
Предметы питания	0,62	0,53	0,74	0,59
Напитки	0,16	0,54 и 1,83	—	—
Табачные изделия	—	0,20	—	0,32
Одежда, обувь, предметы туалета	1,33	1,00	0,89	0,67
Мебель, хозяйственные и разные товары	1,27	1,70	0,95	1,45 и 1,95
Книги, музыкальные, радио, спортивные и прочие культтовары	0,70	2,20	—	0,60 и 3,32

* Пищевые продукты, напитки и табачные изделия по исследованиям глобальных данных о потреблении и доходах [за 1920—1938 гг. R. Stone. The measurement of consumers expeditures and behaviour in United Kingdom 1920—1957. Cambridge, 1954. Одежда, мебель и культтовары по бюджетным данным о потреблении служащих с высоким доходом, приведенным в книге C. Clark. The condition of economic progress. London, 1957.

** По исследованиям департамента торговли США глобальных данных о размерах расходов потребителей на приобретение товаров в пересчете на неизменные цены L. I. Paradiso a. M. Smith. Consumer purchase and income pattern. Surway of Current Business, 1959.

*** По исследованиям глобальных данных о потреблении и доходах США за 1928—1941 гг. R. Stome. The role of measurement in economic. Cambridge, 1951.

сопоставлением их с аналогичными коэффициентами, опубликованными в Англии и США (табл. 2).

Несмотря на различные методы и источники определения коэффициентов эластичности спроса США и Англии все же их можно считать достаточно точными.

Представляя, таким образом, вполне репрезентативные показатели зависимости движения вещественного спроса от региональных, общих и отраслевых условий, влияющих на стоимость производства и на уровень цен товаров, коэффициенты чувствительности вещественного спроса в СССР характеризуют сравнительную степень силы воздействия изменения цен и доходов на динамику потребления. Они показывают преимущественное, по отношению к ценам, воздействие изменений доходов на направление и интенсивность движения потребностей населения СССР. Это обстоятельство свидетельствует о некотором отставании длительно действующих цен отдельных товаров от реальных соотношений стоимости. Повышенные, по сравнению с коэффициентами чувствительности к ценам, коэффициенты эластичности потребления от дохода можно считать результатом ускорения темпов производительности труда в отраслях народного хозяйства, производящих соответствующие предметы потребления.

Сопоставление коэффициентов зависимости потребления от дохода с коэффициентами зависимости от цен в СССР, Англии и США показывают, что по некоторым товарам (мясо, животное масло) между этими показателями существует обратное соотношение в СССР и капиталистических странах, вследствие более сильного, как правило, воздействия цен на потребление в стихийной капиталистической экономике.

Разность величин коэффициентов зависимости потребления от дохода и от цен выражает расхождение темпов движения цен и потребления, связанное с повышенной колеблемостью цен по отношению к изменениям отраслевой производительности труда и соответственно к стоимости. Эта разность указывает, как правило, на степень воздействия на отклонение цен от стоимости непроизводственных причин, заключающихся в сфере формирования потребностей (табл. 3).

Полученные коэффициенты, зависящие от закономерных, ясно выраженных различий в интенсивности роста

Таблица 3

	СССР		Англия		США	
	Коэффициенты зависимости потребления от					
	дохода	цены	дохода	цены	дохода	цены
Говядина			+0,34	—0,55	от +0,36 до +1,30	—0,86
Свинина	+1,97	—0,57	+0,58	—0,67	+0,82	—0,70
Баранина			+0,70	—1,47	+0,20	—1,80
Масло животное	+1,98	—1,38	+0,37	—0,41	+0,48	—2,20
Сахар	+0,65	—1,22	+0,09	—0,44	—0,19	—0,29
Картофель	+0,26	—0,49	+0,21	—0,57	—0,09	—0,30

доходов, цен и потребления отдельных товаров, являются обобщенными числовыми характеристиками взаимосвязанных соотношений темпов динамики доходов, потребления отдельных товаров и розничных цен. Они могут иметь существенное семиологическое значение в определении взаимосвязи между движением народнохозяйственной производительности труда (доход), отраслевой производительности труда (потребление и производство отдельных товаров) и относительной стоимостью (расхождение между народнохозяйственной и отраслевой производительностью труда).

Вместе с тем разность величин коэффициентов зависимости потребления от дохода и от цен, связанная, как правило, с повышенной по сравнению со стоимостью чувствительностью цен к динамике соотношений между отраслевой и народнохозяйственной производительностью труда, указывает на степень воздействия общих, социальных и экономических причин на длительные отклонения цен от существующего уровня стоимости.

Эти причины, заключающиеся в сфере формирования потребностей, действуют в социалистическом хозяйстве преимущественно в направлении длительных тенденций спроса, способствуя их усилению или ослаблению.

Анализ закономерных соотношений между темпами движения народного дохода, потребления и цен позволяет измерить степень воздействия спроса на отклонения цен

отдельных товаров от стоимости и даёт возможность эмпирически определять необходимые изменения уровня и соотношения цен в зависимости от народнохозяйственных условий производства и потребления.

Регрессионный анализ статистических данных о розничных ценах пшеничного хлеба, заработной плате[9], национальном доходе[10], урожае пшеницы[11] по 34 странам позволяет также выразить зависимость уровня стоимости хлеба от народнохозяйственной и отраслевой производительности труда и от спроса:

$$u = 41{,}5\ x^{-0{,}802}\ y^{-0{,}047}\ z^{0{,}037},$$

где

u — стоимость пшеничного хлеба (отношение цены хлеба к почасовой заработной плате):

x — национальный доход на душу в интернациональных единицах (интернациональная единица равна 1,805—1,821 долл.) за год;

y — урожай пшеницы, ц/га;

z — спрос (душевое потребление крахмалистых продуктов, умноженное на процент городского населения).

Полученная формула устанавливает степень влияния основных народнохозяйственных условий на уровень стоимости товаров, в данном случае хлеба. Коэффициенты эластичности спроса как показатели динамических отношений выражают влияние на потребление отклонений цен от сложившегося уровня стоимости.

Полученные математико-статистические уравнения взаимосвязи спроса, дохода и цен, являясь обобщением эмпирических данных, могут быть использованы в качестве необходимых моделей при мультивариантном перспективном планировании структуры потребления и соотношений цен.

[9] По данным «Annuaire des statistiques du travail, 1954» (Genève, 1955) о розничных ценах и заработной плате в Австралии, Австрии, Англии, Аргентине, Бельгии, Бразилии, Венесуэле, Нидерландах, Греции, Дании, Индии, Ирландии, Испании, Италии, Канаде, Колумбии, Мексике, Новой Зеландии, Норвегии, ОАР, Пакистане, Перу, Португалии, США, Турции, Финляндии, ФРГ, Франции, Чили, Швейцарии, Швеции, ЮАР, Японии.

[10] C. Clark. The condition of economic progress. London, 1957.

[11] Данные о потреблении взяты из сб. FAO «Production Yearbook» 1962, о населении из сб. «U. N. Demografhic Yearbook», 1966.

СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ПОТРЕБЛЕНИЯ ТОВАРОВ ОТ ИЗМЕНЕНИЙ ДОХОДОВ И ЦЕН

Метод бюджетных расчетов — статистический метод исследования, целью которого является получение данных о доходах и расходах в бюджетах рабочих, крестьян, служащих, пенсионеров. С его помощью может быть проанализирована структура расходов в бюджетах различных социально-экономических классов и слоев населения, структура потребления и уровень потребления различных групп по размеру семьи и по доходу. Формирование доходов и расходов у различных бюджетных групп происходит не случайно, между ними существуют определенные закономерности, которые необходимо вскрыть. Например, изменение потребления зависит от различных факторов. Задача исследования — познать закономерности изменения потребления, выяснить их влияние на потребительский спрос и определить меру воздействия отдельных факторов на потребление, а также их направление и величину.

Потребление отдельных групп и слоев населения существенно зависит от социального состава семей, от вида дохода, от изменения цен и пр. Процесс формирования потребления и потребностей сложен и многообразен. При его экономическом анализе нельзя ограничиваться исследованием отдельных признаков или факторов, которые влияют на личное потребление. Для научного анализа сущности различных форм социально-экономических явлений и процессов необходимы научные группировки, результаты которых сводятся в систему групповых и комбинационных таблиц. Статистическая группировка, базирующаяся на знаниях политической экономии, является, с одной стороны, необходимой предпосылкой для каждого статистико-экономического анализа, с другой стороны, сама представляет первую ступень или форму анализа. Кроме того, она дает возможность применения статистических и математических методов и вспомогательных средств, как, например, средние величины, индексы, методы выравнивания и т. д., при помощи которых могут

быть определены различные отношения, связи, зависимости. Из имеющегося многообразия возможных группировок приведем только одну (табл. 1), где данные комбинируются по признаку социально-экономической принадлежности, по группам дохода, по видам расхода.

Эти расходы послужили основой для построения индекса стоимости жизни.

Таблица 1. **Структура типов потребительских бюджетов ГДР, в среднем за 1955 г. (в %)**

	Уровень дохода рабочих промышленных народных предприятий			
	низкий	средний	высокий	уровень дохода ИТР
Продукты питания	52,5	47,9	41,8	40,2
Сладости	7,4	8,9	9,6	9,9
Жилище	7,5	6,6	5,7	6,9
Предметы домашнего обихода	2,7	3,9	4,6	4,0
Одежда	17,0	19,0	23,7	22,0
Отопление и освещение	4,0	3,5	2,8	2,8
Прочие	8,9	10,2	11,5	14,2
Итого	100	100	100	100

Табл. 1 дает наглядную картину прямой зависимости между доходом и расходами на продукты питания, одежду. При этом видно, что доля расходов в высшей группе по доходу промышленных рабочих почти совпадает с долей расходов ИТР. В расходах на отопление и освещение проявляется косвенная зависимость между доходом и потреблением. Здесь для расхода на отопление и освещение ИТР и высшей группы по доходу промышленных рабочих совпадает. Такое подразделение может быть произведено по всем социально-экономическим группам и слоям населения с группировкой по доходу. После определения удельных весов и исследования отношений и зависимостей можно получить сведения о структуре потребления всего

населения. Но для полной характеристики потребностей и состояния потребления эти данные еще недостаточны.

При помощи сгруппированных результатов можно проследить зависимость потребления от различных факторов, изменение потребления под влиянием этих факторов или эластичность потребления. Исследование эластичности потребления показывает развитие и изменение потребления не только в количественном, но и в качественном отношении, и, кроме того, оно дает исчерпывающие сведения для рационального планирования продуктов питания и промышленных товаров.

При изучении эластичности потребления следует различать статическую и динамическую, а также количественную и качественную эластичность. Лишь исследование всех сторон эластичности даст возможность сделать правильный вывод на будущее.

В зарубежной литературе для расчета эластичности спроса предлагаются два коэффициента: коэффициент эластичности спроса от дохода и от цены. Коэффициент эластичности потребления от дохода вычисляется по формуле:

$$\frac{v}{e} : \frac{V}{E} = K_E, \qquad (1)$$

V и V' — потребление семей с низким и высоким доходом, E и E' — низкие и высокие группы доходов семей,

$v = V' - V$ и $e = E' - E$.

В результате расчета, как правило, может получиться три различных соотношения:

$K_E = 1$, $K_E > 1$, $K_E < 1$.

В первом случае можно сделать вывод, что процентное изменение потребления и дохода происходит равномерно. Если, например, доход семей по низкой группе дохода будем увеличивать на 10%, то нужно ожидать прироста потребления соответствующих товаров и товарных групп тоже на 10%. Во втором случае после увеличения дохода нужно ожидать, что потребление семей низкой группы по доходу возрастет больше, чем доход. Третий случай означает, что потребление семей увеличивается медленнее, чем растет доход. Отрицательный коэф-

фициент показывает, что в результате увеличения дохода потребление уменьшается.

Сравнение коэффициентов эластичности характеризует степень удовлетворения и количественное изменение потребления. Однако если коэффициент эластичности недостаточен для исследования потребления, так как он не показывает достаточно дополнительного потребления, которого следует ожидать после увеличения доходов. Для этой цели может быть применена преобразованная формула (1):

$$v = K_E \cdot \frac{V}{E} \cdot e. \qquad (2)$$

После расчета дополнительного потребления, учитывая, что потребление семей в высшей группе по доходу можно выразить формулой $V' = v + V$, а ожидаемое потребление формулой:

$$V' = V + K_E \frac{V}{E} \cdot e. \qquad (3)$$

Для наглядности поясним ход вычислений на примере. Предположим

$V = 150$ марок, $E = 300$ марок,

$V' = 180$ марок, $E' = 390$ марок,

$v = 30$, $e = 90$.

Коэффициент эластичности, выражающий зависимость потребления от дохода, равен:

$$K_E = \frac{30}{90} : \frac{150}{300} = \frac{2}{3} = 0,66\ \%.$$

Это означает, что при увеличении дохода на 1% расходы на продукты питания увеличиваются на 0,66%. Если для семей низких групп дохода запланировать повышение зарплаты на 80 марок, то с помощью формул (2) и (3) можно рассчитать дополнительные расходы на продукты питания, а также дополнительное потребление всего населения[1]:

$$v = 0,66 \cdot \frac{150}{300} \cdot 80 = 26,66,$$

$$V' = 150 + 26,66 = 176,66.$$

[1] В этом случае мы подразумеваем линейное изменение.

Число 26,66 показывает, что при увеличении зарплаты в среднем на 80 марок нужно ожидать увеличения расхода на продукты питания 26,66 марок. Таким образом, общий расход на продукты питания после увеличения зарплаты в семьях низких групп будет в среднем составлять 176,66 марок. При анализе результатов следует понимать, что рассчитанные значения являются средними.

При использовании приведенных результатов для целей планирования необходимо дополнительно провести исследование динамики эластичности потребления, чтобы правильно учесть развитие во времени.

V и V' — потребление перед и после снижения цен, P и P' — цена перед и после снижения цен,

$v = V' - V$ и $p = P' - P$.

Коэффициент эластичности потребления от цены определяется по формуле:

$$\frac{v}{p} : \frac{V}{P} = K_p, \text{ где} \tag{4}$$

он показывает изменение потребления при изменении цены на 1%.

Для разъяснения значения этого коэффициента необходимо показать взаимосвязь цен и потребления. Теоретически возможны следующие интересующие нас изменения:

	Цена	Потребление
I	Повышается (+)	Повышается (+)
II	Повышается (+)	Снижается (—)
III	Снижается (—)	Снижается (—)
IV	Снижается (—)	Повышается (+)

Коэффициент эластичности потребления от цены определяется для I и II случая. Благодаря планомерному повышению уровня зарплаты и снижению цен в социалистическом народном хозяйстве постоянно повышается жизненный уровень населения. Поэтому необходимо брать отрицательный коэффициент при понижении цены на 1%. В нашем исследовании мы руководствуемся формулой (4), где разница берется со знаком. Для определения добавочного потребления после снижения цен расчет производим по формуле:

$$v = K_p \cdot \frac{V}{P} \cdot p, \tag{5}$$

Применив формулу

$$V' = V + K_p \cdot \frac{V}{P} \cdot p, \qquad (6)$$

определим ожидаемое потребление.

Формулы 4, 5, 6 определяют коэффициенты эластичности для расчета дополнительного потребления после снижения цен и новый размер потребления. Например, предположим $V = 4$, $P = 20$, $P' = 15$, $V' = 6$, $v = 2$ и $p = -5$, тогда коэффициент эластичности потребления от цены равен:

$$K_p = \frac{2}{-5} : \frac{4}{20} - 2.$$

Значит при повышении цен на 1% следовало бы ожидать уменьшения потребления на 2%. А при снижении цен на 1% потребления увеличится на 2%.

Если мы запланируем снижение цен на 5 марок, то по формуле (5) при $V = 6$, $P = 15$ рассчитаем дополнительное потребление:

$$v = -2 \cdot \frac{6}{15} (-5) = 4.$$

По формуле (6) ожидаемое потребление будет: $V' = 6 + 4 = 10$.

Рассмотренные нами коэффициенты эластичности широко известны в математической специальной литературе. Для незначительных изменений цен $p = \Delta P$ и потребления $v = \Delta V$. Коэффициент эластичности можно записать формулой:

$$\lim_{p \to 0} K_p = \lim_{\Delta P \to 0} \frac{v}{p} : \frac{V}{P} = \lim_{\Delta P \to 0} \frac{P \Delta V}{V \Delta P} = \frac{P}{V} \cdot \frac{dV}{dP} = \frac{d \lg V}{d \lg P}.$$

Применяя экстраполяционные формулы (5) и (6), необходимо учитывать и коэффициенты эластичности за прошлый период. Кроме того, для полной характеристики эластичности потребления наряду со статической и динамической количественной эластичностью необходимо провести исследование качественной эластичности потребления как с точки зрения статической, так и динамической. Под качественной эластичностью потребления мы понимаем различные сдвиги или изменения потребления, которые возникают в результате повышения зарплаты или снижения цен.

Исследование качественной эластичности потребления включает изменение потребностей в качественном отно-

шении и перемещение их с одних товаров на другие, как, например, перемещение потребностей с продуктов питания на промышленные товары.

Приведенные результаты бюджетных расчетов пригодны для исследования качественной эластичности потребления, так как они получены в результате очень дробных подразделений и группировок. Анализируя зависимость расходов (потребления) от дохода по отдельным товарным группам можно сделать вывод о качественной эластичности потребления и ее зависимости от дохода (табл. 2)

Таблица 2. **Качественная эластичность потребления**

Доход, марки	Потребление на душу населения				Всего
	масла животного	масла растительного	маргарина	сала топленого	
До 300	100	100	100	100	100
300—400	110	120	130	120	120
400—500	140	125	128	121	130
500—600	155	117	110	116	135
600—700	190	102	98	99	140
700—800	210	99	78	79	155
800—1000	245	74	68	69	160
1000 и больше	280	68	40	55	180

Для оценки качественной эластичности потребления необходимо рассчитать дополнительную сумму, образовавшуюся в результате понижения цен или повышения уровня зарплаты. Если взять случай снижения цен на 1% и ввести обозначения

$p_0^{(i)}$ — цены до снижения

$p_1^{(i)}$ — цены после снижения

$q_0^{(i)}$ — потребление до снижения цен

$q_1^{(i)}$ — потребление после снижения цен,

то можно рассчитать теоретическую экономию населения от снижения цен $E^{(Be)}$ по формуле (веса отчетного периода):

$$E^{(Be)} = \sum_{i=1}^{n} (q_1^{(i)} p_0^{(i)} - q_1^{(i)} p_1^{(i)}) = \sum_{i=1}^{n} q_1^{(i)} (p_0^{(i)} - p_1^{(i)}). \qquad (7)$$

Если расчет производить по весам базисного периода, то применяется следующая формула:

$$E^{(Ba)} = \sum_{i=1}^{n} (q_0^{(i)}p_0^{(i)} - q_0^{(i)}p_1^{(i)}) = \sum_{i=1}^{n} q_0^{(i)}(p_0^{(i)} - p_1^{(i)}). \quad (8)$$

В результате получим вторую высвобождающуюся теоретическую сумму. Она в отличие от первой характеризует изменение покупательского фонда, при условии, что после снижения цен товаров будут покупать не больше и не меньше чем перед снижением. На практике это бывает редко. Чаще всего теоретическая экономия населения от снижения цен на товары под влиянием структурных сдвигов в товарообороте изменяется.

Уменьшение или увеличение экономии населения можно рассчитать с помощью корректировочной формулы экономии ($E^{(k)}$) или при помощи следующей формулы:

$$E^{(k)} = \sum_{i=1}^{n} (q_1^{(i)} - q_0^{(i)})\, p_1^{(i)}. \quad (9)$$

Применяя $E^{(k)}$ и $E^{(Ba)}$ можно по формуле

$$\begin{aligned} E^{(Ef)} &= \sum_{i=1}^{n} (q_0^{(i)}p_0^{(i)} - q_0^{(i)}d_1^{(i)}) - (q_1^{(i)} - q_0^{(i)})\, p_1^{(i)} = \\ &= \sum_{i=1}^{n} q_0^{(i)}(p_0^{(i)} - p_1^{(i)}) - p_1^{(i)}(q_1^{(i)} - q_0^{(i)}) \end{aligned} \quad (10)$$

определить величину экономии $E(^{(Ef)}$ в результате снижения цен и изменения структуры товарооборота.

В табл. 3 дан числовой пример, показывающий применение приведенных формул.

Для определения суммы экономии произведем расчеты для трех случаев.

I. $E^{(Be)} = (8\cdot5-8\cdot4) + (15\cdot2-15\cdot1) = 23.$

$E^{(Ba)} = (10\cdot5-10\cdot4) + (20\cdot2-20\cdot1) = 30,$

$E^{(K)} = (8-10)\cdot4 + (15-20)\cdot1 = -13.$

$E^{Ef} = (E^{(Ba)} - E^{(K)} = 30-(-13) = 43.$

II. $E^{(Be)} = (20\cdot4-20\cdot2) + (25\cdot2-25\cdot1) = 65.$

$E^{(Ba)} = (15\cdot4-15\cdot2) + (20\cdot2-20\cdot1) = 50.$

$E^{(K)} = (20-15)\cdot2+(25-20)\cdot1=15.$

$E^{(Ef)} = E^{(Ba)}-E^{(K)} = 50 - 15 = 35.$

III. $E^{(Be)} = (20 \cdot 5 - 20 \cdot 4) + (30 \cdot 2 - 30 \cdot 1) = 50.$

$E^{(Ba)} = (10 \cdot 5 - 10 \cdot 4) + (20 \cdot 2 - 20 \cdot 1) = 30.$

$E^{(K)} = (20 - 10) \cdot 4 + (30 - 20) \cdot 1 = 50.$

$E^{(Ef)} = E^{(Ba)} - E^{(K)} = 30 - 50 = -20.$

В первом случае получена экономия, равная 43 маркам в результате снижения цен и сокращения количества проданных товаров. Уменьшение количества проданных товаров отражается корректировочной формулой, так как она дала при расчете отрицательный результат. Отрицательная величина экономии (13 марок) означает повышение экономии на 13 марок.

Во втором случае получена эффективная экономия = = 35 маркам. Экономия в 50 марок, вызванная снижением цен, уменьшается здесь в результате увеличения покупок товаров по сниженным ценам на 15 марок.

Третий случай дает отрицательную величину экономии в 20 марок: после снижения цен расход возрастает на 20 марок из-за увеличения покупок.

Таким образом, для исследования потребления необходимо проанализировать результаты, рассчитанные при помощи формул 7—10. Но данные, вычисленные при помо-

Таблица 3

Случай	Товар	Перед снижением цен		После снижения цен		Экономия, марки
		$p_0^{(i)}$	$q_0^{(i)}$	$p_1^{(i)}$	$q_1^{(i)}$	
I	A B	5 2	10 20	4 1	8 15	$E^{(Be)} = 23,0$ $E^{(Ba)} = 30,0$ $E^{(K)} = -13,0$ $E^{(Ef)} = 43,0$
II	A B	4 2	15 20	2 1	20 25	$E^{(Be)} = 65,0$ $E^{(Ba)} = 50,0$ $E^{(K)} = 15,0$ $E^{(Ef)} = 35,0$
III	A B	4 2	10 20	4 1	20 30	$E^{(Be)} = 50,0$ $E^{(Ba)} = 30,0$ $E^{(K)} = 50,0$ $E^{(Ef)} = -20,0$

щи формулы 10, нуждаются в дальнейшем исследовании, так как возросшая покупательная способность на товары является исходным пунктом для анализа качественной эластичности потребления.

Необходимо проанализировать экономию (в первом случае равную 43 маркам, во втором — 35 маркам), чтобы определить товары, на которые она была израсходована. В третьем случае, наоборот, необходимо установить, за счет каких товаров A и B увеличился расход на 20 марок.

Величины, рассчитанные при помощи формулы (9), также являются предметом дальнейшего исследования количественной и качественной эластичности потребления. Кроме того, они имеют большое значение и для оценки степени удовлетворения потребностей или эластичности в данных товарах или товарных группах. Исследование степени удовлетворения потребности может быть произведено при помощи абсолютных величин. Однако эти величины могут быть использованы для сравнения лишь при определенных условиях ибо различное уменьшение величины экономии, вытекающее из изменения количества товаров после каждого снижения цен, сравнивается с теоретической или эффективной величиной экономии. Поэтому необходимо определить индекс сравнения. Для этой цели применяются формулы индексов, при помощи которых определяют соотношение снижения экономии за счет изменения количества с теоретической или эффективной экономией.

Долю уменьшения экономии в теоретической экономии (расчет производится по весам отчетного периода) определяют:

$$IE^{(Be)}; E^{(h)} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (q_1^{(i)} - q_{0)}^{(i})\, p_1^{(i)}}{\sum_{i=1}^{n} q_1^{(i)} p_0^{(i)} - q_1^{(i)} p_1^{(i)}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (q_1^{(i)} - q_0^{(i)})\, p_1^{(i)}}{\sum_{i=1}^{n} q_1^{i} (p_0^{i} - p_1^{i})}. \quad (11)$$

Долю экономии, которую получили бы, если бы после снижения цен покупали то же количество товаров, что и перед снижением, определяют по формуле:

$$IE^{(Ba)}; E^{(h)} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (q_1^{(i)} - q_0^{(i)}) p_1^{(i)}}{\sum_{i=1}^{n} (q_0^{(i)} p_0^{(i)} - q_0^{(i)} p_1^{(i)})} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (q_1^{i} - q_0^{i})\, p_1^{i}}{\sum_{i=1}^{n} q_0^{i} (p_0^{i} - p_1^{i})}. \quad (12)$$

Долю уменьшения экономии с изменением структурных сдвигов в эффективной экономии определяют так:

$$IE^{(Ef)};\ E^{(k)} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} (q_1^{(i)} - q_0^{(i)})\, p_1^{(i}}{\sum\limits_{i=1}^{n} (q_0^{(i)} p_0^{(i)} - q_0^{i}\, p_1^{(i)}) - (q_1^{(i)} - q_0^{(i)})\, p_1^{(i)}} = \qquad (13)$$

$$= \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} (q_1^{i} - q_0^{i})\, p_1^{i}}{\sum\limits_{i=1}^{n} [q_0^{i}\, (p_0^{i} - p_1^{i}) - p^{i}\, (q_1^{i} - q_0^{i})]}.$$

Все три формулы могут быть применены для исследования эластичности степени удовлетворения потребностей. Каждая из них освещает вопрос с определенной стороны. Наиболее целесообразной является формула (13), так как она сравнивает уменьшение экономии с фактической экономией. Если иногда и бывает, что вместо экономии имеет место увеличение расходов, как показано в третьем случае (табл. 3), то для недостаточно сведущих в этой области эти результаты вызывают недоумение. Поэтому для практических расчетов мы предлагаем формулу (12), которая в каждом случае приводит к реальным результатам. По данным табл. 3, применяя формулу (12), получаем:

I. $IE^{(Ba)};\ E^{(K)} = -\frac{13}{30} = -0{,}4333$, или $-43{,}33\%$.

II. $IE^{(Ba)};\ E^{(K)} = \frac{15}{50} = 0{,}30$, или 30%.

III. $IE^{(Ea)};\ E^{(K)} = \frac{50}{35} = 1{,}6666$, или $166{,}66\%$.

Полученный результат в первом случае свидетельствует о том, что повышение экономии на 43,33% произошло в результате структурных сдвигов. Полученный отрицательный результат снижения экономии в процентах обозначает удовлетворение потребности в товарах, включенных в исследование. Чем больше отрицательное значение процента, тем более полно удовлетворены потребности. Во II случае экономия уменьшилась на 30%. Потребности не удовлетворены. Чем меньше положительное значение

уменьшения экономии в процентах, тем более полно удовлетворены потребности. В третьем случае уменьшение экономии в процентах составило 166,66% [2]. Если бы мы получили 100% уменьшения экономии, то мы могли бы сказать, что никакой экономии нет. В нашем примере уменьшение экономии превышает максимальное ее значение на 66,66%. Речь идет об увеличении расходов на 66,66%. Об удовлетворении потребностей в этом случае не может быть и речи, напротив, данная величина указывает на резкое неудовлетворение потребностей и в связи с этим надо заметить, что уменьшение экономии свыше 100% является также важным пунктом для других исследований. Она, между прочим, дает возможность понять, что в ценах реализации, в соотношении цен или ценообразовании могут быть недостатки, потому что обычно после снижения цен дополнительное количество покупаемых товаров не превышает суммы экономии. Если в практике встречается увеличение расходов и речь идет о дефицитных товарах, для которых необходимо регулирование потребления с помощью цен, значит необходимо особое исследование цен.

Подводя итоги по приведенным в данной статье методам, можно сказать, что они только в том случае дают полезные научные результаты, если рассматривать и анализировать их в целом как систему. Если при исследовании потребления отдельных групп или слоев населения довольствоваться только одним или двумя методами, то полученные данные не будут надежными. Приведенные методы нельзя рассматривать как неподвижные и неизменные. С ростом расходов населения исследование потребности должно проводиться более совершенными статистическими методами, которые надо уточнять и совершенствовать дальше.

Следует подчеркнуть, что с помощью статистических методов можно только тогда получить наилучшие результаты, когда их применению предшествует глубокий теоретический анализ, основывающийся на знании политической экономии.

[2] Следует заметить, что экономия уменьшается не менее, чем на 100%. Третий случай в практике встречается очень редко, он — исключение.

■

А. А. КОНЮС

РАСЧЕТ ГИПЕРПОВЕРХНОСТЕЙ ПОСТОЯННОГО УРОВНЯ ПОТРЕБЛЕНИЯ МЕТОДОМ ИНДЕКСОВ ЦЕН

1. *Вводные замечания.* Значение гиперповерхностей постоянного уровня потребления, или, как их обычно называют, гиперповерхностей безразличия в потреблении, заключается в том, что они позволяют прогнозировать личное потребление при изменениях цен и общего расхода потребителей [1].

Если потребительский бюджет подразделить на три группы товаров, — это будут поверхности безразличия. В случае только двух групп товаров (например, товары продовольственные и непродовольственные), — поверхности превратятся в кривые безразличия. Тогда их свойства становятся наглядными.

На рис. 1 показано семейство кривых безразличия. Здесь на осях координат откладываются количества потребленных товаров, т. е. их групп в неизменных ценах. Каждая точка на плоскости характеризует определенный набор из двух групп товаров. Чем дальше кривая безразличия от начала координат, тем выше уровень потребления.

Прямые линии, пересекающие оси координат, характеризуют наборы из двух групп товаров, которые потребитель имеет возможность приобрести при данных ценах и данном его общем расходе. Чем дальше эти прямые бюджета отстоят от начала координат при одинаковом их наклоне к осям координат, тем больше его общий расход при данных ценах. Наклон прямой бюджета к осям координат характеризует соотношение цен, причем отрезок на оси показывает то количество товаров данной группы в неизменных ценах, которые можно приобрести, затратив все деньги на эту группу товаров.

Потребитель выбирает такую комбинацию из двух групп товаров, т. е. такую точку на плоскости, где прямая его бюджета касается кривой безразличия. Это и будет самый высокий уровень потребления, который он может достигнуть при данном его общем расходе (за месяц или за год) и при данных ценах.

[1] H. Wold. Demand analysis. Stockholm, Almquist, 1952.

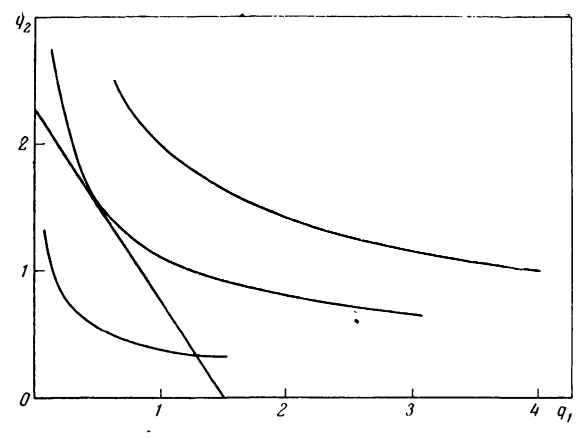


Рис. 1. Семейство кривых безразличия в потреблении

В отношении товаров с «длительным периодом изнашивания», как квартиры, автомобили и т. п., стоимость которых, как указал Энгельс в своей работе «К жилищному вопросу», реализуется в их арендной плате[2],— надо предполагать, что они берутся на прокат.

При построении кривых (гиперповерхностей) безразличия предполагается, что еще нет полного насыщения потребностей по всем отдельным, независимым друг от друга, группам товаров. Иными словами, предполагается, что, когда меняются соотношения между ценами отдельных групп товаров, то изменяются соотношения между размерами потребления этих групп товаров. Далее предполагается, что потребности у всех групп потребителей по общему расходу одинаковы, т. е. одинаковый семейный состав, одинаковый процент курящих и т. п. Точки на одной и той же кривой безразличия определяют собою одинаковый уровень потребления.

Понятие кривых безразличия было введено в экономическую науку английским эконометриком Эджуорсом[3] на основе представления полезности совокупности товаров, как функции их количеств. Эту функцию полезности у

[2] К. Маркс и Ф. Энгельс. Сочинения, т. 18, стр. 266.

[3] F. J. Edgeworth. Papers relating to political economy, vol. II, London, 1925, p. 316.

нас называют «целевой функцией потребления»[4]. Форму гиперповерхностей безразличия часто определяют исходя из каких-либо предположений относительно функции полезности. Так, например, кривые безразличия, приведенные на рис. 1, соответствуют предположению С. Г. Струмилина, который в 1920 г. предполагал, основываясь на психо-физическом законе Вебера — Фехнера, что полезность потребительского блага есть логарифмическая функция его количества[5]. Эти кривые безразличия соответствуют также среднему геометрическому индексу цен.

В настоящей статье развиваются идеи ряда предшествующих работ автора[6]. Применение индексного метода делает ненужными предположения относительно формы функции полезности. Принимается только, что уровень потребления, соответствующий определенному общему расходу в данном периоде, принципиально можно охарактеризовать некоторым общим расходом в базисном периоде.

В излагаемой постановке вопроса общий расход потребителя не совпадает с его доходом. Сбережения и долги из анализа потребления исключаются в отличие от распространенного представления о необходимости включения сбережений в число потребляемых благ наряду с хлебом и маслом[7]. Как предполагается в данной статье, товары длительного пользования не приобретаются в собственность, а берутся на прокат. Поэтому речь идет об уровне потребления в данном периоде времени, а не в течение всей жизни потребителя и его потомков. Общий расход потребителя за этот период времени представляет собою сумму произведений количеств потребленных товаров на их цены, независимо от того, имел ли потребитель тогда сбережения или семья жила в долг.

Количества и цены в дальнейшем, если не имеется специальных оговорок, представляются в «индексных» единицах измерения. Именно, как сказано, количества то-

[4] Н. П. Федоренко. Экономика и математика. М., изд-во «Знание», 1967.

[5] С. Г. Струмилин. «Полезность и ценность в их взаимоотношениях. «Проблемы экономики труда». М., изд-во «Вопросы труда», 1925, стр. 211.

[6] См., например, «Экономическая конъюнктура». Энциклопедический словарь Граната, т. 51, 1933, стр. 226—236.

[7] H. S. Houthakker. The present state of consumption theory. «Econometrica», 1961, vol. 29, N 4, p. 712.

варов, или групп товаров, даются в неизменных ценах базисного периода. Ценами товаров должны явиться поэтому относительные изменения в текущем (плановом) периоде по сравнению с базисным периодом. Тогда произведение количества товаров на их цены в этих индексных» единицах счета будет равняться расходу в принятой денежной единице.

Как известно, главное назначение индексов цен потребления заключается в том, чтобы определить, какое количество денег должен получить потребитель в текущем периоде, чтобы обеспечить себе при изменившихся ценах такой же уровень потребления, какой он имел в базисном периоде. Отсюда становится понятным, почему теория гиперповерхностей постоянного уровня потребления должна быть тесно связана с теорией индексов цен.

2. *Функции платежеспособного спроса.* Исходным в теории потребления должно быть представление о наличии функциональной зависимости размеров потребления товаров q_j ($j=1,2 \dots m$, где m — число товаров или товарных групп) от цен товаров x_j и общего расхода потребителя Z:

$$q_j = q_j(x_1, \dots, x_m, Z). \qquad (1)$$

Зависимости, представленные этими уравнениями, которые могут быть названы функциями платежеспособного спроса, проявляются в статистических данных. В теоретическом анализе предполагается, что функции (1) обладают свойствами обратимости и дифференцируемости.

Между переменными, входящими в систему уравнений (1), существует обязательное соотношение:

$$Z = \sum q_i x_i, \qquad (2)$$

представляющее собою уравнение бюджета потребителя.

Функции (1) являются однородными нулевой степени, т. е. при изменении всех цен $x_1,\dots,x_m$ и общего расхода Z потребителя в одно и то же число раз размеры потребления товаров $q_1, \dots, q_m$ не изменяются.

Наиболее детально при помощи эмпирических функций в уравнениях (1) исследована зависимость размеров потребления от общего расхода потребителя при постоянных ценах, т. е. так называемые кривые Энгеля.

Будем считать, что обозначения в системе уравнений (1) даны в индексных единицах. Это значит, что в базис-

ном периоде $x_1 = \ldots = x_m = 1$. Общий расход потребителей в базисном периоде будем обозначать K. Количества товаров, потребленных в базисном периоде потребителем с общим расходом K и по ценам базисного периода, будем обозначать $c_1, \ldots, c_m$. Уравнения кривых Энгеля в базисном периоде будут иметь следующее общее выражение:

$$c_j = c_j(K) \qquad (3)$$

$$j = 1,2 \ldots m,$$

$$K = \sum c_i. \qquad (4)$$

Возможность получить в базисном периоде массовые устойчивые данные о потреблении различных групп населения в различных районах делает функции Энгеля (3) главной опорой в прогнозировании платежеспособного спроса. Прогнозирование спроса можно свести тогда к тому, чтобы для каждого данного уровня потребления в базисном периоде, характеризуемого общим расходом потребителя K, определить в текущем периоде при изменившихся соотношениях между ценами $x_1, \ldots, x_m$, размеры потребления $q_1, \ldots, q_m$. Однако эмпирически, на основании одних только статистических данных, эту задачу разрешить нельзя.

3. *Агрегатные индексы цен.* Вопрос об определении изменений общего расхода потребителя в текущем периоде по сравнению с базисным периодом при одном и том же уровне потребления, т. е. в зависимости только от изменений цен, практически решается вычислением агрегатных индексов цен. Индексы цен в своем наиболее общем виде представляют те или иные функции от цен товаров.

Агрегатные индексы построены на естественном предположении, что, если количества потребляемых товаров в базисном периоде и в текущем периоде (т. е. в периоде вычисления индекса) — одни и те же, то и уровень потребления также один и тот же.

В настоящее время в нашей статистике агрегатный индекс вычисляется по так называемой формуле Пааше. Обозначим в натуральных единицах измерения количества товаров, потребленных в I периоде времени $Q_1, \ldots, Q_m$, а во II — $Q_1', \ldots, Q_m'$; цены этих товаров соответственно обозначим в I периоде $P_1, \ldots, P_m$, а во II — $P_1' \ldots, P_m'$. Тогда индекс цен Пааше, вычисляющийся по количест-

вам II периода, определится по формуле:

$$J_п = \frac{\sum Q_i' P_i'}{\sum Q_i' P_i}. \qquad (5)$$

Этот индекс цен по мысли его составителей должен был бы позволить определять, какому уровню потребления в I периоде, характеризуемому общим расходом в этом периоде, соответствует фактически произведенный во II периоде общий расход $\Sigma_1 Q_i' P_i'$.

В 20-х годах индекс цен у нас вычислялся по так называемой формуле Ласпейерса, т. е. по количествам I из сравниваемых периодов:

$$J_л = \frac{\sum Q_i P_i'}{\sum Q_i P_i}. \qquad (6)$$

Этот индекс, вычисляющийся и в настоящее время в большинстве стран, должен был бы показывать, какое количество денег надо дать потребителю во II периоде, чтобы он получил уровень потребления, характеризуемый в I периоде общим расходом $\Sigma O_i P_i$.

У формул (5) и (6) нет никаких принципиальных преимуществ друг перед другом.

Как показывают уравнения (1), при изменении соотношений между ценами количества потребляемых товаров также изменяются (случай полного удовлетворения потребностей, когда потребитель на изменение соотношений между ценами не реагирует, при построении гиперповерхностей безразличия исключается). Поэтому агрегатные индексы цен не в состоянии правильно определить изменение общего расхода потребителя так, чтобы при изменениях цен уровень его потребления в текущем и в базисном периодах был одинаков. Это и является причиной расхождения показаний агрегатных индексов (5) и (6) при обычных, конечных изменениях цен.

Однако при предположении бесконечно малых изменений цен из индекса Ласпейерса вытекает дифференциальное условие постоянства уровней потребления, которое обусловливает собою совпадения его при этом предположении с индексом цен Пааше.

Пусть цены $P_1, \ldots, P_m$ получат по сравнению с базисным периодом бесконечно малые приращения $dP_1, \ldots, dP_m$, т. е. $P_i' = P_i + dP_i$; тогда индекс цен получит прираще-

ние dJ и формула Ласпейерса (6) будет иметь вид:

$$1 + dJ = \frac{\sum Q_i (P_i + dP_i)}{\sum Q_i P_i},$$

откуда

$$dJ = \frac{\sum Q_i dP_i}{\sum Q_i P_i}. \qquad (7)$$

В том случае, когда $\Sigma Q_i P_i$ является общим расходом потребителя K в базисном периоде, получаем

$$KdJ = \sum Q_i dP_i.$$

Произведение KdJ представляет собою приращение общего расхода потребителя dZ, т. е. $dZ = KdJ$. (8)

В общем случае также

$$\sum Q_i dP_i = dZ. \qquad (9)$$

Это выражение означает, что уровень потребления при малых приращениях цен остается постоянным тогда, когда приращение общего расхода потребителя равно сумме произведений приращений цен на количества потребляемых товаров.

Общий расход потребителя Z представляет собою сумму произведений количеств товаров на их цены, т. е. $Z = \Sigma P_i Q_i$. Возьмем полный дифференциал этого выражения

$$dZ = \sum dP_i Q_i + \sum P_i dQ_i.$$

Принимая во внимание (9), получим

$$\sum P_i dQ_i = 0. \qquad (10)$$

Это соотношение представляет собою другое, равносильное (9) условие равенства уровней потребления. Уровень потребления остается постоянным, когда сумма малых приращений (положительных и отрицательных) количеств потребленных товаров, умноженных на цены, равна нулю, или, другими словами, уровень потребления остается постоянным, когда незначительное уменьшение потребления по одним товарам компенсируется соответствующим увеличением потребления по другим товарам.

Если соблюдается условие (10), то при малых изменениях цен индекс Пааше (5) совпадает с индексом Лас-

пейерса (6). Действительно, при малых приращениях цен dP_i количества товаров получат малые приращения dQ_i, так что $Q_i' = Q_i + dQ_i$. Индекс цен получит приращение dJ, и формула Пааше (5) будет иметь вид:

$$1 + dJ = \frac{\sum(Q_i + dQ_i)(P_i + dP_i)}{\sum(Q_i + dQ_i)\,P_i}$$

или

$$dJ = \frac{\sum Q_i dP_i + \sum dQ_i dP_i}{\sum(Q_i + dQ_i)\,P_i} \cdot$$

Сумма $\Sigma dQ_i dP_i$ как бесконечно малая второго порядка отбрасывается:

$$dJ = \frac{\sum Q_i dP_i}{\sum Q_i P_i + \sum P_i dQ_i}.$$

Нетрудно видеть, что, когда выполняется условие постоянства уровня потребления (10), полученное приращение индекса цен совпадает с приращением (7), т. е. при бесконечно малых приращениях цен индекс Пааше совпадает с индексом Ласпейерса, если уровни потребления в двух сравниваемых периодах одинаковы.

4. *Вывод уравнений гиперповерхностей безразличия в потреблении без предпосылки функции полезности.* В полученных выражениях условия постоянства уровня потребления (9) и (10) заменим натуральные единицы измерения индексными, т. е. выразим количества товаров (или групп товаров) в ценах принятого базисного периода $P_1^\circ, \ldots, P_m^\circ$, т. е. $P_i / P_i^0 = x_i$ и $Q_i P_i^\circ = q_i$. Тогда выражения (9) и (10) будут сопоставимы с (1) и (2).

В индексных единицах измерения равенство (9) будет

$$dZ = \sum q_i dx_i, \qquad (9')$$

а равенство (10)

$$\sum x_i dq_i = 0. \qquad (10')$$

На рис. 1 это последнее равенство характеризует тот факт, что прямая бюджета касается кривой безразличия: бесконечно малый отрезок на прямой бюджета является бесконечно малой частью соответствующей кривой безразличия.

Применяя далее индексный метод в рассматриваемой проблеме определения гиперповерхностей безразличия в потреблении, примем равенство (8) как условие постоянства уровня потребления, независимо от номинальной величины Z. Тогда, проинтегрировав обе части равенства (8), получим:

$Z = KJ + C$, где

постоянная $C = 0$, так как при $J = 1$ обязательно будет $Z = K$, т. е.

$$Z = KJ. \tag{11}$$

Это равенство означает, что общий расход потребителя в текущем периоде Z всегда может быть представлен как произведение некоторого общего расхода потребителя в базисном периоде K, характеризующего определенный уровень потребления, на соответствующий этому уровню индекс цен J.

Преобразуем уравнения (2) и (9) в соответствии с равенством (11):

$$J = \sum \frac{q_i}{K} x_i, \tag{2'}$$

и

$$dJ = \sum \frac{q_i}{K} dx_i. \tag{9''}$$

Уравнения (1), имея в виду их однородность первой степени относительно $x_1, \ldots, x_m, Z$, представим в виде:

$$q_j = q_j \left(\frac{x_1}{J}, \ldots \frac{x_m}{J}, K\right) \tag{1'}$$

при $j = 1, \ldots m$.

Полученные соотношения позволяют точно установить, что должен представлять собою индекс цен J как функция от относительных изменений цен $x_1, \ldots x_m$.

Имея в виду, что равенство (2′) не является тождеством, поскольку J не является независимым аргументом, а должно удовлетворять условию (9″), и что K является величиной постоянной,— подставим выражения q_j из (1′) в равенство (2′)

$$1 = \frac{\sum q_j \left(\frac{x_1}{J}, \ldots \frac{x_m}{J}\right)}{K} \frac{x_j}{J}$$

и разрешим полученное выражение относительно J:

$$J = J(x_1, \dots x_m, K). \tag{12}$$

Взяв полный дифференциал от этого уравнения при $K = \text{const}$.

$$dJ = \sum \frac{\partial J}{\partial x_i} dx_i, \tag{13}$$

сопоставим его с равенством (9″). Так как приращения dx_i являются величинами независимыми, то

$$q_j = K \frac{\partial J(x_1, \dots x_m, K)}{\partial x_j} \quad \text{при } j = 1, \dots m. \tag{14}$$

Это значит, что индекс цен J является такой функцией (12) относительных применений цен, частные производные которой определяют размеры потребления отдельных товаров (или товарных групп) $q_1, \dots q_m$ в зависимости от цен $x_1, \dots x_m$ при данном уровне потребления, характеризуемом общим расходом потребителя в базисном периоде K.

Формула индекса цен (12) представляет собою уравнение гиперповерхности безразличия для данного уровня потребления K в тангенциальных координатах $x_1, \dots, x_m, J$. Это значит, что, например, в случае двух товаров, по формуле индекса (12) на основании заданных изменений цен x_1, x_2 и заданного общего расхода потребителя в базисном периоде вычисляется индекс цен J. Тем самым определяется уравнение прямой (2′), в котором переменными являются количества товаров q_1 и q_2. Эта прямая является касательной к кривой безразличия, отвечающей уровню потребления K. Меняя цены x_1, x_2, вычисляя индекс J и проводя на чертеже прямые (2′), получим ряд касательных, которые дадут ясное представление о форме данной кривой безразличия.

Пример таких вычислений и рисунок кривой безразличия в тангенциальных координатах для индекса цен, вычисляемого по взвешенной средней геометрической, приведен в одной из работ автора[8].

Функция гиперповерхности безразличия в тангенциальных координатах (12) является однородной первой

[8] «Индексы цен потребительского бюджета и теория гиперповерхностей постоянного уровня потребления». «Статистическое изучение спроса и потребления». М., изд-во «Наука», 1966.

степени, а функции спроса при данном уровне потребления (14) — однородными нулевой степени от переменных $x_1, \ldots x_m$. Поэтому, найдя из системы уравнений (14) отношения x_i/J как функции от количеств товаров $q_1, \ldots, q_m$ при данном уровне потребления K, и подставив их в уравнение (12), получим

$$1 = \Phi(q_1, \ldots q_m, K). \qquad (15)$$

Это будет уравнение гиперповерхности безразличия в обычных точечных координатах.

При данном K найдем полный дифференциал этого выражения:

$$\sum \frac{\partial \Phi}{\partial q_i} dq_i = 0$$

и, сопоставив его с равенством (10′), получим

$$x_j = h \frac{\partial \Phi}{\partial q_j} \quad \text{при } j = 1,2, \ldots m, \qquad (16)$$

где h — некоторый постоянный коэффициент.

Таким образом, уравнение гиперповерхности безразличия в потреблении (15) для данного уровня потребления K дает возможность определить отношения цен $x_1, \ldots x_m$, при которых количества товаров $q_1, \ldots q_m$ будут потреблены.

Параметры в уравнениях (12), (14), (15) и (16) должны быть представлены как функции уровня потребления K в базисном периоде.

Проверка пригодности выбранной формулы индекса цен (12) для целей прогнозирования потребления достигается путем расчетов количеств потребляемых товаров $q_1, \ldots q_m$ по формулам (12), (2′), (11) и (14) в зависимости от цен товаров $x_1, \ldots x_m$ и общего расхода потребителя Z и сопоставления полученных результатов со статистическими данными, характеризующими уравнение (1).

5. Гиперповерхность безразличия по формуле индекса цен Фишера — Боули. И. Фишер рекомендовал вычислять индекс цен по следующей «идеальной» формуле[9], представляющей собою среднюю геометрическую из ар-

[9] См., например, В. С. Немчинов. Сельскохозяйственная статистика с основами общей теории. Сельхозгиз, 1945.

регатных индексов (5) и (6):

$$J_{\text{ф}} = \sqrt{\frac{\sum Q_i' P_i'}{\sum Q_i' P_i} \cdot \frac{\sum Q_i P_i'}{\sum Q_i P_i}}.$$

А. Боули считал более совершенным, нежели эта «идеальная» формула, такой агрегатный индекс, в котором весами являются средние арифметические из количеств товаров, потребленных в базисном и в текущем периоде:

$$J_{Б} = \frac{\sum (Q_i' + Q_i) P_i'}{\sum (Q_i' + Q_i) P_i}.$$

В основе рассуждений Боули[10] лежит предпосылка, что уровни потребления в оба сравниваемых периода времени весьма близки друг к другу. Поэтому он имеет возможность применить ряд Тейлора к разности значений функции уровня потребления. Произведя ряд упрощений (отбрасывая малые величины третьего порядка), он приходит к своей формуле. Основное свойство индекса Боули заключается в том, что чем ближе уровни потребления двух сравниваемых периодов, тем точнее при принятых предпосылках становится этот индекс. Поэтому с наибольшим эффектом его следует анализировать, предполагая, что уровни потребления в оба сравниваемых периода одинаковы, т. е. что этот индекс равен отношению общего расхода потребителя в текущем периоде к отношению общего расхода в базисном периоде:

$$\frac{\sum (Q_i' + Q_i) P_i'}{\sum (Q_i' + Q_i) P_i} = \frac{\sum Q_i' P_i'}{\sum Q_i P_i}.$$

Раскрывая скобки и учитывая свойство пропорций, получаем:

$$\frac{\sum Q_i P_i'}{\sum Q_i' P_i} = \frac{\sum Q_i' P_i'}{\sum Q_i P_i}. \qquad (17)$$

В высшей степени интересно, что это же самое соотношение получается на основе индекса Фишера при условии, что в оба периода времени уровни потребления были одинаковы, если приравнять индекс Фишера отношению

[10] A. Bowley. Notes on index numbers. «Economic Journal», 1928, June.

общих расходов потребителя в сравниваемые периоды:

$$\sqrt{\frac{\sum Q_i'P_i'}{\sum Q_i'P_i} \cdot \frac{\sum Q_iP_i'}{\sum Q_iP_i}} = \frac{\sum Q_i'P_i'}{\sum Q_iP_i}.$$

Соотношение (17) можно преобразовать в дифференциальное уравнение с частными производными и смешанными аргументами, решением которого является уравнение центральной гиперповерхности второго порядка[11].

В случае двух групп товаров это уравнение имеет следующий вид:

$$a_{11}q_1^2 + 2a_{12}q_1q_2 + a_{22}q_2^2 = K. \qquad (18)$$

Коэффициенты a_{11}, a_{12}, a_{22} для разных кривых безразличия, принадлежащих к одному семейству, являются функциями от общего расхода потребления в базисном периоде K (единицы измерения здесь и далее индексные).

Отношение между ценами x_1, x_2, при котором потребитель выбирает количества товаров q_1, q_2, обеспечивающие ему данный уровень потребления (т. е. такой уровень, который достигался в базисном периоде при ценах $x_1 = x_2 = 1$ и при общем расходе K) — определяется угловым коэффициентом касательной к этой кривой согласно (16):

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{a_{11}q_1 + a_{12}q_2}{a_{22}q_2 + a_{12}q_1}.$$

Для определения постоянных коэффициентов в полученном уравнении гиперповерхности безразличия необходимо иметь кривые Энгеля (их аналитическое выражение) в какие-либо два периода времени, различающиеся ценами, т. е. необходимо иметь уравнения: $c_j = c_j(K)$ и $\bar{q}_j = \bar{q}_j(\bar{Z})$. Один из периодов принимаем за базисный, т. е. полагаем в нем $x_1 = \ldots = x_m = 1$. Соотношение (17), представляющее условие равенства уровней потребления в сравниваемые периоды по индексу Фишера — Боули, получает тогда следующую формулу (в индексных единицах счета):

$$\frac{\bar{Z}}{K} = \frac{\sum c_i(K)\cdot x_i}{\sum \bar{q}_i(\bar{Z})}.$$

Из этого соотношения определяется общий расход потребителя в выбранном текущем периоде $\bar{Z}$, обеспечиваю-

[11] С. С. Бюшгенс, А. А. Конюс. Проблема покупательной силы денег. «Вопросы конъюнктуры», т. II, 1926.

щий ему уровень потребления, соответствующий общему расходу в базисном периоде K.

Вообще говоря, понадобится таких соотношений составить (по данным двух избранных периодов времени) по стольким значениям K, сколько групп товаров включается в уравнение гиперповерхности безразличия.

Затем необходимо принять подходящую форму зависимости коэффициентов a_{ij} в уравнении гиперповерхности безразличия от расхода потребителя в базисном периоде K. Это уравнение примет тогда следующий вид (в случае двух групп товаров):

$$a_{11}(K)\, q_1^2 + 2a_{12}(K)\, q_1 q_2 + a_{22}(K)\, q_2^2 = K. \qquad (18')$$

Вместе с уравнениями (16) и (2′) оно применяется для прогнозирования потребления q_1, q_2 по ценам x_1, x_2 и общему расходу потребителя Z.

6. Прогнозирование потребления для незаменяемых между собою групп товаров. Центральные гиперповерхности безразличия второго порядка, построенные на основе индекса цен Фишера — Боули, пригодны для прогнозирования потребления как в том случае, когда товары заменяют друг друга в потреблении (например, мясо и рыба), так и в случае незаменяемых между собою групп товаров, как пища и одежда. Однако расчеты с этими гиперповерхностями трудоемки, и, кроме того, они требуют двух периодов времени с разными соотношениями между ценами, но с одинаковыми потребностями потребителей.

Более простым является индекс, представляющий собою степенну́ю среднюю из относительных изменений цен, частными случаями которого является средняя арифметическая и средняя геометрическая. Этот индекс уже рассматривался в одной из работ автора[12]. Он особенно пригоден для построения гиперповерхностей безразличия в тех случаях, когда расчет ведется по незаменяемым между собой группам благ (продовольственные товары, одежда, жилище, гигиена, развлечения, культура, туризм и т. п.). Формула индекса цен по степенно́й средней

[12] Теоретический индекс цен потребления и его применение при планировании платежеспособного спроса. «Экономико-математические методы», вып. I. М., Изд-во АН СССР, 1963.

имеет вид:

$$J_{\text{ст}} = \left(\frac{c_1 x_1^k + \ldots + c_m x^k}{c_1 + \ldots + c_m} \right)^{\frac{1}{k}}, \tag{12'}$$

где $c_j = c_j(K)$ и $k = k(K)$.

Уравнение спроса при данном уровне потребления K

$$q_j = c_j \left(\frac{x_j}{J} \right)^{k-1} \qquad j = 1, 2 \ldots m. \tag{14'}$$

Уравнение гиперповерхности безразличия в точечных координатах:

$$c_1 \left(\frac{q_1}{c_1} \right)^{\frac{k}{k-1}} + \ldots + c_m \left(\frac{q_m}{c_m} \right)^{\frac{k}{k-1}} = c_1 + \ldots + c_m. \tag{15'}$$

Примем в этих уравнениях простейшую форму для показателя степени k. Именно

$$k = BK,$$

где коэффициент B определяется для K, обеспечивающего полное удовлетворение потребностей при данной их структуре. В этом случае потребление не реагирует на изменения соотношений между ценами, кривая безразличия обращается в точку, $k = 1$ и индекс цен (12′) становится средней арифметической:

$$BK_{\max} = 1, \; B = \frac{1}{K_{\max}}.$$

Отрицательные значения K исключаются, так как при них кривые безразличия пересекают оси координат, что нарушает предположение о незаменяемости товарных групп. Средняя геометрическая ($k = 0$) становится крайним случаем при $K \to 0$. Индекс цен потребления при таком выражении k всегда будет меньше агрегатного индекса, построенного по количествам базисного периода, что, как известно, вполне закономерно.

Вычисления по формулам (14′) (где k следует принять равным $K/K_{\max}$) упрощаются, если пользоваться отношениями количеств и цен товаров к какому-либо одному выбранному товару, например, имеющему номер m:

$$\frac{q_j}{q_m} = \frac{c_j}{c_m} \left(\frac{x_j}{x_m} \right)^{\frac{K}{\max} - 1}. \tag{19}$$

Этим отношениям размеров потребления товаров в базисном периоде, при $x_1 = x_2 = \ldots = x_m = 1$, как функциям от общего расхода в базисном периоде K, удобно при-

дать формулу:

$$\frac{c_j}{c_m} = A_j G_j^k, \qquad (20)$$

где параметры A и G определяются по данным обследований потребительских бюджетов способом наименьших квадратов или, хотя бы на основании значений c_j/c_m и K в двух группах потребителей, распределенные по общему расходу K.

Формулы (20) вместе с обязательным равенством

$$c_1 + c_2 + \ldots + c_m = K \qquad (21)$$

дают возможность определить абсолютные значения c_1, $c_2 \ldots c_m$.

Формулы (20) представляют также возможность подойти к определению K_{max}. Действительно, так как группы товаров предполагаются не заменяющими друг друга, то с ростом общего расхода потребителя K должны расти и размеры потребления отдельных групп товаров c_j. Поэтому, такое значение K, при котором в силу уравнений (20) и (21) прекращается увеличение потребления какой-либо группы товаров, можно принять за K_{max}.

7. *Пример расчета кривых безразличия по степенной формуле индекса цен.* Параметры в уравнениях (19) и (20) были определены по данным американской бюджетной статистики за 1950 г.[13] Были взяты две группы товаров — продовольственные товары и одежда и две группы потребителей с годовым доходом от 2000 до 3000 и от 7500 до 10 000 долл. на семью:

	Первая группа потребителей	Вторая группа потребителей
Продовольственные товары	946	1992
Одежда	289	1026
Число членов семьи	3,1	4,2
В среднем на душу		
c_1 — продовольственные товары	305	474
c_2 — одежда	93	244
$K = c_1 + c_2$	398	718
$\frac{c_1}{c_2}$	3,28	1,94

[13] «Historical statistics of the United States». U. S. department of commerce. 1960, p. 179.

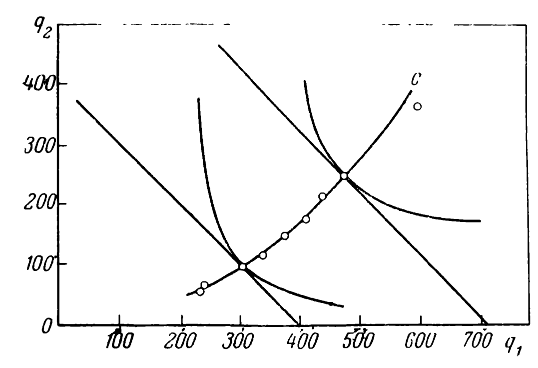


Рис. 2. Семейство кривых безразличия в потреблении, соответствующее степенной формуле индекса цен, по данным американской бюджетной статистики

На основании этих данных формула (20) получила вид:

$$\frac{c_1}{c_2} = 7{,}219\cdot 0{,}998^K. \tag{20'}$$

Принимая во внимание (21), были определены c_2 и c_1:

$$c_2 = \frac{}{7{,}219\cdot 0{,}998^K + 1}, \tag{22}$$

$$c_1 = K - \frac{K}{7{,}219\cdot 0{,}998^K + 1}. \tag{23}$$

Общий расход $K_{\max}$ был определен на основании приведенного выше соображения в размере 1 200 долл. (в наибольшей по доходу группе в статистическом справочнике $K = 943$ долл.).

Поэтому семейство кривых безразличия в потреблении для указанных данных, согласно (15′) можно определить следующим уравнением:

$$\frac{c_1}{c_2}\left(\frac{c_1}{q_1}\right)^{\frac{K}{1200-K}} + \left(\frac{c_2}{q_2}\right)^{\frac{K}{1200-K}} = \frac{c_1}{c_2} + 1, \tag{24}$$

где c_1 и c_2 находятся по равенствам (22) и (23).

Две кривые безразличия из семейства (24) приведены на рис. 2. На этом же рисунке точками показаны фактические пары значений c_1 и c_2 и выравнивающая их кривая, соответствующая формуле (20′).

Прогнозирование потребления в зависимости от изменения соотношений цен и изменения уровня потребления осуществляется непосредственно по формулам (19). Если требуется оперировать общим расходом потребителя Z, а не уровнем потребителя K, то необходимо использовать для расчетов формулу индекса цен (12′), имея в виду, что $Z = J\cdot K$.

Был выполнен пробный расчет потребления по данным американской статистики за 1934 г.[14] Отношения цен в 1934 г. к ценам 1950 г. составили: продовольственные товары $x_1 = 0{,}459$ и одежда $x_2 = 0{,}512$. Общий расход на душу на продовольственные товары (для сопоставления с данными 1950 г. алкогольные напитки в соответствующем проценте были вычтены) и на одежду в группе потребителей с доходом от 1 500 до 1 800 долл. составил $Z = 191$ долл. В этом общем расходе расход на продовольственные товары был равен 143 долл. и на одежду —48 долл. Расчет же по уравнениям (12′), (14′), (22) и (23) при $k = \frac{K}{1200}$ и при $Z = 191$ долл.: по продовольственным товарам $q_1x_1 = 145$ долл. и по одежде $q_2x_2 = 46$ долл. Отклонение рассчитанных по кривым безразличия цифр от статистических данных не превысило 5%, что для прогноза на 15 лет следует считать вполне допустимым.

■

В. В. ШВЫРКОВ, Ю. С. ВЛАСОВ

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ВЗАИМОСВЯЗЕЙ ФУНКЦИЙ ПОТРЕБЛЕНИЯ

В результате анализа функций Энгеля определяется изменение потребления под влиянием независимых переменных (доход, цены, размер семьи, ее состав и т. д.). Однако при такой постановке вопроса в стороне остается проблема анализа взаимосвязей функций потребления.

Решение этой проблемы позволяет установить связь между функциями потребления, наметить некоторые подходы к сравнительной оценке средних бюджетных наборов семей при разных соотношениях цен, а также рассчитать показатели, характеризующие изменение потребления при одновременном влиянии доходов и цен, вычислить прямые и перекрестные коэффициенты эластичности потребления от цены в основном по статистическим материалам обследования бюджетов семей.

Пусть функции потребления взаимосвязаны между собой следующим образом:

$$S = f(q_1, q_2, \ldots, q_n), \qquad (1)$$

[14] «Historical statistics of the United States». U. S. department of commerce, 1960, p. 125, 180.

где $q_i = \varphi_i(p_1, p_2, \ldots, p_n, z)$ при (2)
$(i = 1, 2, \ldots, n)$.

В функции (1) записана совокупность потребленных семьями товаров в определенных соотношениях. Эти соотношения — результат влияния факторов, формирующих спрос семей, их систему предпочтений в покупках тех или иных товаров в точно выраженных количественных пропорциях. В связи с такой постановкой задачи взаимосвязь между функциями потребления будем исследовать функцией потребительского предпочтения (1).

Понятие функции потребительского предпочтения есть не что иное, как признание факта, согласно которому семьи производят покупки товаров, стремясь более полно удовлетворить свои потребности в данных условиях и при существующих ограничениях.

Естественно принять функцию потребительского предпочтения за средство, при помощи которого можно дать сравнительную оценку бюджетным наборам семей с позиций степени удовлетворения потребностей [1].

Функции потребительского предпочтения (1) и спроса (2) имеют первую и вторую частные производные:

$$s_i = \frac{\partial S(q_1, q_2, \ldots, q_n)}{\partial q_i}, \tag{3}$$

$$s'_{ii} = \frac{\partial^2 S(q_1, q_2, \ldots, q_n)}{\partial q_i^2}, \tag{4}$$

$$s'_{ik} = \frac{\partial^2 S(q_1, q_2, \ldots, q_n)}{\partial q_i \partial q_k}, \tag{4a}$$

$$q^i_k = \frac{\partial \varphi_i(p_1, p_2, \ldots, p_n, z)}{\partial p_k}, \tag{5}$$

$$q^i_{ik} = \frac{\partial^2 \varphi_i(p_1, p_2, \ldots, p_n, z)}{\partial p_i \partial p_k}. \tag{6}$$

Величина s_i — скорость изменения системы потребительского предпочтения в результате увеличения или уменьшения q_i; $s'ik$ — ускорение в изменении системы потребительского предпочтения, вызванное увеличением или уменьшением q_k. Производные функции потребительского предпочтения и функции спроса взаимосвязаны, о чем будет сказано ниже.

[1] См. Р. Аллен. Математическая экономия. М., ИЛ, 1963, стр. 550.

Для функции потребительского предпочтения сформулирован ряд аксиом [2]. В одной из них говорится о том, что потребитель всегда отдает предпочтение более выгодной комбинации величин q_i. При этом их можно сравнивать так, что если хотя бы одна величина q_i в данной комбинации больше, чем в предыдущей, то предпочтительна новая комбинация.

Запишем математически формулировку наиболее выгодного предпочтения (наиболее выгодного соотношения в покупках товаров) при ограничении, которое дается бюджетным уравнением (необходимое условие). Эта задача определения условного экстремума [3] функции $[S(q_1, q_2, \ldots, q_n)]$ при ограничении $z = \sum_{i=1}^{n} p_i q_i$.

Задача условного экстремума сводится к нахождению неопределенного коэффициента, так называемого множителя Лагранжа (W), при котором функция:

$$\Phi = S(q_1, q_2, \ldots, q_n) - W \sum_{i=1}^{n} p_i q_i \tag{7}$$

принимает максимальное или минимальное значения.

Для нахождения неопределенного коэффициента (W) составим систему уравнений:

$$\begin{cases} z = \sum_{i=1}^{n} p_i q_i, \\ \dfrac{\partial \Phi}{\partial q_j} = 0 \text{ при } (j = 1, 2, \ldots, n). \end{cases} \tag{8}$$

Продифференцируем функцию (7) по q_j:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial q_j} = \frac{\partial S}{\partial q_j} - W \frac{\partial \sum_{i=1}^{n} p_i q_i}{\partial q_j} = 0,$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial q_j} = \frac{\partial S}{\partial q_j} - W p_j = 0.$$

[2] H. Wold. Demand analysis. N. Y., 1953, p. 111.

[3] П. С. Пискунов. Дифференциальное и интегральное исчисления. М., Физматгиз, 1963, стр. 286—291.

Так как

$$\frac{\partial S}{\partial q_j} = s_j, \quad \text{то}$$

$$s_j = Wp_j. \qquad (9)$$

Равенство (9) показывает, что семьи с одинаковым общим расходом производят свои покупки товаров в соответствии с ценами. Другими словами, скорость изменения системы потребительского предпочтения пропорциональна ценам [4].

Соотношение (9) может быть получено и в результате дифференцирования функции потребительского предпочтения (1) по общему расходу (z) при постоянных $p_1, \ldots, p_k$:

$$\frac{\partial S}{\partial z} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial S}{\partial q_i p_i} \cdot \frac{\partial q_i p_i}{\partial z}.$$

Так как

$$s_i = \frac{\partial S}{\partial q_i}, \quad \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial q_i p_i}{\partial z} = 1,$$

то:

$$\frac{\partial S}{\partial z} = \frac{s_i}{p_i} \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial q_i p_i}{\partial z}, \qquad (10)$$

$$\frac{s_i}{p_i} = W.$$

Множитель Лагранжа — функция дохода и цены — измеряется в денежном выражении. С повышением уровня жизни она уменьшается, отражая изменения в системе потребительских предпочтений. Для семей с одинаковым уровнем жизни этот показатель — величина постоянная как для каждого товара, так и в каждой точке функции постоянного уровня потребления.

Показатель (W) назовем коэффициентом пропорциональности между скоростью в изменении системы потребительского предпочтения и ценами (сокращенно — коэффициент пропорциональности).

[4] П. Самуэльсон. Экономика. М., изд-во «Прогресс», 1964, стр. 431.

Для множителя Лагранжа рассчитаем коэффициент эластичности в зависимости от общего расхода (z). Этот коэффициент назовем эластичностью пропорциональности от общего расхода:

$$\check{W} = \frac{\partial W}{\partial z} \frac{z}{W}, \quad \text{где} \tag{11}$$

все цены $p_1, \ldots, p_n$ — постоянные.

Величина $\check{W}$, вычисленная по отдельным товарам, постоянная. Это объясняется тем, что коэффициент пропорциональности (W) не изменяется в зависимости от вида товара.

Эластичность пропорциональности вычисляется также и в зависимости от цены:

$$W_k = \frac{\partial W}{\partial p_k} \cdot \frac{p_k}{W} \tag{12}$$

(все другие p и z величины постоянные).

Задача нахождения условного максимума функции S применяется и при построении функции постоянного уровня потребления. Построение этой функции сводится к следующему: при постоянном общем расходе z и меняющихся ценах (p_i) требуется определить такие значения покупок товаров (q_i), при которых максимизируется значение функции (S).

В качестве необходимого условия выступает бюджетное уравнение, а достаточное условие для максимума функции записывается в следующем виде:

а) $\sum_{i=1}^{n} p_i dq_i = 0$,

б) $d^2S < 0$.

Условие а) вытекает из того, что $S = S(q_1, q_2, \ldots, q_n)$ — постоянная величина, т. е. $dS = 0$ (вывод этого условия приведен ниже — см. 16а).

С учетом поставленных условий определим функцию постоянного уровня потребления для двух товаров

$$S = q_1 q_2.$$

Рассчитаем первые частные производные функции по q_1 и q_2:

$$s_1 = \frac{\partial S}{\partial q_1} = q_2; \qquad s_2 = \frac{\partial S}{\partial q_2} = q_1.$$

Далее определяется множитель Лагранжа по q_1 и q_2:

$$\frac{s_1}{p_1} = W, \quad \frac{q_2}{p_1} = W, \quad \frac{s_2}{p_2} = W, \quad \frac{q_1}{p_2} = W.$$

Для определения q_1 и q_2 составляем систему уравнений, с учетом того, что множитель Лагранжа постоянный:

$$\begin{cases} q_1p_1 + q_2p_2 = z, \\ \dfrac{q_2}{p_1} = \dfrac{q_1}{p_2}. \end{cases}$$

Составленные системы уравнений позволяют максимизировать S. Значения q_1 и q_2 определяем из данной системы уравнений методом подстановки.

Мы рассмотрели вопрос об изменении потребления в результате влияния цен[5] при постоянных значениях z и S. Теперь проанализируем изменение потребления в результате влияния цены и общего расхода при неизменной системе потребительского предпочтения.

Математически эту задачу следует записать так: определить dq_i, которое получается в результате изменения p_k на величину dp_k и z на величину dz, если все другие цены постоянны и $dS = 0$.

Для решения данной задачи по функции $q_i = \varphi_i(p_1, p_2, \ldots, p_n, z)$ определим полный дифференциал:

$$dq_i = \sum_{s=1}^{n} \frac{\partial q_i}{\partial p_s} dp_s + \frac{\partial q_i}{\partial z} dz,$$

$$dq_i = \sum_{s=1}^{n} \frac{\partial q_i}{\partial p_s} \frac{p_s}{q_i} \frac{q_i}{p_s} dp_s + \frac{\partial q_i}{\partial z} \frac{z}{q_i} \frac{q_i}{z} dz,$$

$$\frac{dq_i}{q_i} = \sum_{s=1}^{n} Э_{is} \frac{dp_s}{p_s} + Э_i \frac{dz}{z}. \qquad (13)$$

Для случая, когда все другие цены, кроме (p_k), постоянны, имеем:

$$\frac{dq_i}{q_i} = Э_{ik} \frac{dp_k}{p_k} + Э_i \frac{dz}{z}. \qquad (14)$$

[5] Интересное исследование влияния цен на спрос проведено проф. К. Отто в ст. «Индексный метод анализа удовлетворения потребностей и перемещения спроса». «Статистическое изучение спроса и потребления». М., изд-во «Наука», 1966.

Для функции $z = q_1p_1 + q_2p_2 + \ldots\ldots + q_np_n$ запишем полный дифференциал:

$$dz = \frac{\partial p_1q_1}{\partial p_1}dp_1 + \cdots + \frac{\partial q_np_n}{\partial p_n}dp_n +$$
$$+ \frac{\partial p_1q_1}{\partial q_1}dq_1 + \cdots + \frac{\partial q_np_n}{\partial q_n}dq_n = q_1dp_1 + \cdots + q_ndp_n +$$
$$+ p_1dq_1 + \cdots + p_ndq_n;$$

$$dz = \sum_{i=1}^{n} q_idp_i + \sum_{i=1}^{n} p_idq_i \qquad (15)$$

Полный дифференциал для функции $[S = S(q_1, q_2, \ldots, q_n)]$ равен:

$$dS = \sum_{i=1}^{n} \frac{dS}{\partial q_i}dq_i = \sum_{i=1}^{n} s_idq_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{s_i}{p_i}p_idq_i,$$

$$dS = W\sum_{i=1}^{n} p_idq_i. \qquad (16)$$

Если приравняем (16) к нулю (функция потребительского предпочтения не меняется [6]), то получим:

$$\sum_{i=1}^{n} p_idq_i = 0, \qquad (16а)$$

$$dz = \sum_{i=1}^{n} q_idp_i. \qquad (17)$$

Подставив равенство (17) в равенство (14), получим:

$$\frac{dq_i}{q_i} = Э_{ik}\frac{dp_k}{p_k} + Э_i\frac{q_kdp_k}{z},$$

$$\frac{dq_i}{q_i} = Э_{ik}\frac{dp_k}{p_k} + Э_iq_k\frac{dp_k}{p_k}\frac{p_k}{z},$$

$$\frac{dq_i}{q_i} = \frac{dp_k}{p_k}(Э_{ik} + Э_i\alpha_k),$$

$$\frac{dq_i}{dp_k}\frac{p_k}{q_i} = Э_{ik} + Э_i\alpha_k,$$

$$E_{ik} = Э_{ik} + Э_i\alpha_k. \qquad (18)$$

[6] Это равнозначно постоянному значению коэффициента пропорциональности (W).

Это равенство известно под названием уравнения Слуцкого[7], а показатель E_{ik} — коэффициент эластичности Слуцкого[8]. В общем виде этот коэффициент записывается:

$$E_{ik} = \frac{\partial\varphi_i(p_1, p_2, \ldots, p_n, z)}{\partial p_k} \frac{p_k}{\varphi_i(p_1, \ldots, p_n, z)} \tag{19}$$

[все другие цены и функция (S) — величины постоянные, общий расход (z) изменяется].

Р. Фриш[9] называет коэффициент эластичности Слуцкого эластичностью потребности. Он записывает его в виде коэффициента эластичности потребления в зависимости от ускорения в изменении системы потребительского предпочтения[10]:

$$q_{ik} = \frac{\partial q_i}{\partial s_k}\frac{s_k}{q_i}, \tag{20}$$

где

$$s_i = s_i(q_1, q_2, \ldots, q_n), \tag{21}$$

и

$$q_i = q'_i(s_1, s_2, \ldots, s_n) \tag{22}$$

— обратные функции[11].

[7] Е. Е. Слуцкий. К теории сбалансированного бюджета потребителя. Сб. «Народнохозяйственные модели и теоретические вопросы потребления». М., Из-во АН СССР, 1963. Оригинал статьи см. «Giornale degli economisti e rivista di statica», 1915, № 1.

[8] По коэффициенту эластичности Е. Е. Слуцкого вычисляется коэффициент эластичности взаимозаменяемости Хикса — Аллена (e_{ik}):

$$e_{ik} = \frac{E_{ik}}{\alpha_k}. \tag{19}$$

[9] «Econometrica», 1959, № 27, p. 177—196.

[10] Аналогично вычисляется коэффициент эластичности ускорения в изменении системы потребительского предпочтения в зависимости от изменения количества k товара (эластичность предпочтения):

$$s_{ik} = \frac{\partial s_i}{\partial q_k}\frac{q_k}{s_i}. \tag{23}$$

[11] По обратным функциям вычисляются следующие первые производные:

$$\frac{\partial s_i}{\partial q_k} = s'_{ik}, \tag{20a}$$

$$\frac{\partial q_i}{\partial s_k} = q'_{ik}. \tag{21a}$$

Следует заметить, что формула (4а) тождественна (20а):

$$s'_{ik} = \frac{\partial}{\partial q_k}\left(\frac{\partial S}{\partial q_i}\right) = \frac{\partial s_i}{\partial q_k}.$$

Запишем коэффициент эластичности потребности Р. Фриша более полно:

$$q_{ik} = \frac{\partial q_i}{\partial \left[\frac{\partial S}{\partial q_k}\right]} \frac{\partial S}{\partial q_k q_i}. \qquad (24)$$

Из приведенной формулы видно, что эластичность потребности характеризует относительное изменение в потреблении товара (q_i), которое вызвано изменением количества потребленного товара (q_k) под влиянием такого колебания цены (p_k) товара (q_k) и общего расхода (z), при котором уровень жизни семей остается постоянным [величины S, W, s_i (кроме s_k), p_i (кроме p_k) — постоянные].

Р. Фриш считает, что если товары потребляются независимо друг от друга, то значит, они удовлетворяют совершенно различные потребности и их нельзя замещать (коэффициент заменяемости равен нулю).

В связи с этим вводится понятие о независимости потребности ($q_{ik} = 0$), т. е. (i) товар не зависит от цены (k) товара.

Очевидно, понятие о независимости потребности уместно применять для агрегированных товарных групп, а не для товаров, отличающихся между собой только технологией производства, например, растительное масло рафинированное и нерафинированное. Р. Фриш предостерегает также и от чрезмерного агрегирования товарных групп[12].

Чешские эконометрики Я. Вальтер и В. Барта[13] считают, что там, где система потребительских предпочтений не чувствительна на изменение некоторого количества товара (q_k), можно применить понятие независимой реакции в потребностях потребителей. Кроме того, они предлагают вместо понятия эластичности потребности ввести понятие ускорения изменения системы потребительского предпочтения. Это объясняется тем, что независимость потребности равносильна ликвидации этой производной.

[12] Так, например, следует признать нецелесообразным группировать все товары на продовольственные и промышленные с тем, чтобы по этой информации вычислять коэффициент эластичности пропорциональности (Б. Н. Михалевский. Коэффициенты эластичности от дохода и цен и оценка параметра замещения. «Статистическое изучение спроса и потребления». М., изд-во «Наука», 1966).

[13] «Politicka Ekonomie». Praha, 1965, N 6.

Предположим, что (q_i) зависит только от (s_k), все остальные (s_j) — константы. Определим:

$$\frac{\partial s_i}{\partial s_k} = \sum_{m=1}^{n} \frac{\partial s_i}{\partial q_m} \frac{\partial q_m}{\partial s_k} \text{ при} \tag{25}$$

$i = 1, 2, \ldots, n,$
$k = 1, 2, \ldots, n.$

Так как все (s_j) константы, кроме (s_k), то:

$$\frac{\partial s_i}{\partial s_k} = 0 \quad \text{при} \quad i \neq k,$$

$$\frac{\partial s_i}{\partial s_k} = 1 \quad \text{при} \quad i = k.$$

Произведем преобразования в правой части равенства (25):

$$\sum_{m=1}^{n} \frac{\partial s_i}{\partial q_m} \frac{\partial q_m}{\partial s_k} \cdot \frac{q_m}{s_i} \frac{s_k}{q_m} \cdot \frac{s_i}{s_k} = \sum_{m=1}^{n} s_{im} q_{mk} \; \frac{s_i}{s_k} = \frac{s_i}{s_k} \sum_{m=1}^{n} s_{im} q_{mk}. \tag{26}$$ [14]

Следовательно: $\frac{\partial s_i}{\partial s_k} = \frac{s_i}{s_k} \sum_{m=1}^{n} s_{im} q_{mk}.$

Если $i = k$, то $\frac{s_i}{s_k} = 1$, и следовательно $\sum_{m=1}^{n} s_{im} q_{mk} = 1$.

[14] Матрица (s_{im}) обратна матрице (q_{mk}), т. е. $(s^{-1})=(q)$. Если δ_{ik} —единичная матрица (по главной диагонали матрицы (E) единицы, остальные элементы этой матрицы равны нулю), то:

$(s^{-1}) \cdot (s) = (E)$.

В результате умножения матрицы (s_{im}) на вектор y_m получим вектор b_i:

$$\sum_{m=1}^{n} s_{im} y_m = b_i \quad i = 1, 2, \ldots, n \tag{26а}$$

или $(s)\ \bar{y} = \bar{b}$.

Умножим равенство (26а) на матрицу (s^{-1}):

$(s^{-1})\ (s)\ \bar{y} = b\ (s^{-1})$,

$(E)\ \bar{y} = b\ (s^{-1})$,

$\bar{y} = b\ (s^{-1})$

или

$$y_m = \sum_{j=1}^{n} b_i q_{mi}. \tag{26б}$$

Если $i \neq k$, то $\frac{\partial s_i}{\partial s_k} = 0$, и следовательно $\sum_{m=1}^{n} s_{im} q_{mk} = 0$.

Поэтому $\sum_{m=1}^{n} s_{im} q_{mk} = \delta_{ik}$ (дельта Кронекера) (27).

Соотношение, аналогичное равенству (27), существует и для показателей s'_{im}, q'_{mk}:

$$\sum_{m=1}^{n} s'_{im} q'_{mk} = \delta_{ik}. \tag{27a}$$

Из равенства смешанных производных вытекает:

$$s'_{ik} = s'_{ki}.$$

Действительно:

$$\frac{\partial}{\partial q_i}\left(\frac{\partial s}{\partial q_k}\right) = \frac{\partial}{\partial q_k}\left(\frac{\partial s}{\partial q_i}\right). \tag{28}$$

Выполним некоторые преобразования в равенстве (28). Так как: $\frac{\partial S}{\partial q_k} = s_k$, $\frac{\partial S}{\partial q_i} = s_i$, то равенства (28) можно записать:

$$\frac{\partial s_k}{\partial q_i} = \frac{\partial s_i}{\partial q_k}. \tag{29}$$

Далее: $\frac{\partial s_k}{\partial q_i} \frac{q_i}{s_k} \frac{s_k}{q_i} = \frac{\partial s_i}{\partial q_k} \frac{q_k}{s_i} \frac{s_i}{q_k}$,

$$\frac{s_{ki} s_k}{q_i} = \frac{s_{ik} s_i}{q_k}, \tag{30}$$

$$s_{ki} s_k q_k = s_{ik} s_i q_i.$$

Аналогично доказывается и равенство:

$$q_{ki} q_k s_k = q_{ik} q_i s_i. \tag{31}$$

Это равенство может быть записано и более компактно, применяя коэффициент пропорциональности (W).

Известно, что $\alpha_i = q_i\, p_i/z$. Тогда

$$\alpha_i q_{ik} = \frac{q_i p_i}{z} q_{ik} \frac{s_i}{s_i} = q_{ik} q_i s_i\, \frac{p_i}{s_i z}. \tag{32}$$

Используя равенство (31) запишем (32) в виде:

$$\alpha_i q_{ik} = q_{ki} q_k s_k\, \frac{p_k}{s_i z}. \tag{33}$$

Так как коэффициент пропорциональности (9) один и тот же для всех товаров, то равенство (33) запишется:

$$\alpha_i q_{ik} = q_{ki} q_k s_k \frac{p_k}{s_k z}.$$

После сокращения s_k в числителе и знаменателе и замены $q_k\, p_k/z$ показателем α_k получим:

$$\alpha_i q_{ik} = \alpha_k q_{ki}, \tag{34}$$

где $i = 1, 2, \ldots, n$, $k = 1, 2, \ldots, n$.

Равенство (34) записано для индивидуального вида потребности. В случае агрегирования потребностей равенство (34) записывается:

$$q_{\cdot k} = \alpha_k q_{k\cdot}, \tag{35}$$

где

$$q_{\cdot k} = \sum_{m=1}^{n} \alpha_m q_{mk} = \alpha_1 q_{1k} + \alpha_2 q_{2k} + \cdots + \alpha_n q_{nk}, \qquad (36)^{15}$$

$$q_{k\cdot} = \sum_{m=1}^{n} q_{km} = q_{k1} + q_{k2} + \cdots + q_{kn} \qquad (37)^{16}$$

$k = 1, 2, \ldots, n.$

Теперь исследуем вопрос о расчете эластичности пропорциональности от общего расхода $(\check{W})$. Как известно, этот показатель вычисляется по формуле:

$$\check{W} = \frac{\partial W}{\partial z} \frac{z}{W}.$$

Так как $W = \frac{s_i}{p_i}$ (все цены — постоянные), то:

$$\check{W} = \frac{\partial\left(\frac{s_i}{p_i}\right)}{\partial_z} \cdot z \cdot \frac{p_i}{s_i} = \frac{\partial s_i}{\partial z} \frac{z}{s_i} = \sum_{m=1}^{n} \frac{\partial s_i}{\partial q_m} \frac{\partial q_m}{\partial z} \frac{z}{s_i} =$$

$$= \sum_{m=1}^{n} \frac{\partial s_i}{\partial q_m} \frac{\partial q_m}{\partial z} \frac{z}{s_i} \frac{q_m}{q_m} = \sum_{m=1}^{n} \frac{\partial s_i}{\partial q_m} \frac{q_m}{s_i} \cdot \frac{\partial q_m}{\partial z} \frac{z}{q_m},$$

[15] Если потребность в k товаре независима от потребления всех других товаров, то:

$$q_{\cdot k} = \alpha_k q_{kk} \tag{36а}$$

[16] Если гипотеза о независимости потребности для k товара верна, то:

$$q_{k\cdot} = q_{kk} \tag{37а}$$

$$\check{W} = \sum_{m=1}^{n} s_{im} Э_m \quad (i = 1, 2, \ldots, n). \tag{38}$$ [17]

Известно, что матрица (s_{im}) обратна матрице (q_{mk}) (см. 26а). Тогда, используя равенства (26а), (26б)

[17] Для дальнейших расчетов потребуется эластичность пропорциональности от цены (W_k) записать показателями $s_{im} Э_m$, δ_{ik}. Для решения этой задачи дано:

$$W_k = \frac{\partial W}{\partial p_k} \frac{p_k}{W}$$

[все остальные (p_j) и (z) — постоянные].

Выполним следующие преобразования:

$$\frac{\partial \left(\frac{s_i}{p_i}\right)}{\partial p_k} \cdot \frac{\frac{p_k}{s_i}}{p_i} = \frac{\partial s_i}{\partial p_k} \frac{p_k}{s_i} = \sum_{m=1}^{n} \frac{\partial s_i}{\partial q_m} \frac{\partial p_m}{\partial p_k} \frac{p_k}{s_i} = \sum_{m=1}^{n} \frac{\partial s_i}{\partial q_m} \cdot \frac{\partial r_m}{\partial p_k} \times$$

$$\times \frac{p_k q_m}{s_i q_m} = \sum_{m=1}^{n} s_{im} Э_{mk}.$$

Если $i = k$, $W = \frac{s_k}{p_k}$, $W_k = \frac{\partial \left(\frac{s_k}{p_s}\right)}{\partial p_k} \frac{p_k}{W}$,

то первая производная отношения частного от деления двух функций будет равна:

$$W_k = \left[\frac{\frac{\partial s_k}{\partial p_k} p_k - s_k \frac{\partial p_k}{\partial p_k}}{p_k^2}\right] \cdot \frac{p_k}{W} = \frac{1}{W p_k} \left[\frac{\partial s_k}{\partial p_k} p_k - s_k\right] =$$

$$= \frac{1}{W} \left[\frac{\partial s_k}{\partial p_k} - W\right] = \frac{p_k}{s_k} \frac{\partial s_k}{\partial p_k} - 1 = \sum_{m=1}^{n} \frac{p_k}{s_k} \frac{d s_k}{\partial p_k} \frac{\partial q_m}{\partial q_m} \frac{q_m}{q_m} - 1 =$$

$$= \sum_{m=1}^{n} s_{km} Э_{mk} - 1,$$

$$W_k = \sum_{m=1}^{n} s_{km} Э_{mk} - 1.$$

При $i = k$, $\delta_{ik} = 1$, при $i \neq k$, $\delta_{ik} = 0$.

Следовательно, $$W_k = \sum_{m=1}^{n} s_{im} Э_{mk} - \delta_{ik}. \tag{39}$$

и (38), получим[18]:

$$\check{W} = \frac{Э_i}{q_{i\cdot}}. \qquad (40)^{19}$$

Если формулу (40) записать для k товара, а вместо значения q_m подставить выражение, выведенное из формулы (35), то получим.

$$\check{W} = \frac{\alpha_k Э_k}{{}_{\cdot k}q} \qquad (42)$$

при $k = 1, 2, \ldots, n$.

Из формулы (42) следует, что:

$$\sum_{k=1}^{n} Э_k \alpha_k = \sum_{k=1}^{n} \check{W} q_{\cdot k}.$$

Так как:

$$\sum_{k=1}^{n} Э_k \alpha_k = 1,$$

то $1 = \sum_{k=1}^{n} \check{W} q_{\cdot k}$,

$$\check{W} = \frac{1}{\sum_{k=1}^{n} q_{\cdot k}}.$$

[18] Решая (39) для определения W_k и применяя (26а), (26б), аналогично выводится равенство:

$$W_k = \frac{Э_{ik} - q_{ik}}{q_{i.}}. \qquad (41)$$

Если в уравнении:

$$\sum_{m=1}^{n} Э_{mk} \alpha_m = - \alpha_m$$

заменим $Э_{mk}$, выведенное из равенства (41), то получим:

$$W_k = - \frac{\alpha_k + q_{.k}}{\sum_{m=1}^{n} \alpha_m q_m}. \qquad (41а)$$

[19] Если потребность в товаре (i) независима от потребности от всех других товаров, то формула (40) примет вид:

$$\check{W} = \frac{Э_i}{q_{ii}}. \qquad (40а)$$

Если

$$q_{..} = \sum_{k=1}^{n} q_{\cdot k} = \alpha_1 q_{1k} + \alpha_2 q_{2k} + \cdots + \alpha_n q_{nk}, \tag{43}$$

то мы имеем:

$$\check{W} = \frac{1}{q_{..}}. \tag{44}$$

Это равенство введем в формулу (41а):

$$W_k = -\frac{\alpha_k + q_{\cdot k}}{\frac{1}{\check{W}}}.$$

Откуда:

$$\check{W} = -\frac{W_k}{\alpha_k + q_{\cdot k}}. \tag{45}$$ [20]

Подставим в (45) q_k равенство:

$$q_{\cdot k} = \frac{Э_k \alpha_k}{\check{W}},$$

выведенное из уравнения (42).

В результате этой подстановки получим:

$$\check{W} = -\frac{W_k + \alpha_k Э_k}{\alpha_k}. \tag{46}$$

Определим $q_{\cdot k}$ из формулы (42):

$$q_{\cdot k} = \frac{\alpha_k Э_k}{\check{W}}.$$

и подставим это выражение в формулу (45б) вместо $q_{\cdot k}$.

$$\frac{\alpha_k Э_k}{\check{W}} = \frac{q_{ik} - Э_{ik} - Э_i \alpha_k}{Э_i}.$$

Откуда получим:

$$\check{W} = \frac{\alpha_k Э_k Э_i}{q_{ik} - Э_{ik} - Э_i \alpha_k}. \tag{47}$$

[20] Если ввести W_k в уравнение (41) из формулы (44), то получим:

$$Э_{ik} = q_{ik} - (\alpha_k + q_{.k})\, \check{W} \cdot q_i. \tag{45а}$$

Так как $Э_i = \check{W} q_i$,

то $Э_{ik} = q_{ik} - (\alpha_k + q_{\cdot k})\, Э_i$.

Откуда $q_{\cdot k} = \frac{1}{Э_i}(q_{ik} - Э_{ik} - Э_i \alpha_k)$. (45б)

Формула (47) для $i = k$ примет следующий вид:

$$\check{W} = \frac{\alpha_i Э_i^2}{q_{ii} - Э_{ii} - Э_i \alpha_i} \cdot \qquad (48)$$

На последнем этапе эластичность пропорциональности от общего расхода выразим посредством эластичности потребности (q_{ik} и q_{ii}) и таких показателей, которые могут быть практически вычислены (доля расходов, коэффициенты эластичности потребления от дохода, прямые и перекрестные коэффициенты эластичности потребления от цен). Однако эластичность потребности не поддается измерению. Поэтому эластичность пропорциональности может быть вычислена только в случае принятия гипотезы о независимости потребности. Если примем, что $q_{ik} = 0$, то формула (47) запишется:

$$\check{W} = -\frac{\alpha_k Э_k Э_i}{Э_{ik} + Э_i \alpha_k}. \qquad (49)$$

Если вместо $Э_{ik}$ известно $Э_{ii}$, то, при условии независимости потребности i товара от всех других товаров, эластичность пропорциональности определяется по формуле:

$$\check{W} = \frac{Э_i (1 - \alpha_i Э_i)}{Э_{ii} + Э_i \alpha_i}, \qquad (50)$$

которая получена в результате введения равенства (40а) в (48).

При этом следует помнить, что расчет показателя $\check{W}$ применим в том случае, если в результате группировки товаров создаются условия заменяемости потребностей в пределах каждой группы и незаменяемости между $к$—$л$ товаром данной группы и любым другим товарам за пределами данной группы.

Р. Фриш[21] пишет, что показатель $\check{W}$ колеблется от —10 для семей с очень низким уровнем жизни до —0,1 для семей с высоким доходом. Расчеты коэффициента эластичности пропорциональности были выполнены за рубежом и такими исследователями как Л. Юхансеном и А. Амундсеном по Норвегии[22], А. Пирсом по Великобритании[23], А. Бартеном по Нидерландам[24].

[21] Р. Фриш. 1959, стр. 189.

[22] L. Johansen. A Multisectoral model of economic growth. Amsterdam, 1960.

[23] J. Pearce. An exact method for consumer demand analysis. «Econometrica», 1961, vol. 29, N 4.

[24] A. Barten. Consumer demand functions under conditions of almost additive preferences. «Econometrica», 1964, vol. 32, N 1—3.

Показатель $\check{W}$ был рассчитан нами для СССР по данным о продаже обуви, сахара и кондитерских изделий. Расчет $Э_i$, $Э_{ii}$ и α_i производился по динамическим рядам торговой статистики (1948—1966 гг.) в зависимости от чистого дохода, индивидуального индекса цены и общего индекса цен. Влияние на продажу других факторов было элиминировано методом коррелирования отклонений от уровней динамических рядов.

Значения показателя $\check{W}$ по отдельным товарам оказались следующими: обувь — 1,85, сахар и кондитерские изделия — 1,78. Для последующих расчетов показатель $\check{W}$ взят на уровне — 1,80.

Решая равенства (49) и (50) относительно $Э_{ik}$ и $Э_{ii}$, выведем соответственно следующие формулы[25]:

$$Э_{ik} = -Э_i \alpha_k \left(1 + \frac{Э_k}{\check{W}}\right), \tag{51}$$

$$Э_{ii} = -Э_i \left(\alpha_i - \frac{1 - \alpha_i Э_i}{\check{W}}\right). \tag{52}$$

Если потребность в i товаре зависит или не зависит от всех других потребностей, а потребность в k товаре не зависит от всех других потребностей, то расчет перекрестного коэффициента эластичности потребления от цены выполняется по формуле:

$$Э_{ik} = -Э_i \alpha_k \frac{1 + Э_{kk}}{1 - Э_k \alpha_k}. \tag{53}$$

После того, когда вычислены все $Э_{ii}$ и $Э_{ik}$ можно определить коэффициент эластичности спроса от общего индекса цены (L). Мы предлагаем рассчитывать его по формуле средней арифметической:

$$\overline{Э}_{iL} = \frac{\sum\limits_{k=1}^{L} Э_{ik} q_k}{\sum q_k}, \tag{54}$$

где $i = k$
$i \neq k$.

[25] Эти формулы с некоторыми модификациями были применены в расчетах коэффициентов эластичности потребления от цен известными чехословацкими эконометриками В. Барта и Я. Вальтер («Politicka Ekonomie», Praha, 1965, N 6).

Рассмотренные коэффициенты эластичности применимы для построения динамических моделей потребления (спроса) семей.

Ниже приведены прямые и перекрестные коэффициенты эластичности потребления от цены, вычисленные нами по формулам (51) и (52) при $\breve{W} = -1{,}8$ для рабочих семей в СССР за 1959 г.:

	Питание	Одежда, белье, ткани, обувь	Мебель, хозяйственные вещи	Культтовары	Расходы на культурные нужды
Питание	—0,7296	0,0012	0,0043	0,0045	—0,0001
Одежда, белье, ткани, обувь	—0,1991	—1,0000	0,0071	0,0074	—0,00014
Мебель, хозяйственные товары	—0,2458	0,0024	—1,2368	0,0092	—0,0002
Культтовары	—0,2494	0,0024	0,0089	—1,2542	—0,0002
Расходы на культурные нужды	—0,1955	0,0019	0,0070	0,0073	—0,9910

■

Л. И. ГРЕБНЕВ, А. Ф. ЮРЧЕНКО

ЛОГАРИФМИЧЕСКИ-НОРМАЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ ПЛОТНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РАБОЧИХ И СЛУЖАЩИХ ПО РАЗМЕРАМ ЗАРАБОТНОЙ ПЛАТЫ[1]

В последние годы в экономической теории и практике много внимания уделяется вопросам анализа и моделирования распределения рабочих и служащих по размерам заработной платы. Построение экономико-математической модели служит важнейшим средством более глубокого познания механизма действия закономерностей процесса распределения рабочих и служащих по уровню заработной платы, инструментом для научного решения целого ряда практических задач: определения размера дополнительных средств, необходимых для обеспечения проектируемого уровня минимальной заработной платы, выявления степени сокращения дифференциации в оплате труда работников и т. д.

[1] Большую помощь в разработке данного метода оказал В. В. Швырков.

Распределение рабочих и служащих по размерам заработной платы. Он связан с множеством внешних условий, которые вносят в этот процесс стохастические элементы. Поэтому распределение рабочих и служащих по заработной плате характеризуется не только как детерминированный, но и как стохастический процесс.

Построение экономико-математических моделей требует поэтому вероятностного подхода и дает основу для применения к этим распределениям методов математической статистики.

Изменение в распределении работников по заработной плате является результатом общего роста производительности труда, мер экономической политики по увеличению размера минимальной заработной платы и по общему ее упорядочению, а также следствием индивидуальных процессов, связанных с повышением квалификации отдельных работников, их отношением к труду и т. д. С учетом моментов и закономерностей, выявленных при этом, строится экономико-математическая модель.

Построение модели, имитирующей данный социально-экономический процесс, производится в несколько этапов.

I. Определение математической формы кривой распределения. Исследования показали, что распределению работников по заработной плате соответствует функция плотности логарифмически-нормального распределения, согласно которой нормально распределяются не сами значения признаков (заработной платы), а логарифмы этих значений. Это предположение базируется на экономико-статистическом анализе эмпирических рядов распределения.

Было проведено выравнивание указанных рядов по данным выборочного обследования и сплошного учета как в масштабе Украинской ССР, так и отдельных отраслей ее народного хозяйства, по которым имелись репрезентативные выборочные данные.

Проверка соответствия функции плотности логарифмически-нормального распределения проводилась также с точки зрения полноты выражения данной математической формой основных закономерностей и тенденций, свойственных процессу распределения работников по размерам заработной платы. Результаты анализа оказались вполне удовлетворительными.

II. Установление функциональной зависимости между параметрами найденной математической формы кривой распределения и общими характеристиками распределения работников по заработной плате. Эти характеристики могут быть получены в самом начале составления плана. Такими общими данными являются величины минимальной, средней и максимальной заработной платы.

После этого, исходя из перспективных показателей заработной платы, производится расчет параметров логарифмически-нормального распределения. Затем по рассчитанным параметрам вычисляется проектируемое распределение рабочих и служащих по размерам заработной платы.

Но начало фактической кривой распределения не совпадает из-за влияния случайных причин (доля зарплаты учеников, работающих по совместительству и т. д.) с установленным формально минимумом заработной платы и определяется на основе дополнительного экономического анализа и расчета. Для решения нашей задачи за начало распределения рабочих и служащих по размерам заработной платы на 1965—1970 гг. принято значение заработной платы, равное половине проектируемой минимальной тарифной ставки.

Верхняя граница распределения, рассчитываемая по функции плотности логарифмически-нормальной кривой, определялась по данным анализа изменений в распределении работников по заработной плате за прошлые годы.

Исходя из экономических предпосылок, получаем следующий метод перспективного расчета распределения рабочих и служащих по заработной плате.

Пусть $f(x)$ — искомая плотность распределения рабочих и служащих по размерам заработной платы.

Тогда $\int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x)\,dx$ — количество рабочих и служащих, получающих заработную плату в интервале $(x_i,\ x_{i+1})$.

Функция плотности логарифмически-нормального распределения равна:

$$P(x) = \frac{\lg e}{\sqrt{2\pi}\cdot\sigma} \cdot \frac{1}{x} \cdot e^{\frac{-(\lg x - \lg \xi)^2}{2\sigma^2}}, \quad 0 < x < \infty, \qquad (1)$$

где σ и $\lg \xi$ — параметры кривой.

Согласно гипотезе искомое распределение имеет вид:

$$f(x) = \begin{cases} 0, \ x < \alpha \\ P(x - \alpha), \ \alpha \leqslant x \leqslant \beta \\ \text{const}, \ \beta < x \leqslant x_{max} \\ 0, \ x \max < x < \infty. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь α — начало распределения и равно $\frac{x_{min.}}{2}$, где

x_{min} — минимальная заработная плата;

β — точка усечения распределения;

x_{max} — максимальное значение заработной платы.

По определению плотности

$$\int\limits_0^\infty f(x)\,dx = \int\limits_\alpha^{x\max} f(x)\,dx = 1. \quad (3)$$

Обозначим $\varepsilon_1 = \int\limits_\alpha^{x_{max}} f(x)\,dx$ — степень усечения, тогда

согласно (3):

$$\int\limits_\alpha^\beta f(x)\,dx = 1 - \varepsilon_1. \quad (3')$$

Сдвинем кривую $f(x)$ заменой переменной $x = y + 2$, получим:

$$f(y + \alpha) \begin{cases} 0, \ y < 0 \\ P(y), \ 0 \leqslant y \leqslant \beta - \alpha \\ \text{const}, \ \beta - \alpha < y \leqslant x_{max} - \alpha \\ 0, \ x_{max} - \alpha < y < \infty. \end{cases} \quad (4)$$

Параметры σ и $\lg \xi$ распределения $P(y)$ определим из условий:

1. $$\int\limits_0^{\beta-\alpha} P(y)\,dy = 1 - \varepsilon_1, \quad (5)$$

2. $$\bar{y} = \lg \xi + 1{,}1513\sigma^2, \quad (6)$$

где $\bar{y}$ — среднее в распределении $P(y)$.

Из (1) и (5) следует:

$$\frac{\lg e}{\sqrt{2\pi}\cdot\sigma}\int\limits_0^{\beta-\alpha}\frac{1}{y}\cdot e^{\frac{-(\lg y-\lg\xi)^2}{2\sigma^2}}dy = 1-\varepsilon_1. \qquad (7)$$

Сделаем в формуле (7) замену переменной:

$$u=\frac{\lg y-\lg\xi}{\sigma},\ du=\frac{\lg e}{\sigma\cdot y}dy,$$

тогда

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{\frac{\lg(\beta-\alpha)-\lg\xi}{\sigma}} e^{-\frac{u^2}{2}}du = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{0} e^{-\frac{u^2}{2}}du +$$

$$+\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{0}^{\frac{\lg(\beta-\alpha)-\lg\xi}{\sigma}} e^{-\frac{u^2}{2}}du = 1-\varepsilon_1.$$

Так как

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{0} e^{-\frac{u^2}{2}}du = 0{,}5,$$

получим

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{0}^{\frac{\lg(\beta-\alpha)-\lg\xi}{\sigma}} e^{-\frac{u^2}{2}}du = 0{,}5-\varepsilon_1. \qquad (8)$$

Обозначим

$$t=\frac{\lg(\beta-\alpha)-\lg\xi}{\sigma},$$

тогда

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{0}^{t} e^{-\frac{u^2}{2}}du = 0{,}5-\varepsilon_1. \qquad (9)$$

Левая часть уравнения (9) представляет собой нормальный интеграл Гаусса:

$$\Phi(t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{0}^{t} e^{-\frac{u^2}{2}}du. \qquad (10)$$

Функция $\Phi(t)$ табулирована в пределах $0 \leqslant t \leqslant 4{,}5$. Из (9) и (10) следует:

$$\Phi\left(\frac{\lg(\beta-\alpha)-\lg\xi}{\sigma}\right)=0{,}5-\varepsilon_1. \qquad (11)$$

По таблицам находим

$$\frac{\lg(\beta-\alpha)-\lg\xi}{\sigma}=\text{const}. \qquad (12)$$

Выразим среднее значение $\bar{y}$ распределения $P(y)$ через среднее значение распределения $P(x-\alpha)$:

$$\bar{y}=\int_0^\infty yP(y+\alpha)\,dy \qquad (13)$$

или

$$\bar{y}=\int_\alpha^\infty (x-\alpha)\,P(x)\,dx=\int_\alpha^\infty xP(x)\,dx-\int_\alpha^\infty \alpha P(x)\,dx=$$
$$=\bar{x}-\alpha. \qquad (14)$$

Обозначим через ε_2 поправку на среднюю $\bar{x}$ за счет усечения ε_1.
Тогда

$$\bar{y}=\bar{x}-\alpha-\varepsilon_2, \qquad (15)$$

а с учетом (6)

$$\lg(\bar{x}-\alpha-\varepsilon_2)=\lg\xi+1{,}1513\,\sigma^2. \qquad (16)$$

Решая совместно уравнения (12) и (16), находим искомые параметры σ и $\lg\xi$. Тогда количество рабочих и служащих, получающих заработную плату в интервале $(x_i,\ x_{i+1})$, определяется так:

$$\int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x)\,dx=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{t_i}^{t_{i+1}} e^{-\frac{u^2}{2}}\,du=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^{t_{i+1}} e^{-\frac{u^2}{2}}\,du-$$
$$-\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^{t_i} e^{-\frac{u^2}{2}}\,du=\Phi(t_i+1)-\Phi(t_i),$$

где

$$t_i=\frac{\lg(x_i-\alpha)-\lg\xi}{\sigma}.$$

Предлагаемый метод может быть использован для плановых расчетов распределения рабочих и служащих по размерам заработной платы, как по союзным республикам, областям и отраслям народного хозяйства, так и в целом по СССР.

■

М. И. ЛИПКИН

К ВОПРОСУ О МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ РАБОТАЮЩИХ ПО ЗАРАБОТНОЙ ПЛАТЕ

Экономико-математическое моделирование распределения рабочих и служащих по заработной плате в последнее время получило довольно широкое распространение в нашей экономической литературе.

К сожалению, большинство авторов ограничиваются только одним типом теоретических кривых — логнормальным, да к тому же процесс выравнивания производят подчас не совсем правильно. Следует также отметить, что выравнивание по логнормальной кривой не всегда дает соответствие между эмпирическими и теоретическими частотами. Поэтому, помимо логнормальной кривой, для выравнивания рядов распределений по заработной плате предлагается использовать кривые распределения Пирсона I, VI и III типов.

Настоящая статья посвящена исследованию кривых распределения, методам расчетов параметров этих кривых В ней дается оценка отдельных типов кривых с точки зрения их применения к выравниванию рядов распределений рабочих и служащих по заработной плате.

Примем следующие обозначения:

$X_0, X_1, \ldots, X_s$ — границы интервалов по заработной плате;

n_i — частота интервала $X_{i-1} < X \leqslant X_i$, т. е. число работающих, заработная плата которых заключена в указанном промежутке;

N — общее число работающих рассматриваемой совокупности, так что

$$\sum_{i=1}^{s} n_i = N;$$

$X_i' = \dfrac{X_{i-1} + X_i}{2}$ — середины интервалов $(i = 1, 2, \ldots, s)$;

$\overline{X} = \frac{\sum X'_i \cdot n_i}{N}$ — средняя (эмпирическая) заработная плата;

$\mu_k = \frac{\sum (X'_i - \overline{X})^k \cdot n_i}{N}$ — эмпирические центральные моменты;

$\sqrt{\mu_2} = \sigma$ — эмпирическое среднее квадратическое отклонение,

$\overline{X}_T$ — теоретическое значение средней,

σ_T — теоретическое значение среднего квадратического отклонения,

$\hat{X}$ — мода теоретического распределения.

X_{min} — минимальная заработная плата,

X_{max} — максимальная заработная плата,

M — медиана теоретического распределения,

$\tilde{n}_i$ — теоретическая частота i-ого интервала.

Плотность логарифмически-нормального распределения выражается в виде функции

$$f(x) = \frac{1}{(x-\alpha)\sigma_0\sqrt{2\pi}} \cdot e^{\frac{[\lg (x-\alpha) - \mu]^2}{2\sigma_0^2}} \quad (1)$$

Z при $x > \alpha$; $f(x) = 0$ при $x \leqslant \alpha$.

Кривая зависит от трех параметров: α, μ, σ_0.

Если параметр α (начало распределения, т. е. минимальная заработная плата) известен, то остальные два параметра легко вычисляются методом максимума правдоподобия:

$$\mu = \overline{\ln (x-\alpha)} = \frac{\sum \ln (X'_i - \alpha) \cdot n_i}{N} \quad \text{и}$$

$$\sigma_0^2 = \overline{[\ln (x-\alpha) - \mu]^2} = \overline{\ln^2 (x-\alpha)} - \mu^2 = \frac{\sum \ln^2 (X'_i - \alpha)}{N} - \mu^2.$$

Заметим, что совершенно неправильно, как это делается в некоторых работах, считать всегда $\alpha = 0$.

Логарифмически-нормальное распределение имеет следующие статистические характеристики:

1) Средняя

$$\overline{X}_T = \alpha + e^{\mu + \frac{\sigma_0^2}{2}}$$

2) Дисперсия

$\sigma_T^2 = e^{2\mu + \sigma_0^2}(e^{\sigma_0^2} - 1)$

3) Мода

$\hat{X} = \alpha + e^{\mu - \sigma_0^2}$

4) Медиана

$\mu = \alpha + e^{\mu}$.

Теоретические частоты $(\tilde{h}_i)$ вычисляем по формулам

$\tilde{h}_i = N[\Phi(Z_i) - \Phi(Z_{i-1})]\, i = 2, 3, ..., s$

$\tilde{h}_1 = N\,\Phi(Z_1)$,

где

$$Z_i = \frac{ln(X_i - \alpha) - \mu}{\sigma_0},$$

а $\Phi(z)$ — известная функция Лапласа: $\Phi(z) = \int_{-\infty}^{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2} dt$.

Кривые Пирсона в общем случае зависят от четырех параметров, которые обычно вычисляются методом моментов, т. е. из условия равенства эмпирических и теоретических средних и центральных моментов до четвертого порядка включительно.

Тип кривой определяется при помощи критерия:

$$\varkappa = \frac{\beta_1(\beta_2 + 3)^2}{4(4\beta_2 - 3\beta_1)(2\beta_2 - 3\beta_1 - 6)} = -\frac{\beta_1}{16} \cdot \frac{(r+2)^2}{r+1}, \qquad (2)$$

где $\beta_1 = \frac{\mu_3^2}{\mu_2^3}$; $\beta_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2}$.

$$r = \frac{6(\beta_2 - \beta_1 - 1)}{3\beta_1 - 2\beta_2 + 6}. \qquad (3)$$

Основные типы кривых Пирсона следующие:

Тип I $\varkappa < 0$
Тип VI $\varkappa > 1$
Тип IV $0 < \varkappa < 1$

Переходные типы:

Тип V $\varkappa = 1$

Тип II $\varkappa = 0$; $\beta_2 < 3$

Тип VII $\varkappa = 0$; $\beta_2 > 3$

Тип III $\varkappa = \infty$

Следует заметить, что утверждение В. И. Романовского о том, «что всякому распределению может быть ассоциирована вполне определенная кривая Пирсона» [1], является не точным. Дело в том, что любому значению критерия $\varkappa$ формально действительно соответствует вполне определенная кривая Пирсона. Но так как параметры кривых Пирсона находятся методом моментов, то нужно потребовать, чтобы теоретическая кривая имела конечные моменты соответствующих порядков, что не всегда выполняется. Требование существования моментов накладывает определенные дополнительные ограничения на значение числа r.

Опыт показывает, что для рядов распределений по заработной плате всегда получается либо $\varkappa < 0$ (тип I), либо $\varkappa > 1$ (тип VI). Каждая из этих кривых зависит от четырех независимых параметров.

При $\varkappa \longrightarrow \infty$, кривые типа I и типа VI переходят в кривую типа III, но обычно выравнивание по этой кривой дает хорошие результаты уже при $|\varkappa| > 4$ [2].

Кривая типа III выгодно отличается от кривых типа I и VI тем, что она зависит только от трех параметров.

Уменьшение же числа параметров с четырех до трех повышает надежность расчетов, так как при этом уменьшается на единицу и число используемых центральных моментов. Известно, что чем выше порядок момента, тем он менее статистически надежен.

Кроме того, при группировке данные моменты высоких порядков более резко меняют свои значения, чем моменты низких порядков. Кстати, заметим, что поправки Шеппарда не могут быть использованы в рассматриваемом случае, так как не выполняются посылки, на которых они основаны [3].

Рассмотрим метод определения параметров кривых Пирсона.

[1] В. И. Романовский. Математическая статистика, кн. 1. Ташкент, Изд-во АН Уз. ССР, 1961, стр. 472.

[2] А. К. Митропольский. Техника статистических вычислений. М., Физматгиз, 1961, стр. 224.

[3] В. И. Романовский. Математическая статистика, кн. 1, стр. 443.

Плотность распределения частот кривой типа I выражается формулой:

$$y(t) = N \frac{\Gamma(z_1 + z_2)}{\Gamma(z_1) \cdot \Gamma(z_2) \cdot b^{z_1 + z_2 - 1}} \cdot (t + A_1)^{m_1} (A_2 - t)^{m_2}, \quad (4)$$

где $A_1 \leqslant t \leqslant A_2$; $A_1 > 0$, $A_2 > 0$,

$z_1 = m_1 + 1$; $z_2 = m_2 + 1$; $b = A_1 + A_2$,

$\Gamma(z)$ — гамма-функция Эйлера.

Начало координат совпадает с центром распределения, т. е.

$t = X - \overline{X}$.

Как уже отмечалось выше, кривая соответствует значениям критерия

$\varkappa < 0$.

Функция, определяемая формулой (4) является в $[-A_1, A_2]$ интегрируемой только при условии, что $r > 0$.

Если это условие выполняется, то кривая имеет моменты всех порядков. Кривая зависит от четырех независимых параметров, вычисление которых производится по формулам:

$$T = \sqrt{\beta_1 (r+2)^2 + 16(r+1)}, \quad (5)$$

$$m_2 = \frac{1}{2} \left\{ (r-2) + \frac{\mu_3 r (r+2)}{\mu_2 \sigma T} \right\}, \quad (6)$$

$$m_1 = \frac{1}{2} \left\{ (r-2) - \frac{\mu_3 r \cdot (r+2)}{\mu_2 \sigma T} \right\}, \quad (7)$$

$$b = \frac{\sigma T}{2}, \quad (8)$$

$$A_1 = \frac{b(m_1 + 1)}{r} = \frac{b z_1}{r}$$

$$A_2 = \frac{b(m_2 + 1)}{z} = \frac{b z_2}{r}.$$

Если $m_1 > 0$ и $m_2 > 0$, то кривая является одновершинной, причем мода $(\hat{X})$ вычисляется по формулам:

$$\hat{X} = \overline{X} - \frac{\mu_3}{2\mu_2} \cdot \frac{r+2}{r-2} = \overline{X} - \frac{m_2 A_1 - m_1 A_2}{m_1 + m_2}.$$

Так как $t_{\min} = -A_1$, $t_{\max} = A_2$, то

$$X_{\min} = \overline{X} - A_1, \qquad X_{\max} = \overline{X} + A_2.$$

Кривая типа VI с правосторонней асимметрией ($\mu_3 > 0$) имеет следующую плотность распределения частот:

$$y(t) = N \frac{\Gamma(-m_1)}{\Gamma(m_2+1)\cdot\Gamma(-m_1-m_2-1)\cdot b^{m_1+m_2+1}} \times$$
$$\times (t+A_1)^{m_1}(t+A_2)^{m_2}, \quad (9)$$
$$t \geqslant -A_2; \quad A_1 > 0; \quad A_2 > 0$$
$$b = A_1 - A_2,$$
$$t = X - \overline{X}.$$

Она соответствует значениям критерия $\varkappa > 1$.

Функция, определяемая формулой (9), является интегрируемой в $[-A_2, +\infty]$ и имеет моменты до n-го порядка включительно при условии, что $r < -n+1$.

В частности она имеет моменты до четвертого порядка включительно при условии, что $r < -3$.

Параметры кривой вычисляются в следующей последовательности: T, m_2, m_1, b соответственно по формулам (5), (6), (7), (8)

$$A_1 = \frac{b(m_1+1)}{r} = \frac{bz_1}{r},$$
$$A_2 = -\frac{b(m_2+1)}{r} = -\frac{bz_2}{r}.$$

Кривая является одновершинной только при условии, что $m_2 > 0$.

Мода ($\hat{X}$) вычисляется по формулам:

$$\hat{X} = \overline{X} - \frac{\mu_3}{2\mu_2}\cdot\frac{r+2}{r-2} = \overline{X} - \frac{m_1A_2 + m_2A_1}{m_1+m_2}.$$

Выравнивание рядов распределений работающих по размеру заработной платы по кривым типа I и VI, как правило, не приводит к хорошим результатам. Чаще всего получается, что $X_{\min} > X_1$, хотя экономически очевидно, что этого быть не может. Мы уже отмечали выше, что возможно это объясняется статистической ненадежностью момента четвертого порядка. В то же время, как правило, значение $X_{\min}$ (минимальная зарплата) нам известна. В этом случае число параметров уменьшается на 1. и для их вычисления нужно использовать эмпирические центральные моменты только до третьего порядка включительно. Приведем без доказательства формулы для расчета параметров кривых типа I и VI для этого случая. Нужно

прежде всего вычислить начальные моменты кривой относительно ее начала:

$$\nu_1 = d$$

$$\nu_2 = \mu_2 + d^2$$

$$\nu_3 = \mu_3 + 3\mu_2 d + d^3,$$

где $d = \overline{X} - X_{\min}$.

Далее пусть

$$q_2 = \frac{\nu_2}{\nu_1^2}; \quad q_3 = \frac{\nu_3}{\nu_2 \nu_1}.$$

Тогда

$$z_1 = m_1 + 1 = \frac{2(q_2 - q_3)}{2q_3 - q_2 - q_2 q_3},$$

$$z_2 = m_2 + 1 = \frac{2(q_2 - q_3)(q_3 - 1)(1 - q_2)}{(2q_3 - q_2 - q_2 q_3)(1 + q_3 - 2q_2)}.$$

Для кривой типа I:

$$A_1 = \bar{X} - X_{\min};$$

$$A_2 = A_1 \cdot \frac{z_2}{z_1}; \quad b = A_1 + A_2,$$

$$X_{\max} = \bar{X} + A_2, \qquad \hat{X} = \bar{X} - \frac{m_2 A_1 - m_1 A_2}{m_1 + m_2}.$$

Для кривой типа VI:

$$A_2 = \bar{X} - X_{\min}, \qquad A_1 = -A_2 \frac{z_1}{z_2},$$

$$b = A_1 - A_2, \quad \hat{X} = \overline{X} - \frac{m_1 A_2 + m_2 A_1}{m_1 + m_2}.$$

Наконец, если, кроме $X_{\min}$, для кривой типа I известно $X_{\max}$, то кривая зависит только от двух параметров, которые определяются следующим образом:

$$A_1 = \overline{X} - X_{\min}; \qquad A_2 = X_{\max} - \overline{X}, \qquad b = A_1 + A_2,$$

$$p_1 = \frac{\nu_1}{b}; \quad p_2 = \frac{\nu_2}{b\nu_1},$$

$$z_1 = m_1 + 1 = \frac{p_1(p_2 - 1)}{p_1 - p_2},$$

$$z_2 = m_2 + 1 = \frac{(p_2 - 1)(1 - p_1)}{p_1 - p_2}.$$

Кривая типа III с правосторонней асимметрией ($\mu_3>0$):

$$y(t) = N \cdot \frac{\gamma}{\Gamma(\rho)} e^{-\gamma t} (\gamma t)^{\rho-1},$$

$$t \geqslant 0; \quad \rho > 0; \quad \gamma > 0.$$

Начало координат совпадает с началом кривой, т. е.

$$t = X - l,$$

где

$$l = X_{\min}.$$

Кривая является одномодальной только при условии, что

$$\rho > 1.$$

Если же $0 < \rho < 1$, то она имеет форму U.

Три параметра кривой определяются по формулам:

$$\gamma = \frac{2\mu_2}{\mu_3}; \quad \rho = \frac{4\mu_2^3}{\mu_3^2} = \frac{4}{\beta_1},$$

$$l = \bar{X} - \frac{\rho}{\gamma}, \quad \hat{X} = \bar{X} - \frac{1}{\gamma}.$$

Если $X_{min} = l$ известно, то кривая зависит только от двух параметров, вычисляемых по формулам:

$$\gamma = \frac{\bar{X} - l}{\mu_2}; \quad \rho = \frac{(X - l)^2}{\mu_2}.$$

Выравненные частоты $(\tilde{n}_i)$ во всех случаях можно приближенно вычислить по формуле парабол:

$$\tilde{n}_i = \int_{t_{i-1}}^{t_i} y(t)\,dt \approx \frac{t_i - t_{i-1}}{6}\left[y(t_{i-1}) + 4y\left(\frac{t_{i-1} + t_i}{2}\right) + y(t_i)\right],$$

$$(i = 2, 3, \ldots, s),$$

где $t_k = X_k - \bar{X}$ для кривых типа I и VI,
$t_k = X_k - l$ для кривой типа III,

$$\tilde{n}_1 = \int_{-A}^{t_1} y(t)dt \approx \frac{t_1 + A}{6}\left[4y\left(\frac{t_1 - A}{2}\right) + y(t_1)\right],$$

причем, для кривой типа I, $A = -A_1$,

для кривой типа VI $A=-A_2$, а для кривой типа III $A=0$. Кроме того, для кривой типа I

$$\tilde{n}_s = \int_{t_{s-1}}^{A_2} y(t)dt \approx \frac{A_2 - t_{s-1}}{6}\left[y(t_{s-1}) + 4y\left(\frac{A_2+t_{s-1}}{2}\right)\right]$$

при условии, что $t_{s-1} < A_2$.

Для оценки близости теоретических и эмпирических частот используется известный критерий согласия χ^2:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{s} \frac{(n_i - \tilde{n}_i)^2}{n_i}.$$

Следует отметить, что критерий χ^2 можно применять лишь в том случае, если заданы частоты, а не частости. Этого, к сожалению, не понимают те авторы, которые применяют этот критерий для оценки близости эмпирических и теоретических частостей при выравнивании генерального распределения работающих по заработной плате. Кроме того, необходимо заметить, что выравнивание рядов распределений производится обычно для выборочных совокупностей непрерывных признаков. В случае генеральной совокупности иногда уместно поставить аналогичную задачу: найти теоретическую кривую, которая в определенном смысле наилучшим образом аппроксимировала бы данное распределение. Но дело в том, что данные ЦСУ не позволяют решить эту задачу на должном математическом уровне. Это объясняется тем обстоятельством, что сравнительно большое число работающих получают заработную плату, совпадающую с границами интервалов (числами кратными 5), и поэтому рассматриваемый признак уже нельзя считать непрерывным. Если учесть, что на практике мы частоту интервала относим к его середине, то нетрудно понять, насколько ненадежны вычисленные нами значения моментов. Очевидно, нужно так производить группировку работающих по заработной плате, чтобы числа, кратные 5, приходились на середины интервалов, например:

27,5—32,5
32,5—37,5 и т. д.

Наши расчеты показывают, что при такой группировке выравнивание, как правило, дает лучшие результаты.

■

М. Р. БОРИМЕЧКОВ

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ РАБОЧИХ И СЛУЖАЩИХ ПО РАЗМЕРУ ЗАРАБОТНОЙ ПЛАТЫ

Распределение рабочих и служащих по размеру начисленной заработной платы отражает различия в труде, сложившиеся в результате развития нашего общества.

Соответствие между дифференциацией труда, с одной стороны, и распределением фонда заработной платы, с другой, является законом социалистического общества, выражающемся в оплате по труду.

Организация оплаты (тарифные сетки, системы премий и т. д.) — форма, реализующая это соответствие.

Организация оплаты допускает вариации (в пределах указанного соответствия), что позволяет планировать ее, воздействуя на производительность труда.

Изучение влияния организации оплаты на производительность труда можно осуществить лишь косвенным образом, наблюдая связи между распределением численности рабочих и служащих по размеру заработной платы и производительностью труда.

Цель статьи — определить границы, в которых можно изменять организацию оплаты, не нарушая соответствия между дифференциацией труда и распределением трудящихся по размеру заработной платы.

Для этого необходимо выявить характеристики распределения, отражающие складывающиеся различия в труде.

Основная характеристика распределения — тип функции распределения. На практике функция распределения заработной платы неизвестна, однако имеется статистический материал, на основании которого принимается решение о виде этой функции.

Статистическим материалом для настоящей работы послужили сгруппированные данные ЦСУ СССР о распределении численности рабочих и служащих по размеру начисленной заработной платы за 1956, 1959, 1961, 1964 гг. в отдельных отраслях народного хозяйства и по СССР в целом.

Предполагается, что функция распределения заработной платы обладает непрерывной плотностью вероятностей $p(x, a_1, \ldots, a_n)$, зависящей от конечного числа параметров.

Методы определения функции $p(x, a_1,..., a_n)$ хорошо иллюстрируются на двух примерах:

Пример 1. Заработная плата распределена с плотностью вероятностей $p(x, a, \sigma^2)$.

$$p(x, a, \sigma^2) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \cdot \frac{1}{x} \cdot e^{-\frac{(\lg x - a)^2}{2\sigma^2}} & x \geqslant 0; \\ 0 & x < 0; \end{cases} \qquad (1)$$

Это — плотность вероятности логарифмически нормального распределения.

Допустим, в моменты времени t и $t+s$ заработная плата распределена с плотностью вероятностей 1, с параметрами $a(t)$, $\sigma^2(t)$ и $a(t+s)$, $\sigma^2(t+s)$ соответственно. Допустим далее, что заработная плата каждого трудящегося в момент $t+s$ полностью определяется своим значением в момент t, и существует взаимнооднозначное соответствие между множествами значений заработной платы всех трудящихся в моменты t и $t+s$.

Пусть $x(t)$ и $x(t+s)$ — величина заработной платы какого-либо трудящегося в моменты времени t и $t+s$ соответственно, тогда в принятых допущениях выполняются соотношения:

а) $x(t+s) = f_s(x(t))$,

б) $$\frac{1}{\sigma(t)\cdot x} \cdot e^{-\frac{(\lg x - a(t))^2}{2\sigma^2(t)}} = \frac{f'_s(x)}{\sigma(t+s)\cdot f_s(x)} \cdot e^{-\frac{(\lg f_s(x) - a(t+s))^2}{2\sigma^2(t+s)}};$$

(2)

в) $f_s(0) = 0$;

Соотношение 2. б — обыкновенное дифференциальное уравнение, его единственное решение имеет следующий вид:

$$x(t+s) = c(s)\cdot x(t)^{d(s)}, \qquad (3)$$

где $c(s)$ и $d(s)$ — константы.

Решение (3) определено для произвольных t и s, откуда следует, что либо

а) $x(t) = e^{a\cdot t}x(0)$,

либо

б) $x(t) = x(0)^{e^{a\cdot t}}$, (4)

где a — положительная константа.

Из соотношений 4а) и 4б), следует, что основные характеристики заработной платы — средняя и дисперсия возрастают с течением времени с экспоненциальной скоростью.

Пример 2. Заработная плата распределена с плотностью вероятностей $p(x, a, b, k)$.

$$p(x,a,b,k)=\begin{cases}\dfrac{k^b(x-a)^{b-1}\,e^{-k(x-a)}}{\Gamma(b)} & x\geqslant a;\\ 0 & x<a;\end{cases} \qquad (5)$$

Это плотность вероятности гамма-распределения Пирсона.

Пусть в момент t заработная плата распределена с плотностью (5), с параметрами $a(t)$, $b(t)$, k и, пусть в течение времени s она получает независимое приращение с тем же самым типом распределения с параметрами $a(s)$, $b(s)$, k, тогда в момент $t+s$ заработная плата вновь подчиняется гамма-распределению с параметрами:

$$a(t+s)=a(t)+a(s);\ b(t+s)=b(t)+b(s);\ k; \qquad (6)$$

Соотношения (6) выполняются для произвольных t и s, откуда следует, что $a(t)=a\cdot t$, $b(t)=b\cdot t$, где a и b положительные константы.

Окончательно плотность вероятностей распределения заработной платы в произвольный момент времени t имеет вид:

$$p(x,a,b,k,t)=\begin{cases}\dfrac{k^{bt}(x-a.t)^{bt-1}\,e^{-k(x-a.t)}}{\Gamma(bt)} & x\geqslant a.t\\ 0 & x<a.t\end{cases}$$

Основные характеристики заработной платы — средняя $M=(b/k+a)t$, дисперсия $D=bt/k^2$, мода $L=bt/к$, минимальное значение $F=at$ — линейно зависят от времени.

Приведенные примеры указывают на наличие связи между выбранной функцией распределения и характером изменения во времени среднего значения заработной платы и ее дисперсий.

Эта связь позволяет корректировать выбор функции распределения проверкой соответствия роста средних величин выбранной модели с истинным изменением этих величин во времени.

Материалом для определения изменения во времени среднего значения заработной платы служат данные ЦСУ СССР о размере средней заработной платы в 12 отраслях народного хозяйства за период 1940—1962 гг. и по народному хозяйству в целом за период 1940—1965 гг.

На этом материале проверяются четыре гипотезы Hi, $i = 1, 2, 3, 4$ о характере изменения средней величины заработной платы во времени:

$$H_1{:}f(t) = c \cdot e^{b.t}; \qquad H_3{:}f(t) = a + b \cdot t;$$
$$H_2{:}f(t) = c \cdot t^b; \qquad H_4{:}f(t) = a + b.\lg t.$$

Параметры функций оцениваются методом наименьших квадратов. В качестве величины, характеризующей степень согласия гипотезы с опытными данными, используется сумма квадратов отклонений эмпирических значений средней заработной платы от вычисленных. Результаты расчетов сведены в таблице 1.

Таблица 1. **Сумма квадратов отклонений истинных значений средней заработной платы от выравненных в 12 отраслях народного хозяйства за промежуток времени с 1940—1962 г.**

	H_1	H_2	H_3	H_4
Промышленные предприятия	310,8	157,2	90,4	385,0
Строительство	85,1	602,4	50,9	1066,7
Совхозы и подсобные с.-х. предприятия	84,9	372,5	96,1	570,0
Транспорт	254,5	210,5	109,0	424,4
Связь	151,9	216,2	120,0	317,7
Торговля и предприятия общественного питания	175,0	185,5	85,7	311,6
Жилищно-коммунальное строительство	149,1	98,1	75,9	168,1
Здравоохранение	167,9	30,9	79,8	69,1
Просвещение	472,3	106,2	306,6	103,4
Наука и научные учреждения	889,5	198,8	489,4	293,1
Кредитные, банковские и страховые учреждения	388,9	52,3	242,3	50,1
Аппарат гос. управления	205,6	130,2	64,9	281,5

λ суммы квадратов отклонений истинных значений средней заработной платы от выравненных в народном хозяйстве СССР за период с 1940—1965 г. соответственно равны: 234,6; 248,1; 63,5; 525,5.

На основании приведенных расчетов можно заключить, что гипотеза линейного роста средней заработной платы находится в наилучшем согласии с опытными данными и что, следовательно, процесс, описанный во втором примере, лучше отражает закономерности изменения средней величины заработной платы по сравнению с процессом, определенным в первом примере.

В дальнейшем изучается класс распределений с плотностями $p_1(x)$ и $p_2(x)$.

$$p_1(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\cdot\dfrac{1}{x}\cdot e^{-\frac{(\lg x-a)^2}{2\sigma^2}} & x\geqslant 0;\\ 0 & x\leqslant 0;\end{cases}$$

$$p_2(x)=\begin{cases}\dfrac{v\cdot k^{\frac{w+1}{v}}\cdot(x-m)^{w}\cdot e^{-k(x-m)^{v}}}{\Gamma\left(\frac{w+1}{v}\right)} & x\geqslant m;\\ 0 & x<m,\end{cases}$$

где $\Gamma(u)$ — гамма-функция Эйлера.

Функция $p_2(x)$ — плотность вероятности обобщенного гамма-распределения.

Предложенный класс универсален — возможность варьирования большим числом параметров позволяет достичь высокой степени согласованности эмпирических и теоретических данных для подавляющего большинства отраслей народного хозяйства и промышленности.

Для определения типа функции распределения заработной платы необходимо решить задачу о различении двух гипотез:

первая — заработная плата распределена по логарифмически нормальному закону и вторая — заработная плата подчиняется обобщенному гамма-распределению.

Классический метод решения этой задачи заключается в построении оценок максимума правдоподобия для параметров конкурирующих функций распределения и в сравнении соответствующих величин функций правдоподобия.

Для расчетов использовались данные о распределении численности трудящихся по размеру заработной платы в

отраслях народного хозяйства и промышленности: черная металлургия, цветная металлургия, промышленные предприятия в целом и т. д.

Часть результатов за 1964 г. приведена в табл. 2.

L — величина функции правдоподобия,

$$D = \sum_{i=1}^{r} | p_i - pt_i |,$$

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{r} (p_i - pt_i)^2 / pt_i;$$

p_i и pt_i, $i = 1, 2, \ldots, r$ — эмпирические и вычисленные вероятности события; величина заработной платы заключена в границах от Z_{i-1} до Z_i, $i = 1, 2, \ldots, r$.

Расчеты показали, что во всех случаях обобщенное гамма-распределение лучше согласуется со статистическим материалом по сравнению с логнормальным распределением.

Эту высокую степень согласия нельзя объяснить большим числом параметров, входящих в выражение для плотности вероятности обобщенного гамма-распределения, так как во всех изученных распределениях оценки параметров m и v практически одни и те же, следовательно при расчетах их можно зафиксировать, не уменьшая степени согласия теоретического и статистического материала.

Вычисленные значения параметра v весьма близки к 0, что наводит на мысль использовать в качестве функции распределения заработной платы кривую Пирсона I, IV либо VI типа.

Для определения наиболее подходящей кривой можно воспользоваться методом, изложенным у Елдертона.

Расчеты, проведенные по народному хозяйству и ряду отраслей промышленности, показали, что из кривых Пирсона наилучшей для интерполяции эмпирических данных является кривая VI типа.

Уравнение этой кривой имеет вид:

$$p(x) = \begin{cases} \dfrac{(x-a)^{\nu-1}(x-b)^{(\mu-1)}}{(a-b)^{\nu+\mu-1} B(\nu, \mu)} & b < a \leqslant x; \\ 0 & x < a; \end{cases} \quad (7)$$

Для оценки параметров распределения удобно использовать метод моментов, применение же метода максимума

Таблица 2

	Обобщенное гамма-распределение			Логнормальное распределение		
	L	P	χ^2	L	P	χ^2
Народное хозяйство . . .	0,93	11,1	3,2	0,62	26,0	13,6
Промышленные предприятия	0,81	7,4	1,8	0,57	19,0	3,6
Отрасли промышленности						
Черная металлургия .	0,77	10,4	0,03	0,49	22,0	0,09
Производство стали, чугуна, проката . . .	0,67	12,0	0,08	0,49	24,3	0,1
Нефтеперерабатывающая промышленность	0,79	17,7	0,1	0,62	28,6	0,13
Машиностроение и металлообработка	0,81	5,7	0,02	0,64	13,4	0,03
Энергетическое машиностроение	0,75	5,5	0,02	0,58	15,9	0,05
Станкоинструментальная промышленность .	0,8	6,4	0,02	0,62	16,1	0,04
Электротехническое машиностроение . . .	0,84	10,9	0,04	0,7	12,2	0,04
Рабочие отраслей промышленности						
Черная металлургия .	0,73	7,3	0,02	0,59	8,5	0,01
Производство чугуна, стали, проката	0,73	5,2	0,005	0,6	8,4	0,01
Рабочие сдельщики						
Черная металлургия .	0,73	8,2	0,02	0,56	10,2	0,02
Производство чугуна, стали, проката	0,85	8,1	0,02	0,58	11,2	0,02
Нефтеперерабатывающая промышленность	0,94	9,9	0,01	0,84	11,0	0,02
Рабочие повременщики						
Черная металлургия .	0,84	8,9	0,02	0,76	10,1	0,02
Производство чугуна, стали, проката	0,9	5,7	0,02	0,78	9,8	0,02
Нефтедобывающая промышленность . . .	0,9	5,3	0,02	0,84	10,9	0,02
Нефтеперерабатывающая промышленность	0,9	9,1	0,03	0,83	17,2	0,09

правдоподобия создает серьезные трудности. Дело в том, что распределения, встречающиеся на практике, обычно представляют сумму нескольких распределений, одно из которых является основным, характерным для данной отрасли, а прочие второстепенными, случайными. Метод максимума правдоподобия очень чувствителен к наличию систематических искажений основного распределения, и потому желательно для оценок параметров пользоваться методом, исключающим влияние этих искажений на окончательный результат. В качестве такого метода можно рекомендовать метод моментов. Его преимущества отчетливо выявляются при расчетах минимума заработной платы, доли трудящихся, получающих заработную плату, превышающую установленный максимум, и прочих важных характеристик распределения.

Так, например, при аппроксимации распределения рабочих и служащих в народном хозяйстве с помощью VI кривой Пирсона методом моментов, положение начала кривой очень хорошо согласуется с фактическим минимумом заработной платы, при использовании же метода максимума правдоподобия минимум сильно занижается.

Учитывая линейную зависимость среднего значения заработной платы и ее дисперсии от времени, для прогноза распределения строится процесс со значениями, распределенными в произвольный момент времени по VI типу кривой Пирсона, с линейной зависимостью параметров a, b, ν и μ от времени.

Минимум заработной платы в 1970 г., рассчитанный по этой модели, отличается от запланированного на 0,6%, расчетная численность рабочих и служащих, получающих в 1970 г. более 400 руб., отличается от планируемой на 0,03%.

В заключение отметим факт, имеющий место почти во всех отраслях народного хозяйства и промышленности,— рост дисперсий распределений со временем.

В отраслях с большим весом сложного труда дисперсия распределения растет быстрее, ее абсолютная величина больше, причем наибольший рост наблюдается у ИТР и существенно меньший — у рабочих.

Объяснение этого факта заключается в том, что в отрасли с преобладанием сложного труда рабочий имеет возможность в течение очень длительного времени повышать свою квалификацию с одновременным ростом заработной платы.

Процесс роста дисперсии, вероятно, будет иметь место и в дальнейшем, так как его причина лежит в стаже работы и техническом прогрессе.

Дисперсия распределений численности рабочих и служащих по размеру начисленной заработной платы за 1961, 1964 гг. следующая:

	1961 г.	1964 г.
Народное хозяйство	2519	2616
Промышленные предприятия	2795	2851
Черная металлургия	2505	2689
Цветная металлургия	7893	7954
Машиностроение и металлообработка	1592	1664
Химическая промышленность	1618	1772
Лесная и деревообрабатывающая промышленность	2203	2520
Промышленность строительных материалов	1452	1512
Строительство	2303	2410

■

В. В. ШВЫРКОВ, Л. К. АЙДИНА

МОДЕЛЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НАСЕЛЕНИЯ ПО ДОХОДУ

Впервые в советской экономической литературе вопрос о построении модели генерального распределения городского населения по душевому доходу был исследован В. А. Базаровым[1]. Спустя 32 года по этому же вопросу была опубликована статья А. Х. Карапетяна[2]. В. А. Базаров и А. Х. Карапетян приблизительно в одинаковом аспекте исследовали данную проблему. Их расчет распределения населения по доходу основан на данных о генеральном распределении работающих по заработной плате и материалах бюджетных обследований семей. По выборочным единовременным обследованиям удается с достаточной степенью достоверности установить связь между заработной платой и доходом. Это и позволяет перейти

[1] «Плановое хозяйство», 1927, № 5.

[2] «Методологические вопросы изучения уровня жизни трудящихся». Соцэкгиз, 1959.

Другое решение данной задачи предложено проф. П. П. Масловым в 1947 г. Его модель основана на распределении вкладчиков по величине их вкладов в сберегательные кассы (См. «Известия АН СССР», 1947, № 1).

от распределения работающих по заработной плате к распределению населения по доходу. Переход от одного распределения к другому строится с применением так называемых эмпирических коэффициентов. Например, А. Х. Карапетян в своих расчетах предлагает следующие эмпирические коэффициенты[3]:

а) определяющие долю первых работников в группе рабочих и служащих с данным уровнем заработной платы,

б) определяющие соотношение заработной платы первых и вторых работников в семье,

в) определяющие соотношение совокупной заработной платы и прочих доходов в различных группах семей,

г) характеризующие состав семей в зависимости от величины их совокупного дохода.

Метод эмпирических коэффициентов заключает в себе ряд существенных недостатков. Во-первых, расчетные эмпирические коэффициенты подвержены сильному влиянию случайных причин. Достоверность коэффициентов резко падает в доходных группах с увеличением их численности и, следовательно, с уменьшением числа семей в них. Во-вторых, в бюджетные обследования населения не попадают высокообеспеченные семьи. Значит дифференциация заработной платы по данным статистики бюджетов населения значительно меньше, чем в генеральной совокупности. Поэтому метод эмпирических коэффициентов не позволяет установить количественные связи, характеризующие соотношение между заработной платой и доходом семей с высоким уровнем жизни. В-третьих, не учитываются сезонные колебания заработной платы и дохода. И, в-четвертых, эмпирические коэффициенты, построенные на основе анализа статических данных, абсолютно не применимы в перспективных расчетах генерального распределения населения по душевому доходу.

Поэтому целесообразно заменить систему эмпирических коэффициентов единой линией регрессии, устанавливающей функциональную связь между заработной платой и душевым доходом. Переход от распределения работающих по заработной плате к распределению работающих по душевому

[3] По данному вопросу см. также ст. Н. М. Римашевской «Модель формирования доходов семей рабочих и служащих и ее использование для обоснования мероприятий по повышению уровня жизни» в кн. «Применение математики и электронной техники в планировании». М., Экономиздат, 1961.

доходу предлагается производить методом преобразования распределений с применением единой линии регрессии. Эта система экономико-математических расчетов позволяет учесть сезонные колебания заработной платы и дохода и рассчитать генеральное распределение населения по душевому доходу не только за текущий период, но и в перспективе. Расчет этим методом производится по городским и сельским семьям.

Генеральное распределение городского населения по душевому доходу за текущий период производится по мартовскому распределению рабочих и служащих (по заработной плате)[4] и данным статистики бюджетов населения.

Весь расчет выполняется при соблюдении двух условий: бюджетные данные репрезентативны в группировке по душевому доходу; единая линия регрессии между заработной платой и душевым доходом, вычисленная по бюджетным данным, достоверна (не зависит от формы распределения работающих по заработной плате и по душевому доходу).

Генеральное распределение населения по душевому доходу производится в шесть этапов. Рассмотрим каждый этап в отдельности.

I. Исследования показали, что распределение рабочих и служащих по заработной плате имеет правостороннюю асимметрию. Распределения этого типа могут быть иногда аппроксимированы такими математическими функциями, как III тип кривой Пирсона (гамма-распределения)

$$p(z) = \frac{\sum fa}{\Gamma(r)} \cdot e^{-ax} (az)^{r-1}, \qquad (1)$$

уравнение логарифмически-нормального распределения

$$p(z) = \frac{\lg e}{\sqrt{2\pi}\sigma z} \cdot e^{-\frac{(\lg z - \lg a)^2}{2\sigma^2}}, \qquad (2)$$

где

z — заработная плата,

$p(z)$ —плотность распределения рабочих и служащих,

f — эмпирические частоты,

[4] Генеральное обследование заработной платы рабочих и служащих проводится в марте, обычно раз в два года.

a — средняя из логарифмов значений z $\left[\lg a = \frac{\sum \lg zf}{\sum f}\right]$,

σ — среднее квадратическое отклонение

$$\left[\sigma = \sqrt{\frac{\sum (\lg z - \lg a)^2 f}{\sum f}}\right],$$

$\Gamma(r)$ — гамма-функция Эйлера $(r > 0)$.

В целях анализа были выравнены распределения рабочих и служащих всего народного хозяйства СССР по заработной плате с применением логарифмически-нормальной функции. Данный расчет показал, что логарифмически нормальная функция в большинстве случаев плохо соответствует эмпирическим данным (рис. 1). Особенно это наблюдается в годы проведения мероприятий по повышению заработной платы низкооплачиваемых рабочих. Статистические характеристики распределения рабочих и служащих по заработной плате, а также параметры логарифмически-нормальной функции приведены в табл. 1[5].

Данные таблицы показывают, что с ростом средней заработной платы уменьшается асимметрия распределения. Этот процесс вызывает несоответствие между расчетным и эмпирическим распределениями: теоретические данные завышают число работающих с модальной заработной платой.

Таблица 1. **Статистические характеристики мартовского распределения рабочих и служащих всего народного хозяйства СССР по заработной плате**

Год	Средняя заработная плата, рассчитанная по эмпирическому распределению, %	$\sigma_э$	Средняя заработная плата, рассчитанная по теоретическому распределению, %	σ_T	Соотношение между M_e и M_0 по теоретическим данным ($M_e : M_0$)	Параметр логарифмически нормальной функции, %
1956	100	45,36	100	42,72	1,40	100,0
1957	106,2	47,74	105,9	43,54	1,37	96,55
1959	112,4	60,12	112,1	45,86	1,37	93,10
1961	120,2	49,92	120,5	48,14	1,35	94,83
1964	129,3	51,14	129,6	48,96	1,31	89,66

[5] Расчеты выполнены на ЭВМ Урал-II по программе, составленной М. И. Липкиным (ВЦ ЦСУ РСФСР).

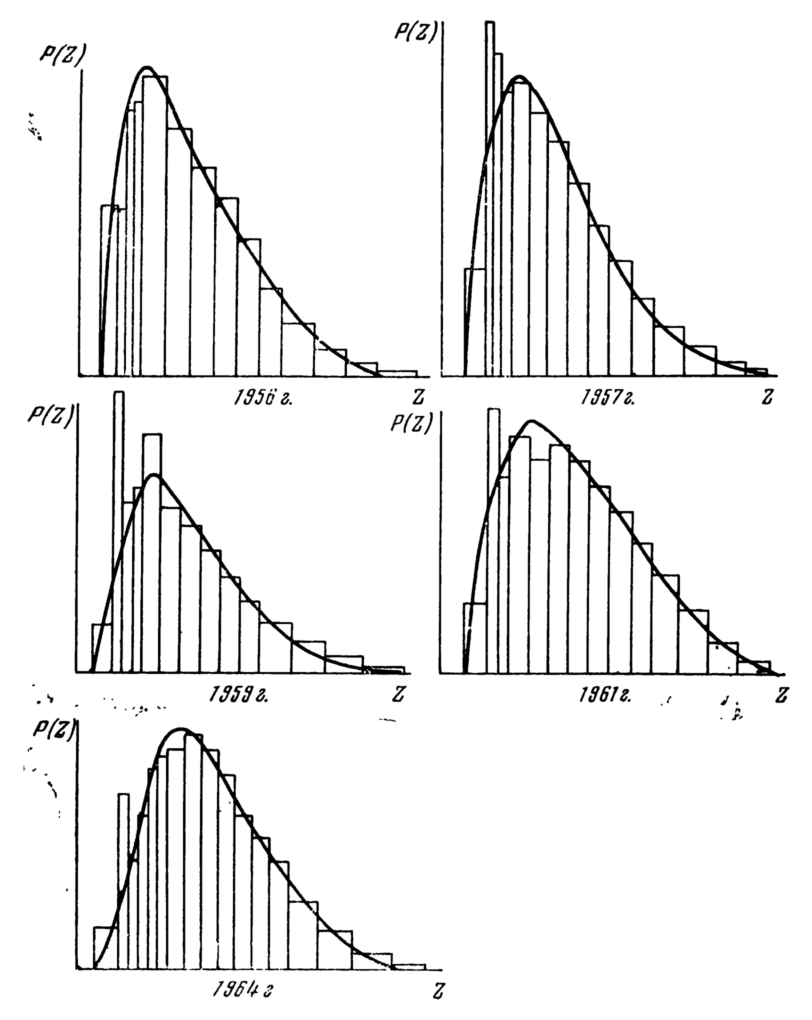


Рис. 1

Построение модели распределения населения по доходу произведем по условным данным. На первом этапе выравнивается генеральное распределение работающих по заработной плате за март с применением логарифмически-нормальной функции[6] (см. табл. 2, рис. 2). В результате определения параметров функция генерального распределения работающих по заработной плате (U) равна:

$$P(U) = \frac{\lg 2{,}72}{\sqrt{2{,}51}\cdot 0{,}25U}\cdot e^{-\frac{(\lg U - \lg 74{,}66)^2}{2\cdot 0{,}25^2}}. \quad (3)$$

Теоретические значения генерального распределения работающих по заработной плате за март показали хорошее соответствие с эмпирическим распределением (табл. 2).

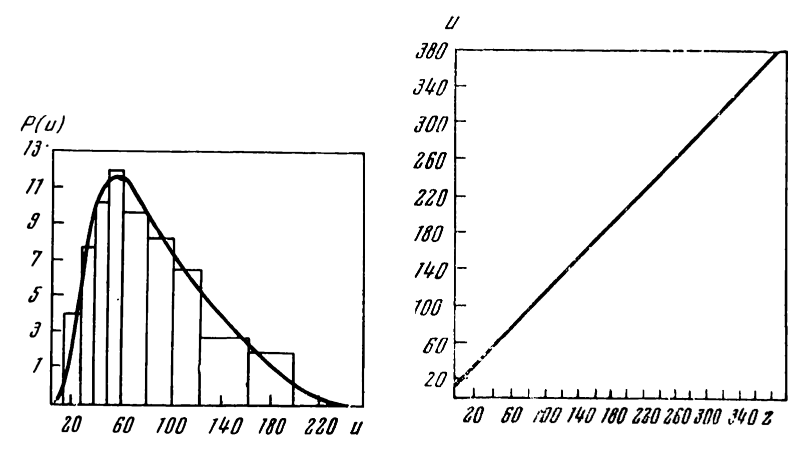


Рис. 2 Рис. 3

II. По данным бюджетных обследований устанавливается функциональная связь между заработной платой за март (u) и за год (z). Она рассчитывается в виде единой линии регрессии методом равных повторяемостей акад. Б. И. Срезневского[7]. Для этого по материалам бюджет-

[6] Данный расчет и приведенные ниже выполнены Л. К. Айдиной.

[7] Б. И. Срезневский. Мои тезисы (единое решение корреляции и метод равных повторяемостей). «Записки Московского Метеорологического об-ва», 1928, вып. III.

Таблица 2. **Распределение рабочих и служащих по заработной плате за март (цифры условные)**

Группы по заработной плате, руб./мес., U	Частости	Теоретическое распределение, вычисленное по логарифмически-нормальной функции (3)	Группы по заработной плате, руб./мес., U	Частости	Теоретическое распределение, вычисленное по логарифмически-нормальной функции (3)
15—30*	5,8	5,036	100—120	13,0	10,108
30—40	7,5	8,088	120—160	10,2	11,194
40—50	10,0	10,535	160—200	4,4	4,845
50—60	11,3	10,942	200—300	2,2	3,311
60—80	19,2	19,949	300—400	1,0	0,546
80—100	15,4	15,071	Итого	100,00	99,625

* Низшая граница условной зарплаты принята 15 руб. для удобства расчетов всех значений кривой теоретического распределения, начиная от величин, близких к нулевым.

Таблица 3. **Распределение работающих за март (u) и за год (z) по заработной плате (цифры условные)**

Группы по заработной плате, руб./год	$p(z)$	$p(u)$	Единая линия регрессии	
			z	u
20—35	1,45	0,60	35	39,55
35—50	5,05	2,80	50	57,38
50—60	6,07	4,20	60	67,10
60—80	16,62	14,00	80	88,63
80—100	15,60	17,60	100	107,71
100—140	27,30	29,00	140	151,67
140—200	16,60	20,00	200	208,31
200—400	119,31	11,80	400	400,00

ных обследований построим распределения работающих по заработной плате за март и за год (табл. 3). По этим рядам распределения рассчитываются накопленные частоты, с помощью которых определяются функциональные соотношения между заработной платой за март и за год. Функция, построенная по этим соотношениям, и будет искомой единой линией регрессии (рис. 3). Эту функцию запишем уравнением прямой:

$$u = \alpha + \beta z. \qquad (4)$$

В результате определения параметров функции (4) способом наименьших квадратов единая линия регрессии

запишется:

$$u = 9{,}09 + 0{,}98z. \qquad (5)$$

III. Вычисляется генеральное распределение работающих по заработной плате за год. Расчет производится методом преобразования распределений [8]. Сущность этого метода заключается в том, что генеральное распределение работающих по заработной плате за март $[P(U)]$ умножается на первую производную единой линии регрессии между заработной платой за март (u) и за год (z) с последующей заменой u на z. Алгебраически это записывается следующим образом:

$$P(Z) = \left[P(U)\frac{du}{dz}\right]_{u=u(z)}. \qquad (6)$$

Расчет генерального распределения работающих по заработной плате за год $[P(Z)]$ начинается с определения значений единой линии регрессии для интервалов генерального распределения работающих по заработной плате за март (Z). Эти значения единой линии регрессии рассчитываются по формуле:

$$z = \frac{u - 9{,}09}{0{,}98}. \qquad (7)$$

Формула (7) выведена из уравнения (5). Значения u в формуле (7) равны середине интервалов генерального распределения работающих по заработной плате за март (U).

Далее расчет производится с применением метода преобразования распределений. В логарифмически-нормальной функции (3) значения заработной платы за март (U) заменяются заработной платой за год (Z). Замена производится по соотношениям значений единой линии регрессии, вычисленным по формуле (7). Полученное выражение умножается на первую производную единой линии регрессии (5). В итоге получим следующий вид функции распределения:

$$P(Z) = \frac{\lg e}{\sqrt{2\pi}\,\sigma(\alpha + \beta z)}\, e^{-\frac{[\lg(\alpha+\beta z) - \lg a]^2}{2\sigma^2}} \cdot \beta, \qquad (8)$$

где $a = 74{,}66$, $\sigma = 0{,}25$, $\alpha = 9{,}09$, $\beta = 0{,}98$.

[8] А. Я. Боярский. Математика для экономистов. Госстатиздат, 1961, стр. 333—338.

Полученное распределение $P(Z)$ смещается к центру осей координат по сравнению с распределением $P(U)$, так как средняя месячная зарплата за март оказалась больше средней зарплаты за год ($\overline{U} > \overline{Z}$) (табл. 4, рис. 4).

На IV этапе рассчитывается единая линия регрессии между заработной платой (z) и душевым доходом (x).

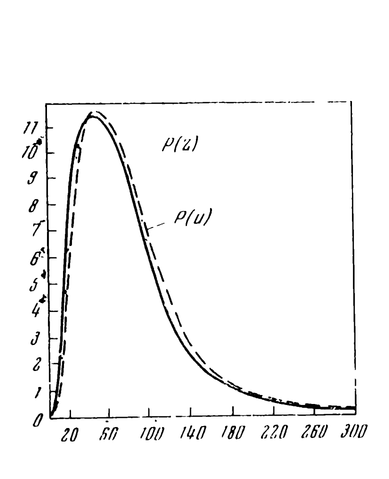


Рис. 4

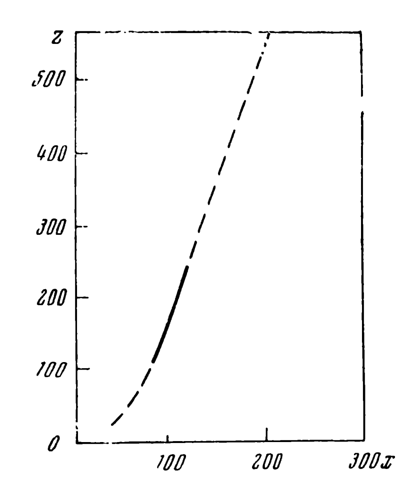


Рис. 5

Расчет производится методом равных повторяемостей по бюджетным данным о распределении работающих по заработной плате и по доходу на душу за год (табл. 5).

Функциональные соотношения между заработной платой и душевым доходом запишем в виде монотонной функции:

$$z = \alpha_1 + \beta_1 x + \gamma_1 x^2. \quad (9)$$

Параметры этой функции (единой линии регрессии) определяются способом наименьших квадратов:

$$z = -19{,}83 + 1{,}34x + 0{,}01x^2. \quad (10)$$

При помощи единой линии регрессии (рис. 5) экстраполируется связь между x и z до заданных значений

Таблица 4. Распределение работающих по заработной плате за март и за год (цифры условные)

Группы по заработной плате, руб./мес.	Расчет по функции 3 $P(U)$	Расчет по функции 8 $P(Z)$
15—30	5,036	6,774
30—40	8,088	8,652
40—50	10,535	9,597
50—60	10,942	10,854
60—80	19,949	19,250
80—100	15,071	14,973
100—120	10,108	9,971
120—160	11,194	10,955
160—200	4,845	4,614
200—300	3,311	3,225
300—400	0,546	0,551
Итого	99,625	99,416

Таблица 5. Распределение работающих по заработной плате (z) и душевому доходу (x) за год (цифры условные)

Группы душевого дохода, руб./мес. (x)	$p(x)$	Группы заработной платы, руб./мес.	$p(z)$	Единая линия регрессии	
				x	z
15—25	0,22	20—35	1,64	25	22,01
25—30	0,57	35—50	5,69	30	27,23
30—35	1,36	50—60	6,84	35	36,34
35—40	3,70	60—80	18,74	40	46,10
40—50	14,90	80—100	17,59	50	67,02
50—60	23,62	100—140	30,78	60	93,03
60—75	32,07	140—200	18,72	75	133,71
75—100	23,56			100	200,00
Итого	100,0	—	100,00	—	—

заработной платы в генеральном обследовании рабочих и служащих.

V. Рассчитывается генеральное распределение семей и их членов по душевому доходу [9]. Этот расчет выполняется в два шага.

Первый шаг — расчет генерального распределения работающих по душевому доходу (методом преобразования распределений). Предварительно значения единой линии

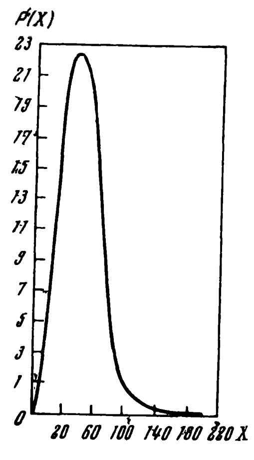


Рис. 6

Рис. 7

регрессии приводятся в соответствии с интервалами генерального распределения работающих по заработной плате за год по формуле:

$$x = \frac{-\beta_1 + \sqrt{\beta_1^2 - 4\alpha_1\gamma_1 + 4\gamma_1 z}}{2\gamma_1}. \qquad (11)$$

Заработная плата z в формуле (11) принимает значения середин интервалов генерального распределения работающих по заработной плате за год (Z).

В общем виде метод преобразования распределений для расчета генерального распределения работающих по душевому доходу $P(X)$ запишется:

$$P(X) = \left[P(Z)\frac{dz}{dx}\right]_{z=z(x)}. \qquad (12)$$

[9] В наших построениях душевой доход состоит в основном из мобильных поступлений. Было бы правильнее построить распределение всего населения по совокупному доходу на душу, как предлагает проф. П. П. Маслов.

Если $P(Z)$ — логарифмически-нормальная функция (7), а функциональная связь между z и x записана параболой второго порядка (9), то равенство (12) примет вид:

$$P(X) = \frac{\lg e}{\sqrt{2\pi}\ \sigma\,[\alpha+\beta\,(\alpha_1+\beta_1 x\cdot\gamma_1 x^2)]}\cdot e^{-\frac{\{\lg[\alpha+\beta(\alpha_1+\beta_1 x+\gamma_1 x^2)]-\lg a\}^2}{2\sigma^2}}\cdot(\beta_1+2\gamma_1 x). \qquad (13)$$

По формуле (13) рассчитывается генеральное распределение работающих по душевому доходу (табл. 6, рис. 6) [10].

Так как генеральное распределение $P(X)$ содержит в себе ошибку выборки (единая линия регрессии определена по выборочной совокупности [11]), то необходимо определить для него и доверительные интервалы. Точность расчета распределения $P(X)$ будет тем больше, чем выше репрезентативность бюджетных данных в группировке по доходу на душу.

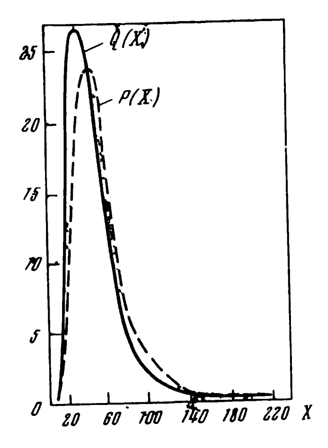


Рис. 8

Следует особое внимание обратить на степень точности бюджетных материалов. Известно, что репрезентативность отдельных бюджетных показателей неодинакова. Бюджетные данные типа редких явлений малодостоверны. Поэтому при расчете генерального распределения населения по душевому доходу необходимо подобрать такой показатель, который был бы наиболее достоверным по данным бюджетной статистики в группировке по доходу и находился в тесной корреляционной связи с душевым доходом [12].

[10] Следует заметить, что если умножить $P(Z)$ на первую производную корреляционного уравнения z_x или x_z с последующей заменой независимой переменной на зависимую, то получили бы нереальную форму распределения $P(X)$.

[11] Расчет ошибок выборки параметров регрессии см. в кн.: Ф. Миллс. Статистические методы. Госстатиздат, 1958, стр. 304—306.

[12] Вместо генерального распределения работающих по заработной плате могут быть использованы и данные переписи о распределении семей по их размеру.

Таблица 6. Генеральное распределение работающих по группам душевого дохода (цифры условные)

Группы душевого дохода, руб./мес. (x)	$P(X)$
12—28	7,492
28—35	12,273
35—40	10,737
40—46	13,141
46—53	14,282
53—61	12,958
61—70	10,710
70—85	10,180
85—101	4,938
101—132	2,734
132—168	0,486
Итого . . .	99,931

Таблица 7. Расчет генерального распределения членов семей рабочих и служащих по душевому доходу (цифры условные)

Группы душевого дохода, руб./мес. (x)	$P(X)$	s	$Q(X)$
12—28	7,492	5,214	16,17
28—35	12,273	3,354	17,04
35—40	10,737	2,846	12,65
40—46	13,141	2,501	13,60
46—53	14,282	2,186	12,92
53—61	12,958	1,911	10,25
61—70	10,710	1,688	7,48
70—85	10,180	1,444	6,08
85—101	4,938	1,231	2,52
101—132	2,734	1,007	1,14
132—168	0,486	0,814	0,15
Итого	99,931		100,00

Второй шаг — расчет генерального распределения членов семей по душевому доходу. Вычисления производятся по данным о генеральном распределении рабочих и служащих в группировке по душевому доходу и соотношениям (s), полученным в результате деления размера семьи на число работающих в семье.

Эти соотношения рассчитываются по материалам бюджетных обследований семей. Они выравниваются по функции:

$$s = a_2 + \frac{b_2}{x}$$

в зависимости от дохода на душу (x). В результате определения параметров данной функции по способу наименьших квадратов (рис. 7) получим:

$$s = 0{,}13261 + \frac{101{,}62}{x}.$$

Выравненные значения s умножаем на генеральное распределение работающих по душевому доходу $P(X)$ и рассчитываем в процентах генеральное распределение членов семей по душевому доходу.

$$Q(X) = \frac{P(X) \cdot s \cdot 100}{\int_{12}^{163} P(X)\, s d(x)}.$$

Расчет генерального распределения членов семей по доходу на душу показан в табл. 7 и на рис. 8 [13].

[13] Принято считать, что логарифмически-нормальная функция может широко применяться при изучении уровня жизни семей. Три десятилетия тому назад французский эконометрик Р. Жибра одним из первых показал, что распределение семей и их членов по доходу имеет правостороннюю асимметрию, и предложил выравнивать эти данные по логарифмически-нормальной функции. Вслед за Р. Жибра многие зарубежные эконометрики применяли эту кривую при изучении распределения населения по доходу (J. A i t c h i s o n, J. B r o w n. The Lognormal distribution. Cambridge, 1957). Они пришли к выводу, что при помощи данной функции можно иногда получить хорошее соответствие между теоретическими и эмпирическими значениями ряда, значительные отклонения наблюдались обычно в высоких группах по доходу. По исследованиям Э. Элтэте для семей рабочих Венгрии между расчетными (по логарифмически-нормальной функции) и эмпирическими значениями ряда соответствие оказывалось еще лучшим. Очевидно, это объясняется значительно меньшей дифференциацией в доходах семей стран социализма по сравнению с капиталистическими странами (см. Э. Э л т э т е. Исследование характера и свойства распределения доходов. «Жизненный уровень». М., изд-во «Статистика», 1966; Й. В а л т е р. Логарифмически-нормальное распределение в исследовании структуры домашних хозяйств. «Жизненный уровень». М., изд-во «Статистика», 1966; З. П а в л о в с к и й. Анализ влияния распределения населения по

VI. Проверяется и корректируется искомое распределение. Вначале определяется денежный доход на душу в среднем по бюджетным группировкам. Далее эти данные перевзвешиваются по генеральному распределению членов семей в группировке по душевому доходу (результаты записываются в табл. 8).

Таблица 8. Расчетная таблица для проверки генерального распределения членов семей рабочих и служащих по душевому доходу

Группы дохода на душу, руб./мес. (x_i)	Генеральное распределение членов семей по душевому доходу $Q(X)$	Денежный доход на душу в среднем по бюджетным группам x	Общая сумма денежных доходов семей по бюджетным группам [(2)·(3)] $\int_{10}^{x} Q(X)\,x\,dx$
1	2	3	4
до 50			
50—60			
60—70			
и. т. д.			
Итого			
В среднем			D

В итоге определяется средний денежный доход (D), который сопоставляется с аналогичным показателем баланса денежных доходов и расходов рабочих и служащих. В случае расхождений между этими показателями распределение $P(X)$ корректируется путем параллельного сдвига (вправо или влево) единой линии регрессии между заработной платой и душевым доходом в пределах доверительных интервалов.

доходу на уровень потребления. «Статистическое изучение спроса и потребления». М., изд-во «Наука», 1966. Однако этот факт еще не гарантирует получения во всех случаях хорошей аппроксимации эмпирических данных по логарифмически-нормальной функции. Кроме того, в наших условиях нельзя непосредственно по фактическим материалам проверить гипотезу применения логарифмически-нормальной функции к распределению населения по доходу. Это объясняется тем, что мы не располагаем соответствующей репрезентативной информацией. В то же время разработанный выше метод построения генерального распределения населения по доходу логически приводит нас к мысли о том, что логарифмически-нормальная функция не всегда применима в решений этой проблемы.

Исчисленное генеральное распределение членов семей рабочих и служащих по доходу может быть использовано и в качестве корректировочных весов для расчета средних бюджетных показателей. Корректировке подлежат все бюджетные показатели — размер и состав семьи, доходы и расходы, потребление и приобретение. В результате такой корректировки репрезентативность бюджетных данных повышается, и их можно распространять на все городское население района, области, города, страны.

Применение корректировочных весов, рассчитанных изложенным методом, для перевзвешивания бюджетных данных показало отклонение фактических данных от корректированных в пределах 20%. Расчет производился по бюджетам рабочих семей РСФСР за 1963 г. Приведем эти отклонения, рассчитанные по отдельным статьям бюджета (корректированные показатели приняты за 100%):

Заработная плата . . .	118
Доход	117
Расходы на покупку продуктов питания . .	113
Расходы на покупку одежды	117
Расходы на театр, кино и пр.	123
Потребление хлебных продуктов	99
Потребление картофеля	101
Потребление рыбы и рыбопродуктов	112
Потребление мяса и сала	116
Потребление молока и молочных продуктов	116
Потребление яиц . . .	117

■

В. А. МУХТАРОВ

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПОСТРОЕНИЯ ЕДИНОЙ ЛИНИИ РЕГРЕССИИ

Единая линия регрессии находит широкое применение в расчетах по уровню жизни [1]. В данной статье остановимся на вопросах математического анализа построения единой линии регрессии. Допустим y — размер семьи, x —

[1] В. В. Швырков. Экономико-математический анализ потребительского спроса. М., Изд-во МГУ, 1966; А. А. Конюс. Единая линия корреляционной связи. Рефераты и аннотации докладов по статистике. Госполитиздат, 1949.

доход семьи. Требуется определить единую линию регрессии между этими признаками. Предположим, что между ними существует функциональная связь:

$$y = f(x), \quad (1)$$

$$x = \varphi(y), \quad (2)$$

$$y = \varphi(x). \quad (3)$$

Функции (1) и (2), (1) и (3) взаимно обратные. В функциях (1) и (3) аргумент (x) имеет единое обозначение. Графическое изображение функций (1) и (3)

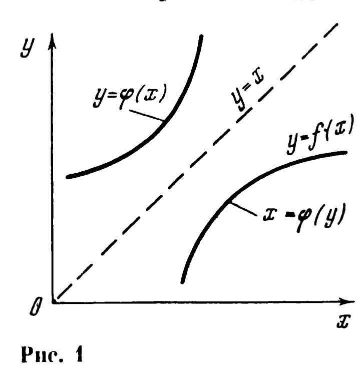


Рис. 1

симметрично относительно биссектрисы угла между y и x (рис. 1). Поясним это положение на примере с функцией

$$y = ax^b, \quad (4)$$

где $a > 0$, $0 < b < 1$.

Если $a = 1$, $b = 1/2$, то функция (4) примет вид:

$$y = x^{0,5}. \quad (5)$$

Ее обратная функция запишется:

$$x = y^2. \quad (6)$$

Обратная функция (5) с одинаковым аргументом примет вид (рис. 2):

$$y = x^2. \quad (7)$$

Предположим, что функция (1) и ее первая производная являются непрерывными. Наша задача — определить связь между плотностями распределений $p(x)$ и $q(y)$.

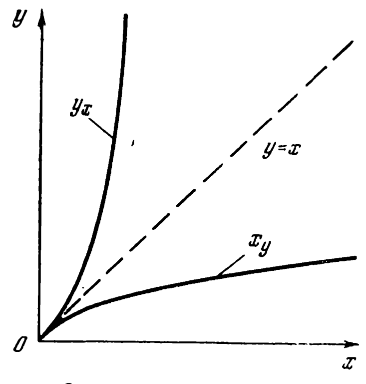


Рис. 2

Эта связь между плотностями определяется сравнительно просто, если функция (1) изменяется монотонно. Так как каждое значение x соответствует определенному значению y, то плотности распределения x и y в соответствующих интервалах dx и dy равны:

$$P(x)\,dx = q(y)\,dy. \tag{8}$$

Из равенства (8) определяется соотношение между плотностями $P(x)$ и $q(y)$:

$$P(x) = \left[q(y) \left|\frac{dy}{dx}\right| \right] = q(y)\,|f'(x)| \tag{9}$$

при $y = f(x)$,

$$q(y) = \left[P(x) \left|\frac{dx}{dy}\right| \right] = P[\varphi(y)]\,|\varphi'(y)| \tag{10}$$

при $x = \varphi(y)$.

В математике равенства (9) и (10) известны как метод преобразования распределений [2]. Рассмотрим линейную и криволинейную связи между x и y. Для случая линейной связи имеем:

$$y = a + bx; \quad f'(x) = b. \tag{10а}$$

[2] А. Я. Боярский. Математика для экономистов. Госстатиздат, 1961.

Обратная функция для нашего примера (10а) запишется:

$$x = \frac{y-a}{b}; \quad \varphi'(y) = \frac{1}{b}.$$

Равенства (9) и (10) соответственно запишем:

$$P(x) = q(y)\,|b|, \tag{11}$$

$$q(y) = \frac{1}{|b|} P\left(\frac{y-a}{b}\right). \tag{12}$$

Для криволинейной связи имеем:

$$y = x^{0,5}; \quad f'(x) = \frac{1}{2} x^{-0,5}. \tag{12a}$$

Обратная функция для равенства (12а) примет вид:

$$x = y^2; \quad \varphi'(y) = 2y.$$

Равенства (9) и (10) соответственно будут:

$$P(x) = 0,5q(y)\left|\frac{1}{\sqrt{x}}\right| \tag{13}$$

$$q(y) = 2P(y^2)\,|y|. \tag{14}$$

Допустим, что $P(x)$ и $q(y)$ известны и следует определить функциональную связь между x и y.

Искомая функциональная связь определяется из формулы (8):

$$\int P(x)\,dx = \int q(y)\,dy + C \text{ или } \psi(x) = \Phi(y) + C. \tag{15}$$

Если

$$y = y_0,$$
$$x = x_0, \tag{16}$$

то можно определить постоянную величину C:

$$\psi(x_0) - \Phi(y_0) = C. \tag{17}$$

Функциональная связь между x и y в общем виде запишется:

$$\Phi(y) = \Phi(y_0) + \psi(x) - \psi(x_0). \tag{18}$$

Следует отметить, что если $P(x)$ и $q(y)$ известно, а величина K — постоянная, то уравнение единой линии

регрессии (18) примет вид[3]:

$$y = \int K dx + C, \text{ или } y = Kx + C. \quad (19)$$

Если

$$y = y_0$$
$$x = x_0,$$

то

$$y_0 - Kx_0 = C, \quad (20)$$

$$y = K(x - x_0) + y_0. \quad (21)$$

Для общего случая формула (21) записывается:

$$y_i = K_i(x_i - x_0) + y_0 \quad (i = 1,2,\ldots,m). \quad (22)$$

Единая линия регрессии может быть построена и при известных корреляционных уравнениях:

$$y_x = a_1 + b_1 x, \quad (23)$$

$$x_y = a_2 + b_2 y. \quad (24)$$

Уравнения (23) и (24) могут быть записаны и следующим образом:

$$y - \bar{y} = r_{yx}\frac{\sigma_y}{\sigma_x}(x - \bar{x}), \quad (25)$$

$$x - \bar{x} = \frac{1}{r_{xy}}\frac{\sigma_x}{\sigma_y}(y - \bar{y}). \quad (26)$$

Если единая линия регрессии — биссектриса угла, то построение ее сводится к следующему. Расстояния между прямыми линиями (23) и (24), ρ_1 и ρ_2 равны между собой. Для всех точек единой линии регрессии MN, ρ_1 и ρ_2 будут иметь разные знаки (рис. 3):

$$\rho_1 = \frac{Y - y_x^1 X}{-\sqrt{1^2 + (y_x^1)^2}}; \quad \rho_2 = \frac{y_x^1 Y - X}{+\sqrt{1^2 + (y_x^1)^2}}, \quad (27)$$

где

$$Y = y - \bar{y}; \qquad X = x - \bar{x}. \quad (27а)$$

Уравнение единой линии регрессии запишем:

$$-[(y - \bar{y}) - y_x^1(x - \bar{x})] = [y_x^1(y - \bar{y}) - (x - \bar{x})] \quad (28)$$

[3] Из равенства (8) имеем:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{P(x)}{q(y)}, \text{ тогда } \frac{P(x)}{q(y)} = K.$$

или

$$\left(1 + r_{yx}\frac{\sigma_y}{\sigma_x}\right)[(y - \bar{y}) - (x - \bar{x})] = 0. \tag{29}$$

Из уравнений (28) и (29) видно, что обе эти прямые проходят через точки $(\bar{x}, \bar{y})$, т. е. через центр совместного распределения размера семьи и дохода семьи; угловые

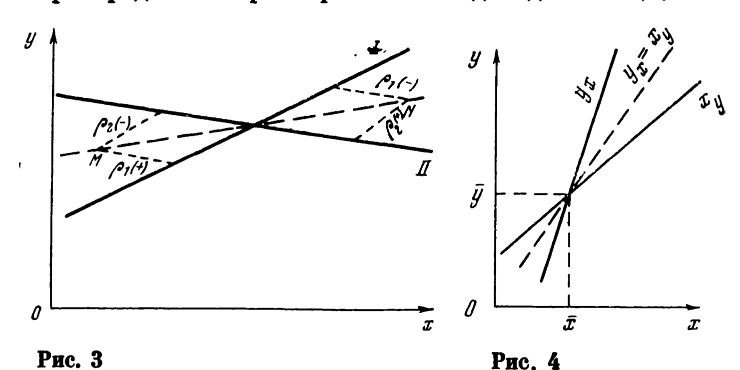


Рис. 3 Рис. 4

коэффициенты прямых регрессий соответственно равны (рис. 4):

$$\operatorname{tg}\alpha = r_{yx}\frac{\sigma_y}{\sigma_x}\ ;\ \operatorname{tg}\beta = \frac{1}{r_{xy}}\frac{\sigma_x}{\sigma_y}\ , \tag{30}$$

где

$$y'_x = r_{yx}\frac{\sigma_y}{\sigma_x}\ ;\ (r_{yx} = r_{xy});\ \ \operatorname{tg}\alpha = y'_x;$$

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{1}{y'_x} = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}\ ; \qquad \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta = 1. \tag{31}$$

Цифровой пример приведен в табл. 1 и 2.

По данным табл. 1 рассчитаны уравнения:

$(y - 5) = 1{,}25\,(x - 3)$ и $(x - 3) = 0{,}8\,(y - 5)$; $Э = 0{,}75$.

Из формулы (28), (29) определяем единую линию регрессии:

$y = x + 2.$

По данным табл. 2 также рассчитаем уравнение:

$(y - 4) = -0{,}71\,(x - 3)$ и $(x - 3) = -1{,}4\,(y - 4)$;
$Э = -0{,}50.$

Таблица 1

x	y	x^2	y^2	$x-\bar{x}$	$y-\bar{y}$	$(x-\bar{x})^2$	$(y-\bar{y})^2$	$(x-\bar{x})(y-\bar{y})$
1	2	1	4	—2	—3	4	9	6
3	6	9	36	0	1	0	1	0
9	7	25	49	2	2	4	4	4
13	15	35	89	0	0	8	14	10

Таблица 2

x	y	x^2	y^2	$x-\bar{x}$	$y-\bar{y}$	$(x-\bar{x})^2$	$(y-\bar{y})^2$	$(x-\bar{x})(y-\bar{y})$
1	5	1	25	—2	1	4	1	—2
3	7	9	49	0	3	0	9	0
2	3	4	9	—1	—1	1	1	1
6	1	36	1	3	—3	9	9	—9
12	16	50	84	0	0	14	20	—10

Расчет единой линии регрессии получим из формулы (28), (29):

$$y = x + 1.$$

Если в формуле (21) имеем:

$$K = (1 + y_x^1) \text{ или } K = (1 + r_{yx}\frac{\sigma_y}{\sigma_x}) \;;\; y_0 = \bar{y};\; x_0 = \bar{x},$$

тогда формула (21) примет следующий вид:

$$y = (1 + y_x^1)(x - \bar{x}) + \bar{y} \tag{32}$$

или

$$y = (1 + r_{yx}\frac{\sigma_y}{\sigma_x})(x - \bar{x}) + \bar{y}. \tag{33}$$

В этом случае фромула (21) тождественна формулам (28) и (29).

■

О. Я. БЕРЗКАЛН

ОБ ОТБОРЕ КОЛХОЗОВ ДЛЯ ОБСЛЕДОВАНИЯ В НИХ БЮДЖЕТОВ СЕМЕЙ КОЛХОЗНИКОВ С ПРИМЕНЕНИЕМ ЭВМ

Статистика бюджетов населения дает ценный материал для изучения и планирования роста жизненного уровня народа. Обследование бюджетов производится по выборочному методу и в связи с этим большое значение имеет вопрос о применении научно обоснованных методов при отборе наблюдаемых единиц, что в свою очередь обеспечивает достаточную репрезентативность выборки.

В статистике бюджетов семей колхозников в СССР применяется метод типического пропорционального отбора с механической выборкой обследуемых единиц внутри типических групп. Отбор хозяйств колхозников для обследования бюджетов является двухступенчатым, т. е. сначала отбирается совокупность колхозов, в которых потом производится отбор семей колхозников для бюджетного обследования. Таким образом, репрезентативность сети обследования бюджетов колхозников во многом зависит от представительного отбора колхозов по их экономическому развитию. Поэтому репрезентативность выборочной совокупности колхозов регулярно проверяется не только по основному признаку отбора — размеру средней денежной оценки одного человеко-дня работы в колхозе, но еще и по ряду других показателей, находящихся в прямой зависимости от развития общественного хозяйства колхоза.

Отбор обследуемых колхозов по размеру средней денежной оценки одного человеко-дня работы в колхозе в большинстве случаев дает меньшее отклонение выборочных данных от генеральных, чем по другим показателям, по которым проводится проверка репрезентативности выборочной совокупности колхозов: может быть несколько колхозов с одинаковой оценкой человеко-дня работы в колхозе, но отличающихся другими показателями развития общественного производства. Поэтому, при отборе колхозов для обследования в них бюджетов семей колхозников или при замене одного или нескольких колхозов другими при выбытии их из обследования или с целью улучшения репрезентативности выборки, следует выбрать колхозы максимально обеспечивающие требования репрезентативности по всем соответствующим показателям. Чтобы провести такую работу вручную или с помощью малой меха-

низации, требуется даже при отборе одного колхоза много сил и времени. При одновременном отборе нескольких колхозов придется проверить очень много вариантов. Поэтому целесообразно применить ЭВМ во всех случаях отбора колхозов для бюджетного обследования, что даст не только большую экономию времени, но и более достоверные результаты. Следует отметить, что выбор колхозов, имеющих одинаковую или мало отличающуюся друг от друга величину основного признака отбора, не нарушает случайность выборки и не преобразует ее в «направленную». В этом случае сохраняются общие принципы механического отбора по основному показателю.

Алгоритмы для проведения отбора колхозов могут быть следующие[1].

По отбору всей выборочной совокупности колхозов. Исходные данные для проведения отбора колхозов берутся из годовых отчетов каждого колхоза определенной территории (республика, край, область), по которой производится отбор колхозов для бюджетного обследования. Исходной информацией является:

шифр области (края, республики),

района,

колхоза,

производственного направления колхоза,

число наличных колхозных дворов в i-ом колхозе — b_i,

средняя денежная оценка одного человеко-дня работы в колхозе — $\bar{x}_i$,

другие показатели проверки репрезентативности выборочной совокупности i-того колхоза, например, a_{ij} (число наличных членов колхоза, количество отработанных в колхозе колхозниками человеко-дней, выдачи по труду колхозникам размер посевной площади, поголовье скота и т. д.

$j = 1, 2, 3, \dots m$).

Кроме информации по отдельным колхозам, используется также следующая информация из сводных итогов годовых отчетов колхозов по области, краю или республике:

[1] При основном признаке отбора колхозов — средней денежной оценке одного человеко-дня работы в колхозе.

1) сумма наличных колхозных дворов по всем колхозам генеральной совокупности $\sum_{i=1}^{N} b_i$,

2) средние показатели $\bar{a}_j$ по всем колхозам области, края, республики, которые вычисляются путем деления областных (краевых, республиканских) итогов соответствующих показателей на число наличных колхозных дворов в области, крае, республике.

$$\frac{\sum_{i=1}^{N} a_{ij}}{\sum_{i=1}^{N} b_i},$$

3) средняя денежная оценка одного человеко-дня работы в колхозе по области, краю, республике — $\bar{x}$.

Исходная информация по множеству колхозов области, края, республики распределяется на группы в зависимости от производственного направления колхозов или иногда от других признаков, связанных с климатическими, почвенными или другими особенностями отдельных районов, влияющих на экономическое развитие колхозов. Внутри каждой группы информация по отдельным колхозам группируется по показателю средней оценки человеко-дня работы в колхозе в убывающем порядке. Сами группы ранжированных показателей колхозов группируются в такой последовательности, чтобы группа показателей по ведущему в области, крае, республике производственному направлению колхозов была первой, затем следующая группа по важности сельскохозяйственного производства в области, крае, республике и т. д.

Ход работы по отбору колхозов для бюджетного обследования может быть выражен в следующей последовательности.

1. Число наличных колхозных дворов по области, краю, республике разделить на количество отбираемых для бюджетного обследования колхозов:

$$h = \frac{\sum_{i=1}^{N} b_i}{n},$$

где h — число наличных колхозных дворов в среднем на один обследуемый колхоз (интервал или шаг отбора),

n — количество колхозов, предусмотренное для обследования,

N — количество колхозов в генеральной совокупности.

2. Суммировать числа наличных дворов упорядоченного множества колхозов нарастающим итогом b_1+b_2+ $+b_3+\ldots+b_1$ до удовлетворения неравенству

$$\sum_{i=1}^{1^{\cdot}} b_i \geqslant \frac{h}{2} > \sum_{i=1}^{1^{\cdot}-1} b_i.$$

3. Записать шифр первого колхоза в выборочной совокупности.

4. Продолжать суммирование наличных дворов упорядоченного множества колхозов нарастающим итогом b_1+ $+b_2+\ldots+b_1+b_{1+1}+\ldots+b_l$ до тех пор, когда выполняется условие:

$$\sum_{i=1}^{l} b_i \geqslant h+\frac{h}{2} > \sum_{i=1}^{l-1} b_i.$$

5. Записать шифр l-ого колхоза (второго колхоза выборочной совокупности).

6. Отбор колхозов продолжается до отбора последнего, k-ого колхоза («n» — колхоз выборочной совокупности). Продолжается суммирование нарастающим итогом числа наличных дворов отдельных колхозов упорядоченного ряда колхозов до удовлетворения неравенству:

$$\sum_{i=1}^{k} b_i \geqslant h(k-1)+\frac{h}{2} > \sum_{i=1}^{k-1} b_i.$$

7. Записать шифр k-ого колхоза генеральной совокупности (n-ый колхоз выборки).

В результате отобран первый вариант выборочной совокупности колхозов. Далее производится проверка репрезентативности выборочной совокупности колхозов.

8. Суммирование показателей a_{ij} по n колхозам:

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ij} \quad \text{при } j=1,2,3,\ldots m.$$

9. Суммирование числа наличных дворов по n колхозам:

$$\sum_{i=1}^{n} b_i \ .$$

10. Вычисление показателей $\tilde{a}_j$ в среднем на один колхозный двор[2] по колхозам выборочной совокупности:

$$\tilde{a}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n} a_{ij}}{\sum_{i=1}^{n} b_i} \ , \text{ при } j = 1,2,3,...m.$$

11. Вычисление средней оценки одного человеко-дня работы в колхозе по колхозам выборочной совокупности:

$$\tilde{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} a'_{ij}}{\sum_{i=1}^{n} a''_{ij}} \ ,$$

a'_{ij} — количество денег и продуктов в денежном выражении, выданных по труду и по дополнительной оплате труда;

a''_{ij} — количество человеко-дней, отработанных в колхозе.

12. Сравнение средних данных по выборочной совокупности $\tilde{x}$, $\tilde{a}_j$ со средними данными генеральной совокупности $\bar{x}$, $\bar{a}_j$ (результат сравнения получается в %):

$$\xi_x^{(n)} = \frac{100 \cdot \tilde{x}^{(n)}}{\bar{x}} \ \xi_j^{(n)} = \frac{100 \cdot \tilde{a}_j^{(n)}}{\bar{a}_j} \quad \text{при } j = 1,2,3,...m.$$

13. Оценка результатов сравнения. Если результаты сравнения удовлетворяют неравенствам:

$$\delta < \xi_x^{(n)} - 100 \leqslant \delta'; \ Y_j < \xi_j^{(n)} - 100 \leqslant Y'_j \ ,$$

где δ', Y'_j — числа, означающие максимальную границу отклонения выборочных данных выше генеральных, и

[2] По нашему мнению, следовало отказаться от практики ЦСУ СССР, при которой средние величины по выборочной совокупности колхозов исчисляются как средние арифметические простые из средних по отдельным колхозам и сравниваются со среднеарифметическими взвешенными величинами по колхозам генеральной совокупности.

δ, Y_j — числа, означающие максимальную границу отклонения выборочных данных ниже генеральных,

то производится вывод (печать) следующей информации:

а) шифры колхозов выборочной совокупности (n колхозов),

б) данные, полученные в результате действий 10, 11, 12.

Если результаты сравнения не удовлетворяют указанным неравенствам, производится поправка выборки в сегменте $[x'; x''] \in A$ (A — упорядоченное множество проверяемых показателей колхозов области, края или республики) следующим образом[3].

14. Суммируются абсолютные величины отклонения по показателям a_j данных колхозов выборки от данных генеральной совокупности (или их балловые оценки, исходя из важности показателей):

$$s^{(n)} = \sum_{j=1}^{m} |\xi_j^{(n)} - 100|.$$

15. Выбирается первый из n колхозов выборочной совокупности, в котором размер оценки человеко-дня работы в колхозе входит в пределы проверяемого сегмента

$$x' < x_p < x''.$$

16. Отсчитывается от суммы наличных колхозных дворов по колхозам первого варианта выборочной совокупности (по n колхозам) число наличных дворов первого проверяемого колхоза и прибавляется число наличных дворов другого колхоза из генеральной совокупности колхозов, размер оценки человеко-дня работы у которого x_c находится в определенных пределах:

$$\sum_{i=1}^{n'} b_i = \sum_{i=1}^{n} b_i - b_{1\cdot} + b_c;$$

$$x_{1\cdot} - \frac{x_{1\cdot} \cdot \eta}{100} < x_c < x_{1\cdot} + \frac{x_{1\cdot} \cdot \eta}{100},$$

[3] Рекомендуется установить как пределы проверяемого сегмента такие величины x_i, которые, если производится группировка колхозов по величине x_i, попадут в модальную или в модальную и в соседнюю от нее группы, т. е. имеющие наибольшие величины частот в ряде распределения.

где η — положительное число, обозначающее пределы проверяемости по x_i, $n' = n$.

17. Расчет абсолютных показателей a_{ij} по новому варианту выборочной совокупности колхозов:

$$\sum_{i=1}^{n'} a_{ij} = \sum_{i=1}^{n} a_{ij} - a_{1.j} + a_{1'j}, \text{ при } j = 1,2,3,..m.$$

18. Расчет средних величин по новой выборочной совокупности колхозов:

$$\bar{a}_j^{(n')} = \frac{\sum_{i=1}^{n'} a_{ij}}{\sum_{i=1}^{n'} b_i}.$$

19. Сравнение данных выборочной совокупности с данными генеральной совокупности:

$$\xi_j^{(n')} = \frac{100 \cdot \bar{a}_j^{(n')}}{\bar{a}_j}$$

и проверка, входят ли отклонения в допустимые пределы:

$$Y_j < \xi_j^{(n')} - 100 \leqslant Y_j'.$$

Если отклонения выборочных данных от генеральных выходят за установленные пределы, то суммируются абсолютные величины отклонений:

$$s^{(n')} = \sum_{j=1}^{m} |\xi_j^{(n')} - 100|$$

и сравниваются суммы $s^{(n)}$ и $s^{(n')}$. Если $s^{(n')} < s^{(n)}$, то в памяти ЭВМ остается шифр проверенного колхоза и сумма $s^{(n')}$. Если $s^{(n')} > s^{(n)}$, то проверяется следующий колхоз сегмента $[x'; x'']$ генеральной совокупности. Величина x_1 удовлетворяет неравенству:

$$x_i - \frac{x_i \cdot \eta}{100} < x_i^{(n)} < x_i + \frac{x_i \cdot \eta}{100}.$$

Если при следующей проверке сумма отклонений выборочных данных от генеральных меньше, чем по предыдущему варианту выборки, то гасятся прежние записи и

записываются шифр нового колхоза и сумма отклонений показателей нового варианта выборочной совокупности от данных генеральной совокупности.

Проверка первоначальной выборки продолжается до тех пор, пока не проверены все соответствующие установленным ограничениям колхозы или отклонения показателей последнего варианта выборки от данных генеральной совокупности колхозов не будут превышать допустимые пределы Y_j, Y_j'.

Замена одного или нескольких обследуемых колхозов другими. В случае выбытия одного или большего числа колхозов из бюджетного обследования по разным причинам, а также для улучшения репрезентативности бюджетной сети возникает необходимость в частичной перезакладке отобранных колхозов.

Исходными данными для проведения отбора являются:

а) показатели b_i, x_i, a_{ij} [4] по колхозам генеральной совокупности,

б) средние данные $\bar{x}$, $\bar{a}_j$ по генеральной совокупности,

в) сумма показателей b_i, a_{ij} по существующей выборочной совокупности колхозов,

г) средние данные $\tilde{x}$, $\tilde{a}_j$ существующей выборочной совокупности.

Алгоритм вычислительной работы по отбору одного нового колхоза может быть следующим:

1. Вычисляются отклонения выборочных данных от генеральных по существующей сети колхозов:

$$\xi_x^{(n)} = \frac{100 \cdot \tilde{x}^{(n)}}{\bar{x}}\ ; \quad \xi_j^{(n)} = \frac{100 \cdot \tilde{a}_j^{(n)}}{\bar{a}_j}$$

при $(j = 1,2,3, \ldots m)$.

2. Суммируются абсолютные величины отклонений (или их балльные оценки):

$$s^{(n)} = |\,\xi_x^{(n)} - 100\,| + \sum_{j=1}^{m} |\,\xi_j^{(n)} - 100\,|.$$

[4] С целью упрощения расчетов, в отдельных случаях можно уменьшить количество проверяемых показателей, выбирая из них только непосредственно влияющие на формирование доходов колхозников.

3. Вычисляется сумма показателей абсолютных колхозов, без колхоза, подлежащего замене:

$$\sum_{i=1}^{n-1} b_i = \sum_{i=1}^{n} b_i - b_{1\cdot},$$

$$\sum_{i=1}^{n-1} a_{ij} = \sum_{i=1}^{n} a_{ij} - a_{1\cdot j},$$

$$i = 1, 2, 3, \ldots, 1^{\cdot} \ldots\ldots\ldots n,$$
$$j = 1, 2, 3, \ldots, \qquad \ldots\ldots\ldots m$$

4. Из колхозов генеральной совокупности выбирается один колхоз, который проверяется по годности включения его в выборочную совокупность. Не выбираются для проверки:

а) колхозы первоначальной выборочной совокупности (n колхозов),

б) колхозы районов, где отобрано для обследования достаточное число колхозов,

в) для сокращения вычислительного процесса иногда можно исключить из проверяемой совокупности те колхозы, средняя оценка человеко-дня работы в которых выше или ниже определенных пределов.

5. Показатели выбранного колхоза суммируются с показателями по $n-1$ колхозу:

$$\sum_{i=1}^{n'} b_i = \sum_{i=1}^{n-1} b_i + b_k,$$

$$\sum_{i=1}^{n'} a_{ij} = \sum_{i=1}^{n-1} a_{ij} + a_{kj},$$

где k — индекс проверяемого колхоза,
$n' = n$.

6. Вычисление средней оценки одного человеко-дня работы по новому варианту выборочной совокупности:

$$x^{(n')} = \frac{\sum_{i=1}^{n'} a'_{ij}}{\sum_{i=1}^{n'} a''_{ij}},$$

где

a'_{ij} — количество денег и продуктов в денежном выражении, выданных по труду и по дополнительной оплате труда,

a''_{ij} — количество человеко-дней, отработанных в колхозе.

7. Расчет показателей нового варианта колхозов в среднем на один колхозный двор:

$$a_j^{(n')} = \frac{\sum_{i=1}^{n'} a_{ij}}{\sum_{i=1}^{n'} b_i}.$$

8. Сравнение средних данных выборочной совокупности нового состава с данными генеральной совокупности колхозов:

$$\xi_x^{(n')} = \frac{100 \cdot \widetilde{x}^{(n')}}{\bar{x}}; \quad \xi_j^{(n')} = \frac{100 \cdot \widetilde{a}_j^{(n')}}{\bar{a}_j}.$$

9. Оцениваются результаты сравнения. Если отклонения удовлетворяют неравенствам:

$$\delta < \xi_x^{(n')} - 100 \leqslant \delta', \qquad (1)$$

$$V_j < \xi_j^{(n')} - 100 \leqslant Y_j'^{5}, \qquad (2)$$

где

δ, δ', V_j, V_j' — максимально допустимые пределы отклонения выборочных данных выше или ниже генеральных, то производится вывод (на печать) шифра и всех показателей отобранного для замены колхоза.

Если результаты сравнения не удовлетворяют неравенствам (1, 2), то проверка колхозов должна продолжаться с целью нахождения лучшего варианта замены. В этом случае производится запись шифра проверенного колхоза и других показателей. Если полученная последняя сумма отклонений больше предыдущей, то погашаются все расчеты проверки последнего колхоза, отбирается для проверки следующий колхоз генеральной совокупности и повторяются действия (5, 6, 7, 8, 9). Причем при каждой проверке,

[5] В зависимости от важности проверяемых показателей для формирования доходов колхозников, могут быть установлены различные пределы допустимых отклонений по отдельным показателям.

если $s^{(n'')} < s^{(n')}$, то погашаются записи прежней проверки, и записывается последняя сумма отклонений $s^{(n'')}$ до тех пор, пока вариант последней выборочной совокупности не будет удовлетворять неравенствам (1, 2).

При одновременной замене k колхозов из выборочной совокупности n колхозов, отбор и проверка новых колхозов производится в подобном порядке. От сводных показателей по существующей выборочной совокупности (n колхозов) отсчитываются суммы показателей по k колхозам:

$$\sum_{i=1}^{n-k} b_i = \sum_{i=1}^{n} b_i - \sum_{i=1}^{k} b_i,$$

$$\sum_{i=1}^{n-k} a_{ij} = \sum_{i=1}^{n} a_{ij} - \sum_{i=1}^{k} a_{ij},$$

при $j = 1, 2, 3, \ldots\ldots m$.

Из генеральной совокупности N выбирается первое сочетание k колхозов для проверки их показателей по годности включения в выборочной совокупности (из совокупности N должны быть исключены колхозы существующей сети обследования, а также могут быть исключены некоторые колхозы, указанные в пунктах б и в на стр. 259). Показатели вновь выбранных k' колхозов включаются в выборочную совокупность:

$$\sum_{i=1}^{n-k+k'} b_i = \sum_{i=1}^{n-k} b_i + \sum_{i=1}^{k'} b_i,$$

$$\sum_{i=1}^{n-k+k'} a_{ij} = \sum_{i=1}^{n-k} a_{ij} + \sum_{i=1}^{k'} a_{ij} \ (k = k').$$

Вычисляется средняя оценка одного человеко-дня работы по новому варианту выборочной совокупности путем деления определенного к выдаче по труду и по дополнительной оплате труда денег и продуктов в денежном выражении на отработанное в колхозе колхозниками количество человеко-дней.

Далее вычисляются показатели a_{ij} в среднем на один колхозный двор:

$$\tilde{a}_j^{(n-k+k')} = \frac{\sum_{i=1}^{n-k+k'} a_{ij}}{\sum_{i=1}^{n-k+k'} b_i}.$$

Средние данные выборочной совокупности сравниваются с соответствующими данными генеральной совокупности:

$$\xi_x^{(n-k+k')} = \frac{100\cdot\tilde{x}^{(n-k+k')}}{\bar{x}}; \quad \xi_j^{(n-k+k')} = \frac{100\cdot\tilde{a}_j^{(n-k+k')}}{\bar{a}_j},$$

проверяются пределы нового варианта выборочной совокупности:

$$\delta < \xi_x^{(n-k+k')} - 100 \leqslant \delta', \quad Y_j < \xi_j^{(n-k+k')} - 100 \leqslant Y'_j$$

и суммируются абсолютные величины отклонений выборочных данных от генеральных (или их балловых оценок):

$$s^{(n-k+k')} = |\xi_x^{(n-k+k')} - 100| + \sum_{j=1}^{m} |\xi_j^{(n-k+k')} - 100|.$$

Шифры k' колхозов и сумма отклонений $s^{(n-k+k')}$ записываются в память ЭВМ, если сумма абсолютных величин отклонений по новому варианту выборочной совокупности меньше предыдущего варианта. В таком же порядке проверяются все сочетания из N элементов (колхозов) по k. Из-за большого количества проверяемых сочетаний такую работу возможно провести только на быстродействующих ЭВМ. Однако в отдельных случаях замену одновременно двух или трех колхозов можно провести исходя из нескольких вариантов замены одного колхоза путем вторичного отбора двух или трех колхозов.

В Вычислительном центре ЦСУ Латвийской ССР Отдел НИИ ЦСУ СССР (в Латвийской ССР) провел экспериментальную работу по проверке несколько модифицированного в связи с местными условиями алгоритма отбора (замены) одного колхоза. Работа проводилась на АТЭ-80 (машинная программа составлена старшим научным сотрудником М. С. Чарной). Один вариант отбора колхоза из генеральной совокупности требует в среднем около 20 мин. машинного времени и обходится в 10 раз дешевле, чем расчетные работы и определение оптимального варианта с помощью счетно-клавишных машин.

Л. М. ДУДКИН

ОПЫТ РАСЧЕТОВ ОПТИМАЛЬНОГО БАЛАНСА НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА С ФУНКЦИЯМИ СПРОСА И ТРЕБОВАНИЯ К СТАТИСТИКЕ ПОТРЕБЛЕНИЯ

В 1964—1965 гг. автором были проведены расчеты статической модели оптимального материального баланса для перспективного плана (на 1970 г.).

В отличие от расчетов по статической модели оптимального плана, проводившихся в 1964 г. в ГВЦ Госплана СССР, в рассматриваемую модель не вводились искусственные ограничения на размеры производства продукции отдельных отраслей.

При расчете в качестве основных неизвестных принимаются:

x_i — выпуск продукции i-й отрасли в последнем году планового периода ($i = 1, \ldots, I$);

y_i — личное потребление продукции i-й отрасли в последнем году планового периода;

v — размер личных доходов трудящихся в последнем году планового периода.

В качестве известных величин принимаются:

a_{ij} — норматив материальных затрат продукции i-й отрасли на производство единицы продукции j-й отрасли в последнем году планируемого периода ($i, j = 1, \ldots, I$);

f_i — заданная часть конечного потребления (затраты продукции i-й отрасли в последнем году планового периода в учреждениях непроизводственной сферы, на строительство основных производственных и непроизводственных фондов, на прирост государственных резервов и запасов и покрытие сальдо баланса экспорта и импорта);

x_i^0 — количество продукции i-й отрасли, которое намечается получить в последнем году планового периода с основных производственных фондов, уже действующих на момент начала планируемого периода;

K — лимит капиталовложений в строительство основных производственных фондов в течение планового периода;

b_i — норматив затрат капиталовложений за плановый период, приходящихся на единицу прироста продукции i-й отрасли в последнем году планового периода;

R — численность трудоспособного населения в последнем году планового периода за вычетом трудоспособного населения, занятого в этом году в непроизводственной сфере и на строительстве основных производственных и непроизводственных фондов;

r_i — норматив занятости рабочей силы на единицу продукции i-й отрасли в последнем году планового периода;

p_i — цена единицы предметов потребления i-го вида;

$y_i(v)$ — спрос на продукцию i-й отрасли как на предмет личного потребления в зависимости от уровня фактических личных доходов трудящихся в последнем году периода при ценах $p_1, \ldots, pI$.

Расчет осуществлялся при следующих основных условиях.

1. Материальные балансы продукции отдельных отраслей. Количество выпускаемой продукции каждой отрасли в последнем году планового периода должно покрывать потребность текущего производственного и личного потребления и заданную потребность в продукции соответствующей отрасли учреждений непроизводственной сферы, на строительство основных производственных и непроизводственных фондов, на прирост государственных резервов и запасов и покрытие сальдо баланса экспорта и импорта в том же году:

$$x_i = \sum_j a_{ij}x_j + f_i + y_i. \quad (1)$$

2. Баланс капитальных вложений. Лимит капитальных вложений в основные производственные фонды в течение планового периода должен обеспечить прирост выпуска продукции всех отраслей в последнем году планового периода, т. е.:

$$K \geqslant \sum_i b_i (x_i - \dot{x}_i), \quad (2)$$

причем, если $x_i \leqslant x_i^0$, то

$$в_i(x_i - x_i^0) = 0.$$

Или, вернее,

$$K \geqslant \sum_i b_i \cdot \Delta x_i,$$

где

$$\Delta x_i = \begin{cases} x_i - x_i^0, \text{ если } x_i > x_i^0 \\ 0, \text{ если } x_i \leqslant x_i^0. \end{cases}$$

3. Баланс рабочей силы. Количество трудоспособного населения в последнем году планового периода за вычетом трудоспособного населения, занятого в этом году в непроизводственной сфере и на строительстве основных производственных и непроизводственных фондов, должно покрывать потребность в рабочей силе в этом году на производство продукции текущего производственного и непроизводственного потребления этого года:

$$R \geqslant \sum_i r_i x_i. \qquad (3)$$

В качестве критерия оптимальности было принято требование максимума общей суммы фактических личных доходов при условии соответствия структуры производства предметов потребления структуре спроса на них, т. е. требование максимума v при условиях (1), (2), (3) и условиях, что общий спрос на продукцию каждой отрасли как на предмет потребления в последнем году планового периода есть функции от общего уровня фактических личных доходов v в соответствующем году:

$$y_i = y_i(v), \text{ где } \sum_i p_i y_i = v. \qquad (4)$$

Предполагая, что функция спроса $y_i(v)$ монотонна, что естественно при достаточно укрупненной номенклатуре продуктов, описанная модель может решаться следующим приближенным методом.

Придаем некоторое произвольное значение $v^{(0)}$ параметру v. Подставив значение $v^{(0)}$ в функции спроса $y_i(v)$, получим количества предметов потребления $y_i^{(0)} = y_i(v^{(0)})$, которые необходимо произвести для покрытия потребительского спроса при уровне фактических личных доходов, равном $v^{(0)}$.

Подставив $y_i = y_i^{(0)}$ в равенства (1) и разрешив их относительно x_i, получим значения $x_i = x_i^1$, соответствующие размеры $f_i + y_i^{(0)}$ конечного спроса:

$$x_i^{(1)} = \sum_j A_{ij} (f_j + y_j^0),$$

где A_{ij} — элементы матрицы $(\delta_{ij} - a_{ij})^{-1}$, где δ_{ij} — символ Кронекера.

Вычисляем значения функций

$$\Delta x_i = \begin{cases} x_i - x_i^0, \text{ если } x_i > x_i^0. \\ 0, \text{ если } x_i \leqslant x_i^0. \end{cases}$$

Проверяем неравенства

$$K \geqslant \sum_i b_i \cdot \Delta x_i, \quad R \geqslant \sum_i b_i x_i.$$

Если неравенства удовлетворяются и хотя бы одно из них превращается в равенство, то заданное значение $v = v^{(0)} = \max v$. Если неравенства удовлетворяются, но ни одно из них не превращается в равенство, то следует испробовать значение $v = v^{(1)} > v^{(0)}$.

Если при $v = v^{(0)}$ хотя бы одно из неравенств не удовлетворяется, то необходимо испробовать значение $v = v^{(1)} < < v^{(0)}$.

Найдя такой отрезок значений v, для нижнего конца которого соотношения (2), (3) соблюдаются как строгие неравенства, а для верхнего не соблюдается хотя бы одно из этих соотношений, мы можем последовательным делением этого отрезка (с соответствующей проверкой точек его деления) приблизиться к искомой точке $v = \max v$ с любой заранее заданной степенью точности.

В случае, если величины $\sum\limits_i A_{ij} f_j \geqslant x_i^0$, решение может быть проведено несколько иным способом, а именно, сначала равенства (1) разрешаются относительно x_i:

$$x_i = \sum_j A_{ij} (y_j (v) + f_j)$$

и полученные выражения x_i через y_i подставляются в неравенства (2), (3).

Теперь при последовательных заданиях значений v можно проверять непосредственно преобразованные таким образом неравенства (2), (3).

Расчеты по описанной модели проводились в разрезе 16 отраслей и в стоимостном выражении.

Исходная информация формировалась следующим образом.

Нормативы материальных затрат на 1970 г. были взяты по материалам планового стоимостного межотраслевого баланса НИЭИ Госплана СССР на 1970 г. В ГВЦ Госплана СССР на их основе были вычислены коэффициенты полных материальных затрат на производство единицы конечной продукции.

В качестве заданной части конечного продукта в расчетах были приняты определенным образом скорректированные данные межотраслевого баланса на 1970 г.

В качестве объемов производства продукции, которые намечалось получить в последнем году планового периода с основных производственных фондов, уже действующих на момент начала планируемого периода, в расчетах был принят условно план по объему производства валовой продукции соответствующих отраслей на 1965 г.

В качестве общего объема капиталовложений в основные производственные фонды был принят один из конкретных вариантов проекта плана по объему капитальных вложений в основные производственные фонды на 1966—1970 гг.

Нормативы затрат капитальных вложений на единицу продукции каждой отрасли были получены на основе показателей объемов капитальных вложений в основные производственные фонды по отраслям народного хозяйства и плана производства валовой продукции по соответствующему варианту проекта плана. Эти нормативы рассчитывались по формуле:

$$b_i = \frac{K_i^*}{x_i^* - x_i^0},$$

где K_i^* — объем капитальных вложений в основные производственные фонды на 1966—1970 гг. по всем источникам финансирования в сметных ценах 1965 г., принятый по взятому для сравнения варианту проекта плана; x_i^* — объем производства валового продукта i-й отрасли в 1970 г., по соответствующему варианту проекта плана.

Поскольку в пятилетии намечались достаточные ресурсы рабочей силы, ограничение по рабочей силе в расчетах не использовалось.

В качестве функций спроса на продукцию пищевой и легкой промышленности были приняты функции спроса на продовольственные и непродовольственные товары, взятые в соответствии с результатами расчетов В. В. Швыркова, проведенными по данным бюджетной статистики. В качестве функции спроса на продукцию пищевой промышленности была принята зависимость:

$$y_{10} = 210\,000 \frac{v}{v + 261000}.$$

В качестве функции спроса на продукцию легкой промышленности — зависимость:

$$y_9 = v \frac{v + 51000}{v + 261000}.$$

По предметам потребления, являющимся продукцией других отраслей народного хозяйства, размеры личного потребления были приняты вместе с остальными частями конечного потребления как заданные. В связи с этим максимизируемый параметр $v = y_9 + y_{10}$ означал сумму фактических личных доходов, используемых на потребление продукции пищевой и легкой промышленности в 1970 г., а не общий размер фактических личных доходов трудящихся в этом году.

В результате решения модели были установлены:

размеры личного потребления продукции легкой и пищевой промышленности в 1970 г.;

размеры производства валовой продукции каждой отрасли народного хозяйства в 1970 г.;

капиталовложения в каждую отрасль народного хозяйства в течение 1966—1970 гг.

В табл. 1 и 2 приводится сопоставление некоторых показателей, полученных в результате расчетов по статической модели оптимального плана с соответствующими показателями варианта плана, рассчитанного обычными методами.

Как видно из табл. 1 и 2, результаты расчетов по математической модели оптимального материального баланса относительно близки к показателям соответствующего варианта проекта плана, несмотря на определенные условности модели.

Таблица 1. **Сопоставление результатов экономико-математических расчетов статической модели оптимального материального баланса народного хозяйства с проектом плана (в %)**

	Результаты расчета математической модели	Расчет по проекту плана
Удельный вес в совокупном общественном продукте		
легкой промышленности	11,3	10,0
пищевой промышленности	13,0	13,3
Валовая продукция легкой и пищевой промышленности	100	100
В том числе		
легкой промышленности	46,5	43,0
пищевой промышленности	53,5	57,0

Преимущество проведенных расчетов перед действующими макроэкономическими расчетами состоит в том, что в них были использованы в единстве балансовые соотношения и функции спроса и получаемая структура должна по идее больше соответствовать складывающимся в плановом периоде потребностям.

Таблица 2. **Структура капитальных вложений за 1966—1970 гг. (в %)**

Отрасль	Результаты расчета математической модели	Расчет по проекту плана
Промышленность		
легкая	3,6	2,3
пищевая	3,9	3,7
Остальные отрасли народного хозяйства	92,5	94,0

Могут ли, однако, такие или какие-либо другие расчеты по макроэкономическим моделям оптимального материального баланса считаться более обоснованными, чем результаты практических разработок макроэкономических показателей, осуществляемые плановыми органами в настоящее время?

Если положительный ответ на этот вопрос вызывает сомнения, то, в первую очередь, потому, что все исходные нормативные показатели, принимаемые в расчетах макроэкономических моделей, являются агрегированными, т. е. средневзвешенными из нормативов затрат в детализированной номенклатуре, причем в качестве весов берутся ориентировочные, предполагаемые размеры производства продуктов детализированной номенклатуры.

Лишь обеспечив строгую взаимную увязку оптимальных макроэкономических моделей с детализированными плановыми расчетами, мы можем быть уверены в более точной сбалансированности результатов оптимальных народнохозяйственных моделей по сравнению с разработками планового баланса общественного продукта.

В работах[1] показано, как может быть осуществлена строгая итеративная увязка статической и динамической модели оптимального материального баланса народного хозяйства с расчетами материальных балансов отдельных продуктов детализированной номенклатуры. Показано также, как может быть достигнута увязка расчетов оптимального материального баланса народного хозяйства с детализированными расчетами потребностей в рабочей силе различных профессий и квалификаций[2].

Однако для обеспечения такой увязки необходимо иметь функции спроса семей различных типов на продукцию разного вида детализированной номенклатуры (в упомянутых работах для простоты объяснения не введены функции спроса на товары длительного пользования и не осуществлена дифференциация функций спроса для отдельных типов семей).

Между тем, разработки по построению функций спроса на плановый период до настоящего времени не давали таких материалов. Мы сталкиваемся с полным отсутствием работ в области моделей спроса на конкретные продукты детализированной номенклатуры, т. е. той но-

[1] Л. М. Дудкин. Модели оптимального планирования народного хозяйства. М., Изд-во МГУ, 1965; Л. М. Дудкин. Оптимальный материальный баланс народного хозяйства. «Модели для текущего и перспективного планирования». М., изд-во «Экономика», 1966.

[2] Л. М. Дудкин. Математические методы согласования расчетов потребности в рабочей силе различных профессий и квалификаций с расчетами оптимального материального баланса народного хозяйства.— «Экономические проблемы подготовки квалифицированных рабочих кадров в новых условиях». М., Изд-во МГУ, 1967.

менклатуры продуктов, по которой составляются материальные балансы и осуществляются расчеты потребностей и производства в плановых органах и в их организациях. Даже теоретические исследования, рассматривающие особенности закономерностей спроса на продукцию промышленности и сельского хозяйства детализированной номенклатуры, являются недостаточными. В результате практические плановые расчеты по конечному потреблению продукции детализированной номенклатуры строятся плановыми органами на крайне условных и субъективных показателях прогноза потребления конечной продукции.

Исследования в области построения моделей оптимального планирования показывают, что переход к развернутому оптимальному планированию народного хозяйства не только не элиминирует потребностей в разработке функций спроса по подробной номенклатуре, но еще более резко усиливает эту необходимость[3].

Действительно, при построении моделей развернутого оптимального планирования оказывается неизбежным либо использование функций спроса и предпочтения в детализированной номенклатуре, либо применение субъективных оценок потребности в продуктах.

Между тем в научных работах и на научных совещаниях по потреблению эти факты игнорируются.

Практические работы в области статистических расчетов по народному благосостоянию направлены на то, чтобы получить максимально возможные результаты из тех материалов, которые дает бюджетная и торговая статистика.

До последнего времени это было оправдано.

В настоящее время сложившаяся традиция постановки работ в области статистики и исследования народного потребления становится препятствием для действительного перехода к оптимальному планированию народного хозяйства.

Более того, экономисты математического направления, работающие в области внедрения методов оптимального

[3] Л. М. Дудкин. Система взаимоувязанных моделей оптимального перспективного планирования и ее отображение в структуре и функциях органов управления.— «Научные и практические проблемы больших систем». М., ГВЦ Госплана СССР, 1967, ч. IV.

планирования, при углублении задач вынуждены опираться в своих расчетах на все более субъективные оценки конечного потребления при бо́льшем уточнении объективной информации в части технологических и производственных данных.

Отсутствие работ по построению зависимостей спроса от различных факторов в детализированной номенклатуре приводит к выпуску продукции, не соответствующей спросу, и к связанным с этим последствиям в области производства, распределения и использования продукции и основных фондов.

Для построения моделей оптимального перспективного планирования народного хозяйства в первую очередь необходимо обеспечить разработку функций спроса на товары краткосрочного и длительного пользования по той номенклатуре продуктов, в которой в один вид объединяются продукты, производимые на одинаковом оборудовании, и в отдельные виды продуктов объединяются продукты, производимые на оборудовании разного типа. Между тем, нынешняя номенклатура продукции в бюджетных обследованиях, охватывающая 200 наименований продуктов, и, соответственно, номенклатура функций спроса, строящихся на их основе, не позволяет осуществлять обоснованные расчеты задач оптимального баланса народного хозяйства даже в самой укрупненной номенклатуре. Это связано с тем, что виды продуктов в бланках бюджетных обследований и в межотраслевом балансе представляют собой агрегаты, созданные на основе совершенно различных принципов агрегирования продуктов детализированной номенклатуры. Так, статья культтовары в бланках бюджетных обследований охватывает продукты машиностроения и металлообработки, лесообрабатывающей и бумажной промышленности, продукты швейной и стекольной промышленности и т. д.

Ясно, что построенные на таких материалах функции спроса на культтовары не будут характеризовать зависимости спроса на культтовары, производимые в отдельных отраслях.

Попытка условно распределить функцию спроса на культтовары на функции спроса составляющих продуктов, например, пропорционально удельному весу этих продуктов в культтоварах в базисном году, привела бы к тому, что функции спроса конкретных продуктов стали настоль-

ко условными, что было бы бессмысленно думать об использовании их на практике.

При получении функций спроса для упомянутых расчетов 16-отраслевой модели оптимального материального баланса народного хозяйства на 1970 г., осуществлявшихся в Госплане СССР в 1964 и 1965 гг., пришлось, как уже отмечалось, принять в качестве функции спроса на продукцию пищевой промышленности зависимость спроса от доходов, построенную для продовольственных товаров, а в качестве функции спроса на продукцию легкой промышленности — зависимость спроса от доходов, построенную для всех непродовольственных товаров. По остальным продуктам 16-отраслевой модели оптимального баланса народного хозяйства пришлось отказаться от использования функций спроса и ограничиться заданием в модели конечного потребления на том уровне, на котором последнее было принято в расчетах межотраслевого баланса на 1970 г. Естественно, что такие приемы годятся лишь для экспериментальных исследований, но недостаточно пригодны для практических расчетов оптимального народнохозяйственного плана.

Необходимо перестроить работу по формированию исходных статистических материалов и теоретическую и практическую работу в области расчетов функций спроса и предпочтения, чтобы обеспечить получение достаточно представительных и статистически обоснованных зависимостей спроса и предпочтения в детализированной номенклатуре.

ЦСУ СССР нужно в кратчайшие сроки организовать единовременное обследование покупок населением товаров по подробной номенклатуре, согласованной с соответствующими отраслевыми министерствами, и незамедлительно пересмотреть номенклатуру бюджетных обследований в сторону расширения и обеспечения соответствия или сопоставимости с номенклатурой натуральных межотраслевых балансов.

III РАЗДЕЛ

И. К. БЕЛЯЕВСКИЙ

О СИСТЕМЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ АНАЛИЗА ДИНАМИКИ СТРУКТУРЫ ТОВАРООБОРОТА

Подъем жизненного уровня трудящихся СССР во многом зависит от объема и темпов роста розничного товарооборота.

Однако широко известно, что степень удовлетворения потребностей населения зависит не только от объема товарной массы, но и от ее состава, от соотношения различных товаров и товарных групп в общей совокупности приобретаемых товаров.

С ростом доходов меняется структура платежеспособного спроса, а с развитием производства возникает возможность все большего удовлетворения запросов населения. В результате этого население увеличивает и одновременно перераспределяет денежные средства, направляемые на покупку различных товаров. Изменяются объем и товарная структура розничного товарооборота.

Именно в сфере товарооборота встречаются платежеспособный спрос и предложение, интересы покупателей сталкиваются с интересами производителя.

Возникающее в процессе купли-продажи товаров соотношение между спросом и производством находит свое конкретное качественное выражение в структуре розничного товарооборота, в соотношении между отдельными товарными группами.

Из сказанного ясно, что в современных условиях изучение товарной структуры товарооборота приобретает первостепенное значение не только с позиций характеристики развития торговли, но и с точки зрения оценки народного благосостояния. В связи с этим разработка и совершенствование статистических методов анализа структурных

сдвигов в розничном товарообороте является важной и актуальной задачей.

Цель статистического анализа товарной структуры товарооборота — показать соотношение между всеми товарами и товарными группами, входящими в состав розничного товарооборота. Для этого пользуются совокупностью относительных величин — удельных весов каждого товара в общей сумме розничного товарооборота. Показатель, исчисленный в процентах к итогу, имеет определенное экономическое содержание и характеризует удельные затраты населения на покупку отдельных товаров из состава каждых 100 руб. товарооборота.

Наряду с анализом соотношения товаров и их места в общем объеме покупки товаров, важное место в статистике структуры товарооборота имеет характеристика структурных сдвигов или анализ динамики структуры товарооборота. Соотношения между спросом и предложением получают отражение, в частности, и в характере изменений в структуре продажи товаров.

Анализ динамики структуры товарооборота должен начинаться с обобщающей количественной характеристики структурных сдвигов, получивших свое выражение в результате различной скорости и направления продажи отдельных товаров. Структурные сдвиги характеризуются перераспределением средств на покупку отдельных товаров в составе каждых 100 руб. товарооборота и размерами этого перераспределения. Чем больше отклонения структуры отчетного года от структуры базисного года, тем резче выражены структурные сдвиги.

Если обозначить долю каждого товара в общем объеме товарооборота через $Д_i = \frac{p\,q_i}{\Sigma pq}$,

где

$Д_i$ — доля отдельного товара в общем объеме товарооборота;

$p_i q_i$ — сумма продажи данного товара;

Σ_{pq} — общий объем товарооборота,

то отклонение отчетной структуры от базисной будет выражаться в разности отчетной и базисной доли каждого товара:

$$\Delta Д = Д_1 - Д_0,$$

где

$\Delta Д$ — прирост доли;

$Д_1$ — доля отчетного периода;
$Д_0$ — доля базисного периода.

Однако $\Sigma\Delta Д = \Sigma(Д_1 - Д_0) = 0$, т. е. сумма отклонений всегда равна нулю, так как $\Sigma Д_1 = \Sigma Д_0 = 100$ В составе каждых 100 руб. сумма увеличения удельных расходов всегда равна сумме уменьшения удельных расходов: $\Sigma(+\Delta Д) = \Sigma(-\Delta Д)$. Следовательно, нужно ввести показатель, который охарактеризует средний прирост доли независимо от знака. Интенсивность структурных сдвигов зависит от абсолютной величины отклонений отчетных долей от базисных.

Весьма полезно сопроводить этот показатель группировкой товаров по признаку увеличения или уменьшения расходов. При этом можно исчислить долю каждого такого товара соответственно в сумме увеличения и сокращения расходов, т. е. показать, в какой мере перераспределение расходов обусловлено каждой товарной группой.

Однако показатель абсолютного перераспределения средств не совсем точно отражает интенсивность структурных сдвигов за счет того, что сглаживает фактические отклонения по отдельным товарным группам. Чтобы в полной мере учесть этот фактор, надо показать средний размер одного отклонения без учета значности. Таким показателем может служить среднеквадратическое отклонение доли, которое покажет средний размер перераспределения средств из состава 100 руб. товарооборота при покупке одного товара (независимо от увеличения или уменьшения расходов).

Этот показатель можно выразить следующей формулой:

$$\sigma_{\Delta Д} = \sqrt{\frac{\Sigma(Д_1 - Д_0)^2}{n}} = \sqrt{\frac{\Sigma(\Delta Д)^2}{n}},$$

где n — число товарных групп.

Исходя из этих данных, целесообразно исчислить индекс интенсивности структурных сдвигов как отношение среднеквадратического значения прироста доли в отчетном и базисном году.

$$J_{\text{интенсивности структурных сдвигов}} = \frac{\sigma_{\Delta Д_1}}{\sigma_{\Delta Д_0}}.$$

На основе предложенных показателей можно анализировать корреляционную связь интенсивности структурных

сдвигов с рядом факторов, в частности с объемом доходов и изменением доли торговли в составе расходов на покупку товаров и услуг; с динамикой цен; с изменением объема и структуры производства и т. п.

Этот же метод можно применить для оценки интенсивности структурных сдвигов под влиянием ценностных и количественных факторов[1]. Если соответственно обозначить среднее квадратическое отклонение доли за счет ценностного фактора через $\sigma_{\Delta Д_{(p)}} = \sqrt{\frac{\Sigma(\Delta Д_p)^2}{n}}$ и за счет количественного фактора через $\sigma_{\Delta Д_{(q)}} = \sqrt{\frac{\Sigma(\Delta Д_q)^2}{n}}$, то соотношение между ними отразит преимущественное влияние одного из указанных факторов на общее перераспределение расходов.

Следующим этапом анализа следует считать характеристику динамики доли каждого товара или совокупности товаров, сгруппированных по какому-либо признаку. Методика этого анализа изложена нами в упомянутой работе и в статье «Изменения в составе продажи товаров питания»[2]. В дополнение к этому следует отметить необходимость оценки колеблемости и основной тенденции изменения доли каждого товара в общем объеме товарооборота. Наблюдая за динамикой доли отдельных товаров, можно убедиться в определенных закономерностях развития доли. Для выявления характера подобной закономерности целесообразно исчислить показатель вариации доли, который покажет, насколько сильно изменяется доля за ряд лет, как она колеблется вокруг какого-то среднего уровня ($\overline{Д}_i = \frac{\Sigma Д_i}{N}$, где N—число лет, а $Д_i$—доля данного товара в отдельные годы. Для этой цели можно применить коэффициент вариации, который примет следующий вид:

$$V = \frac{\sigma_{Д_i}}{\overline{Д}_i} \cdot 100, \qquad \text{где} \qquad \sigma_{Д_i} = \sqrt{\frac{\Sigma(Д_i - \overline{Д}_i)}{N}}.$$

[1] О разложении прироста доли по факторам см. И. К. Беляевский. Применение индексного метода в ходе анализа динамики структуры товарооборота. МЭСИ. Научная конференция по итогам научной работы института за 1963 г. «Проблемы статистики». М., 1964.

[2] См. «Вестник статистики», 1963, № 7.

В зависимости от характера изменения доли для характеристики основной тенденции доли можно применить конкретный способ выравнивания (по прямой, по параболе и т. п.). При этом для сравнения характера динамики удельного веса отдельных товарных групп можно использовать различные методы: в частности, сравнение угла отклонения от горизонтали (при выравнивании по прямой), соотношение скорости развития различных товаров и т. п.

Хорошие результаты дает исчисление коэффициентов опережения ($к = J_{Д_а} : J_{Д_б}$ и т. д.), где $J_{Д_а}$ и $J_{Д_б}$ — индексы доли товаров *а* и *б*. Они показывают, в частности, преимущественное развитие наиболее важных товарных групп. На их основе легко устанавливать корреляционную связь с соответствующими коэффициентами опережения в производстве. Нахождение такой зависимости имеет большое значение для планирования.

Анализ структуры товарооборота не всегда увязывается с анализом товарных запасов и поставки товаров. Исчисление показателей структуры поставки и товарных запасов в процентах к итогу имеет серьезное самостоятельное значение, но эти показатели трудно сопоставлять с показателями структуры товарооборота. Это обстоятельство в определенной степени затрудняет выявление причин, обусловивших изменение в составе товарооборота.

Наличие тесных связей между всеми элементами структуры и зависимость их от объема и динамики поставки товаров и товарных запасов заставляют нас обратиться при изучении структурных сдвигов к балансовой форме записи.

Если долю каждого товара рассматривать как затраты на покупку данного товара или выручку, полученную торговлей за его продажу в расчете на каждые 100 руб. оборота, то соответственно поставку и товарные запасы надо исчислять в расчете на 100 руб. оборота, т. е. в той части, которая приходится на каждую долю товара в обороте. Эти показатели могут быть получены путем деления соответственно запасов и поставки по отдельным товарным группам на общую сумму розничного товарооборота и умножения полученной величины на 100.

Если обозначить соответствующие размеры удельной поставки и запасов отдельных товарных групп следующими символами:

запасы на начало года — $ДЗ_н = \frac{З_{н_i}}{\sum O} \cdot 100$,

запасы на конец года — $ДЗ_к = \frac{З_{к_i}}{\sum O} \cdot 100$,

поставки — $ДП = \frac{П_i}{\sum O} \cdot 100$, где

$З_{н_i}$ и $З_{к_i}$ — запасы отдельного товара на начало и конец года,

$П_i$ — сумма поставки данного товара и $\Sigma O = \Sigma pq$ — общая сумма розничного товарооборота.

Необходимые данные для расчета содержатся в отчете о движении товаров по форме № 3-торг. Однако, по нашему мнению, к товарным запасам в розничной торговле надо присоединить оптовые запасы, в части, приходящейся на долю рыночного фонда. Сумма документированного и недокументированного расхода, как неучаствующая в продаже, должна быть исключена из расходной части баланса; точно так же ее надо вычесть из общей суммы ресурсов.

В общей форме баланс товарной структуры товарооборота, исчисленный в процентах к обороту, можно представить в следующем виде:

Товары	Ресурсы	Использование ресурсов
A	$ДЗ_{н_a} + ДП_a =$	$Д_a + ДЗ_{к_a}$
	$+ \quad\quad +$	$+ \quad\quad +$
B	$ДЗ_{н_б} + ДП_б =$	$Д_б + ДЗ_{к_б}$
	$+ \quad\quad +$	$+ \quad\quad +$
⋮	⋮ ⋮	⋮ ⋮
n	$ДЗ_{н_n} + ДП_n =$	$Д_n + ДЗ_{к_n}$
	$\parallel \quad\quad \parallel$	$\parallel \quad\quad \parallel$
Сумма	$\Sigma ДЗ_н + \Sigma ДП =$	$\Sigma Д + \Sigma ДЗ_к$, где $\Sigma Д = 100$.

Балансовая форма позволяет определить то влияние, которое оказывает на структуру оборота динамика поставки и состояние товарных запасов. Сопоставляя отчетный и базисный балансы структуры, можно разложить прирост доли по факторам. Прирост ресурсов ($\Delta Д_{рес}$) зависит от совокупного прироста начальных запасов и поступления; причем характер этого прироста в зависимости от того, как меняется доля запасов в ресурсах, уже в какой-то степени говорит о характере спроса на данный товар. Прирост доли оборота за счет использования ресурсов происходит в ре-

зультате совокупного влияния двух факторов — цен и количества проданных товаров:

$$\left.\begin{matrix}\Delta ДЗ_н \searrow \\ + \\ \Delta ДП \nearrow\end{matrix}\right. \Delta Д_{рес} = \Delta Д \left\langle\begin{matrix}\nearrow \Delta Д_{(p)} \\ + \\ \searrow \Delta Д_{(q)}\end{matrix}\right. + \Delta ДЗ_к.$$

Соотношение прироста запасов на начало и конец года $\left(к_з = \frac{\Delta ДЗ_н}{\Delta ДЗ_к}\right)$ показывает степень влияния изменения запасов на структуру оборота: если это соотношение <1, то рост доли оборота происходит за счет использования товарных запасов. Соотношение удельной поставки и доли $\left(к_п = \frac{\Delta ДП}{\Delta Д}\right)$ показывает, в какой мере поставка влияет на прирост доли. Если исчислить показатели среднеквадратического отклонения удельных ресурсов и запасов на конец года, то можно установить характер связи между структурными сдвигами в обороте и изменением состава поставки и запасов.

Однако размер прироста доли еще не характеризует степени изменения структуры, для этой цели предпочтительнее использовать темпы роста доли.

Общая связь между показателями динамики выражается следующим образом: между индексом доли оборота имеется прямая связь с индексом удельных ресурсов и обратная связь — с индексом запасов на конец периода.

$$\left.\begin{matrix}JДЗ_н \searrow \\ JДП \nearrow\end{matrix}\right. JД_{рес} \rightarrow JД \left\langle\begin{matrix}\swarrow JД_{(p)} \\ \nwarrow JД_{(q)}\end{matrix}\right. \leftarrow JДЗ_к.$$

На основе данной схемы можно построить ряд соотношений, показывающих зависимость динамики доли от ряда факторов. Приведем часть из них.

а. Между динамикой доли и изменением доли за счет ценностных и количественных факторов имеется связь, выражающаяся следующим равенством $JД = JД_{(q)} \cdot JД_{(p)}$.

б. Между темпом роста поставки, приходящейся на данную долю товара, и индексом доли может быть обнаружена прямая корреляционная связь при условии, что этот товар пользуется спросом и рост удельных запасов отстает от роста доли

$$JДП \cong JД \geqslant JДЗ_к \rightarrow \begin{matrix}\text{нормальный} \\ \text{процесс}\end{matrix}.$$

в. Если при росте удельной поставки и росте удельных запасов происходит снижение доли (или отставание ее темпов роста), то можно сделать вывод, что увеличение поставки происходит при отсутствии спроса, и товар оседает на складе:

$ЈДП > ЈД < ЈДЗ_к$ вероятное несоответствие предложения спросу.

г. Если удельные запасы на начало года растут быстрее удельной поставки — ресурсы накапливаются за счет оседания товаров на складах, а если при этом растут удельные запасы на конец года, то это означает, что производство поставляет ненужные населению товары:

$$ЈДЗ_н > ЈДП < ЈДЗ_к.$$

Характер связи при этих неравенствах, прямолинейный или криволинейный, определенный на основе множественной корреляции, должен быть установлен анализом конкретных данных.

Уменьшение доли данного товара может быть вызвано недостаточным развитием производства:

$$ЈД < 1, \text{ при } ЈДП < ЈД \text{ и } ЈДЗ_к \leqslant ЈД,$$

или относительным (и абсолютным) уменьшением покупательского спроса на товар:

$$ЈД < 1, \text{ при } ЈДП \geqslant ЈД \text{ и } ЈДЗ_к > ЈД.$$

Перечисленными соотношениями не исчерпывается возможность установления связей и зависимостей в структурном анализе. Эта проблема нуждается в дополнительной разработке.

Разумеется, предложенные методы анализа структуры лишь дополняют существующие методы и должны применяться в ходе анализа в сочетании со всеми другими необходимыми приемами анализа.

В заключение хотелось бы представить следующую систему показателей анализа динамики структуры товарооборота.

1. Показатели интенсивности изменения структуры товарооборота.

2. Показатели колеблемости и основной тенденции развития доли.

3. Показатели прироста доли.

4. Показатели динамики доли.

5. Баланс товарной структуры в расчете на 100 руб. оборота.

6. Система неравенств и коэффициентов, отражающая взаимозависимость показателей структуры.

■

В. А. РУМЯНЦЕВ

ПРОГНОЗ СПРОСА НА ТОВАРЫ ДЛИТЕЛЬНОГО ПОЛЬЗОВАНИЯ И КУЛЬТУРНОГО НАЗНАЧЕНИЯ НА БАЗЕ БЮДЖЕТНЫХ ОБСЛЕДОВАНИЙ ДОМАШНЕГО ИНВЕНТАРЯ

Одним из актуальных вопросов изучения спроса является прогноз потребности населения в товарах культурного назначения и новых бытовых приборах длительного пользования (телевизоры, радиоприемники, холодильники, пылесосы и др.).

Спрос населения СССР на эти товары непрерывно увеличивается и изменяется по ассортименту.

Особенность развития спроса на новые культтовары и бытовые приборы длительного пользования состоит в том, что он развивается несколькими стадиями. С началом выпуска из производства нового товара его покупают только отдельные потребители. Затем при наличии соответствующей информации и рекламы спрос на данный товар обгоняет, как правило, предложение.

Постепенно спрос на данный товар по мере расширения информации о нем увеличивается до такой степени, что на второй стадии развития спроса начинается массовое распространение товара среди населения. С точки зрения современного развития спроса она является наиболее характерной.

По мере насыщения рынка данным товаром рост спроса на него замедляется, хотя его темп может оставаться

еще высоким из-за роста населения и его доходов. Эта третья фаза развития спроса характеризуется все более полным охватом потребителей.

При достижении определенной степени насыщения спрос на данный товар стабилизируется. Наступает четвертая стадия в развитии спроса. После завершения этой стадии насыщения потребности в данном товаре спрос сокращается.

В каждый данный отрезок времени спрос на отдельные товары культурного назначения и новые бытовые товары находится на различных стадиях развития. Широкая информация о цветном телевидении, пробные передачи и строительство телецентра с цветной передачей способствует в настоящее время зарождению спроса на цветные телевизоры, спрос на которые находится в настоящее время на первоначальной стадии развития. На второй стадии находится спрос на холодильники, стиральные машины, пылесосы, телевизоры с черно-белым изображением. На стадии достаточно полного охвата потребителей находится спрос на радиоприемники и велосипеды. Спрос на часы в определенной мере стабилизировался, а на швейные машины он сокращается.

В качестве товара, спрос на который прошел все эти стадии, можно назвать патефоны, пользовавшиеся еще в начале 50-х годов значительным спросом, который затем быстро уменьшился, и в настоящее время отсутствует, так как патефоны вытеснены более совершенными устройствами — проигрывателями и радиолами.

С развитием промышленности стали входить в быт транзисторные радиоприемники, которые покупаются наряду с широковещательными. Спрос на них быстро растет. В то же время потребность в электропроигрывателях не увеличивается. Широковещательные радиоприемники без проигрывателей тоже пользуются слабым спросом.

Для изучения потребностей и спроса населения на товары культурного назначения и новые бытовые товары длительного пользования весьма важно знание наличия соответствующих предметов длительного пользования в инвентаре у потребителей. В расходном бюджете семей в настоящее время указывается лишь расход на приобретение вещей, который не может характеризовать потенциальное потребление. Например, сравнивая расходы на

культтовары двух равновеликих семей с одинаковым уровнем дохода, из которых одна семья израсходовала на культтовары 160 руб., а вторая семья только — 100 руб. в год на одного члена семьи, нельзя сказать, насколько удовлетворены потребности в культтоварах, не зная наличия этих товаров в семьях.

О значении инвентарных обследований С. Г. Струмилин писал: «Интерес такого рода обследований, если они целесообразно поставлены, весьма многообразен... Мы уже не говорим о том, что та или иная распространенность не только книг, но и всех иных предметов широкого потребления в рабочем быту — в связи с обычными сроками службы этих предметов — представляет чрезвычайно большой общехозяйственный интерес с точки зрения изучаемой емкости рынка на эти предметы» [1].

В настоящее время большое значение уделяется изучению бюджета времени. Это очень актуальный вопрос. «Но и денежный бюджет и бюджет времени, прекрасно дополняя друг друга, не дают еще полной картины рабочего быта, ибо не рисуют нам той материальной обстановки этого быта, в которой протекают все те процессы, какие находят свое отражение в этих бюджетах. Для восполнения этого пробела необходимо, помимо жилищных условий пролетарской семьи, подвергнуть изучению, учету и оценке и весь наличный домашний инвентарь такой семьи» [2].

Первая попытка описания инвентаря после революции 1917 г. была сделана при обследовании бюджета семей ленинградских рабочих в мае 1918 г. Несмотря на очень скромный масштаб, материалы этого обследования были использованы для построения специального индекса цен на одежду.

В декабре 1922 г. было проведено второе обследование инвентаря уже в более широком масштабе. Оно охватывало города Москву, Петроград и Иваново-Вознесенск. Было обследовано и разработано всего 75 хозяйств промышленных рабочих с общим числом 265 человек. При этом описывалось большое количество инвентаря — около

[1] С. Г. Струмилин. Рабочий быт в цифрах. М. — Л., 1926, стр. 8—79.

[2] Там же, стр. 77.

160 наименований. Среди них: одежда, белье, обувь, посуда, спальные принадлежности, мебель, часы, швейные машины и другие вещи.

Обследование дало очень ценный материал, позволяющий сделать некоторые расчеты предполагаемой потребности населения в отдельных товарах. Эту потребность С. Г. Струмилин назвал нормальной. Она равна изношенной части предметов за определенный период, которая подлежит восстановлению.

Какие же показатели регистрировались по инвентарю? По каждому предмету указывалась дата приобретения (довоенная — до 1914 г.), стоимость в момент приобретения и нормальный срок службы. Дата приобретения предмета давала возможность установить фактический срок службы, необходимый для исчисления износа вещи. Так называемый нормальный срок службы устанавливался по опыту опрошенной семьи и носил несколько субъективный характер. Однако в рамках проведенного опроса получался уже более или менее объективный показатель срока службы предмета. Частное от деления фактического срока службы на нормальный срок показывало процент износа предмета. Износ в рублях исчислялся исходя из того, что предмет изнашивается равномерно за весь срок службы.

В дальнейшем учет домашнего инвентаря проводился по бюджетной сети семей при ежегодных ноябрьских обследованиях 1923—1927 гг. Эти обследования, проводимые ряд лет одними и теми же методами по сравнимой программе и охватывающие примерно однородный по производственному и профессиональному составу и территориальному размещению круг работников, дали исключительно ценный материал для изучения изменений жизненного уровня и динамики потребления рабочего класса за послереволюционный период.

Учет предметов длительного пользования по бюджетной сети семей был проведен ЦСУ СССР в 1958 г., а также в 1962 г. Хотя программа этих обследований была не очень обширной, они дали полезный материал. Их анализ, проведенный в ЦСУ РСФСР, дал возможность составить и провести летом 1965 г. новое инвентарное обследование, программа которого была направлена на изучение потребления и спроса населения на культурно-бытовые товары.

При разработке программы учитывались такие товары, которые приобретаются на семью, например, телевизоры, холодильники, электрические утюги, мясорубки, пылесосы и другие, а также товары, приобретаемые, как правило, на одного взрослого человека; часы, велосипеды. Опросный лист учитывал пожелание семей в отношении покупок товаров в рассрочку. Это делалось для изучения возможностей расширения торговли в кредит и ее влияния на потребление данных товаров. При проведении инвентарных обследований может быть освещен в известной мере и спрос населения на услуги по ремонту инвентаря. Поэтому наряду с наличием исправного инвентаря было учтено наличие неисправных предметов, требующих ремонта.

Проведение инвентарных обследований позволяет следить непосредственно за насыщением спроса населения на конкретные товары и дает возможность уловить тот предел насыщения, после которого спрос на товар стабилизируется или начинает уменьшаться. Это имеет большое значение для планирования производства, давая возможность избежать образования излишков товаров.

В обеспеченности культурно-бытовыми товарами отдельных социальных групп городского населения — семей рабочих, ИТР, служащих и т. д.— по имеющимся материалам, существенных различий не наблюдается.

Различия в обеспеченности культурно-бытовыми товарами имеются в основном между городским и сельским населением. Поэтому при перспективных расчетах спроса на товары культурного назначения и на бытовые товары длительного пользования нужно учитывать отдельно городской и сельский спрос.

Группировка обследованных семей по доходу показывает, что доход влияет на степень обеспеченности семей определенными товарами. Но существенные различия в величине душевого дохода семей не приводят к аналогичным различиям в степени обеспеченности культурно-бытовыми товарами.

Потребляющей единицей большинства культурно-бытовых товаров является семья. Поэтому необходимо рассмотреть группировку семей по типам.

По материалам обследования была произведена группировка семей рабочих г. Н. по типам. Объем исследованной совокупности составил 706 семей. При этом были вы-

делены следующие типы семей:

	% семей в совокупности		% семей в совокупности
Двое взрослых и один ребенок	23,8	Один взрослый и один ребенок	10,3
Одинокие	17,5	Трое взрослых . . .	6,1
Двое взрослых . . .	14,3	Трое взрослых и один ребенок	5,9
Двое взрослых и двое детей	14,0	Остальные семьи . .	8,1

Применяя методы дисперсионного анализа, мы можем исследовать колеблемость обеспеченности различными товарами внутри и между отдельными типами семей. По телевизорам, например, были получены следующие данные (табл. 1).

Таблица 1. **Расчет отношений фактической и теоретической дисперсий**

Вариация обеспеченности	Степени свободы	Девиация	Оценка дисперсий S^2	Отношение двух дисперсий	
				F факт.	F 0,99 теор.
Между типами S_1 семей	6	419 297	69 883	1721	2,98
Внутри типов S_2 семей	699	28 362	40,6		

Так как фактическое значение отношения двух дисперсий $F_{факт} = S_1^2/S_2^2$ значительно больше теоретического, значит на межтиповой колеблемости отражаются влияния особых причин, тесно связанных, очевидно, с экономикой и структурой потребления отдельных типов семей. Аналогичное положение было установлено в отношении радиоприемников и швейных машин.

Колеблемость обеспеченности семей отдельными товарами можно охарактеризовать также коэффициентом вариации. Для этого одна и та же совокупность семей группируется по двум признакам отдельно: по типам семей, указанным выше, и по величине душевого дохода.

При группировке семей по доходу процент обеспеченности семей конкретными товарами колеблется между

группами по доходу значительно в большей степени, чем при группировке по типам. Например, по телевизорам коэффициент вариации процента обеспеченности при группировке семей по доходу колеблется от 15 до 51%, а при группировке по типам семей — от 4,5 до 20%. По другим товарам исчисление коэффициента вариации обеспеченности населения показывает, что группировка семей по типам является более представительной и однородной, чем традиционная группировка семей по размеру душевого дохода.

Незначительные различия в обеспеченности товарами внутри однородных типов семей позволяют обследовать не все семьи, а только специально отобранные, но по более подробной программе. В 1925 г. обследовался инвентарь только 15% семей. При формировании такой совокупности необходимо использовать отбор методом квот. Особенность этого отбора состоит в том, что выборочная совокупность должна представлять генеральную совокупность по основным контрольным признакам. Такими признаками могут быть число членов семьи, место жительства, доход и т. д.

При наличии данных инвентарных обследований можно исчислить объем спроса населения на отдельные товары в зависимости от роста доходов населения, изменения цен, степени обеспеченности отдельными товарами длительного пользования, и физического и морального износа этих товаров.

Выявляя пожелания покупателей в отношении покупок на предстоящий период при проведении инвентарных обследований, можно также определять возможное число покупателей. Таким путем был определен спрос населения на второе полугодие 1965 г. По телевизорам он оказался равным 1 млн. штук, фактически было продано за второе полугодие по РСФСР 1077 тыс. штук, т. е. расхождение оказалось не столь существенным и его можно отнести к тем округлениям, которые были допущены при определении численности семей.

При сравнении исчисленного спроса с данными о продаже этих товаров установлено, что в 1965 г. на холодильники спрос примерно в 10 раз превышал предложение, на стиральные машины — в 2 раза.

Для плановых расчетов спроса населения требуется также корректировка установленных теоретических сроков службы предметов у населения. Инвентарные обсле-

Таблица 2. Причины неудовлетворенного спроса населения (в %)

	Нет в продаже	Нет нужной марки	Не продают в кредит	Прочие
Телевизор	33,4	14,8	29,6	22,2
Радиоприемник, радиола	16,7	16,7	16,6	50,0
Холодильник	78,0	0,0	18,0	4,0
Стиральная машина . . .	61,4	3,5	28,1	7,0
Электропылесос	33,3	0,0	0,0	66,7
Швейная машина	0,0	25,0	0,0	75,0

дования позволяют исчислить фактический срок службы предмета, а также следить за его изменением.

Проведенное обследование дало возможность установить также структуру неудовлетворенного спроса (табл. 2).

Данные показывают, что основной причиной неудовлетворенного спроса является отсутствие товаров в продаже. На такие товары, как радиоприемники и телевизоры, существенными причинами являются также отсутствие продажи в кредит и несоответствие структуры предложения структуре спроса («нет нужной марки»). Значительный удельный вес «прочих» причин неудовлетворенного спроса на пылесосы, швейные машины и радиоприемники требует более детального изучения.

Все изложенное показывает, насколько необходимыми и полезными являются инвентарные обследования. Они значительно повышают ценность данных статистики бюджетов.

■

Г. М. ГЕЛЛЕР, Г. М. МОДИНА

О РАЦИОНАЛЬНЫХ НАБОРАХ ПРОДУКТОВ ПИТАНИЯ

При разработке народнохозяйственных планов важное значение приобретает определение объема и структуры народного потребления.

Для правильной организации питания населения необходимо установить рациональные нормы потребления продуктов питания.

За последние несколько лет наметилось новое направление в отношении составления рациональных наборов продуктов питания. Оно связано с применением математических методов. Использование математических методов и ЭВМ позволяет не только технически облегчить решение задачи, но и по-новому подойти к ее обоснованию с точки зрения физиологии, биохимии питания и экономических условий.

В настоящее время работы с использованием математических методов по составлению рациональных наборов продуктов питания ведутся во многих организациях, в том числе в Институте питания АМН СССР совместно с ГВЦ Госплана СССР.

Известно, что каждый продукт питания (картофель, молоко или любой другой продукт) содержит в себе комплекс питательных веществ. В силу этого продукты питания в какой-то мере являются взаимозаменяемыми и для одной и той же физиологической потребности в пищевых веществах можно подобрать целый ряд полноценных пищевых наборов. Использование методов линейного программирования позволяет выбрать из них набор, отвечающий экстремальному значению поставленного критерия.

При построении рационального набора с применением математических методов должен быть учтен целый комплекс физиологических требований: широкий ассортимент продуктов, полное обеспечение потребности в белках. Рацион должен быть достаточно богат витаминами и растительными жирами (составляющими примерно $1/3$ всей потребности в жирах); он должен учитывать сложившиеся вкусовые привычки потребления.

На пищевой рацион оказывают существенное влияние и экономические факторы, такие как уровень развития производительных сил и, в частности, уровень производства пищевой промышленности и сельского хозяйства. Немаловажное значение имеют также цены на продукты питания, объем и распределение денежных средств у населения.

Основные из этих факторов выражены системой неравенства:

$$AX \geqslant B,$$
$$X \geqslant O,\ CX\text{—min},$$
$$X \leqslant Д,$$

где

А — матрица коэффициентов содержания пищевых веществ,

X — искомый рацион продуктов питания,

В — физиологические нормы потребления пищевых веществ, где белки, жиры, углеводы, а следовательно, и калории задавались строгими равенствами,

Д — максимально возможные для данного периода пределы производства отдельных продуктов питания.

С — вектор оценок отдельных видов продуктов питания (например, в розничных ценах).

В такой постановке задача состоит в том, чтобы при заданных коэффициентах содержания пищевых веществ в продуктах питания и некоторых производственных ограничениях найти набор продовольственных товаров, который доставлял бы человеку все необходимые питательные вещества и имел бы наименьшую стоимость (или минимальные затраты на его производство). Характерно, что число неизвестных здесь значительно превосходит число уравнений ($n \gg m$). В оптимальном плане получаем вектор X

$$X = (x_1, x_2, \ldots, x_m, \underbrace{0, 0, \ldots, 0}_{n-m}),$$

в котором только незначительное число компонент будут положительными, т. е. из множества продуктов N_1, N_2 ... ..., N_n отберется набор, состоящий всего из нескольких продуктов. Практические расчеты показывают, что при условии соблюдения физиологических норм потребления по 12—18 пищевым веществам получаются наборы, состоящие из 8—10 продуктов. Отдельные продукты, такие как хлебопродукты, картофель, молочные продукты, входят в набор в таких количествах, которые делают полученное оптимальное решение непригодным ни с точки зрения возможностей производства, ни с точки зрения сложившихся традиций и вкусов.

Максимальное разнообразие получаемого набора продуктов питания требуется не только в силу сложившихся традиций потребления. Свойства различных видов белков, жиров, углеводов различны. Ценность белка определяется, например, наличием в нем различных аминокислот, азотистых соединений, которых нет в других пищевых веществах и которые вместе с тем составляют

основу всех жизненных процессов, происходящих в организме человека. Науке известно около 20 аминокислот. Из них 8 незаменимых. Различные аминокислоты доставляются человеку разными продуктами.

Чем разнообразнее питание, чем шире ассортимент набора продуктов, входящих в суточный рацион, тем большая вероятность получения для человека всего необходимого аминокислотного состава с пищей. Это в равной степени относится и к жирным кислотам, входящим в состав жиров, и к крахмалу и сахарам, являющихся составными частями углеводов, и к расширенному кругу витаминов и минеральных солей.

Таким образом, первой трудностью, которую необходимо разрешить при определении наборов продуктов питания,— это увеличение разнообразия набора в рамках линейной модели.

В первых советских работах по этой проблеме, а именно, в работе чл.-корр. АН СССР А. Г. Аганбегяна для увеличения разнообразия набора предлагается вводить в условия задачи минимальные и максимальные ограничения по группам продуктов. Другими словами, заранее установить, что количество такого-то продукта в оптимальном наборе должно находиться в таких-то границах. Эти границы могут устанавливаться либо на основе возможностей производства, либо на основе сложившихся традиций в потреблении отдельных продуктов.

Опыт показал, что получаемые при такой постановке задачи наборы чаще всего выходят на крайние (минимальные или максимальные) значения поставленных ограничений в зависимости от цены продукта. В таком случае применение ограничений при решении задачи является фактически получением наперед заданного решения. Эти ограничения предполагают предварительное определение объемов производства в сельском хозяйстве и пищевой промышленности. Так что задача определения оптимального набора продуктов питания для обоснования плана производства продовольственных товаров с учетом потребностей населения в продуктах питания перестает отвечать своей цели.

Кроме того, А. Г. Аганбегяном ограничения ставились по группам продуктов, а решение задачи производилось по отдельным продуктам. При такой постановке задачи даже введение ограничений не решало проблемы

разнообразия набора, так как при критерии минимальной цены набора только один из продуктов, самый дешевый представитель группы, включался в набор. Так, из 38 исходных продуктов только 12 вошли в оптимальный набор. Таким образом, этот прием не решает проблемы разнообразия составления рациональных наборов продуктов питания.

В 1961—1962 гг. были опубликованы результаты и методические положения работ, проведенных В. Я. Райциным. Он предложил решить проблему разнообразия методом комплектной матрицы. Сущность этого метода сводится к введению в условия задачи дополнительно соотношений продуктов, взятых из различных структур потребления, сложившихся за ряд лет, предлагаемых в наборах Института питания АМН СССР и т. д. Структура полученного оптимального набора отвечает требованию минимальной стоимости набора и отражает влияние всех структур. Вместе с тем Райцин в своей методике не отказывается от системы двусторонних ограничений по группам продуктов. Таким образом, и здесь априорно накладываются субъективные ограничения, а кроме того, в оптимальное решение привносятся все недостатки сложившихся структур потребления.

Другой попыткой решения проблемы разнообразия является работа математиков ГВЦ Е. Бутова и Н. Марзеева. Они предлагают дополнить систему исходной задачи соотношениями продуктов на основе их биологической ценности. В качестве критерия биологической ценности предлагаются коэффициенты:

$$\alpha^j = \frac{c_j}{\sum\limits_{i=1}^{m} \beta_i \frac{a_{ij}}{b_i}},$$

где

β_i — коэффициент относительной пищевой ценности того или иного фактора питания. Устанавливая отношения $x_1 : x_2 = \alpha_1 : \alpha_2$, мы делаем необходимым присутствие в наборе того или иного продукта в количестве, пропорциональном его питательной ценности. В простейшем случае коэффициент $\beta_i = 1$, т. е. все факторы питания принимаются равноценными. Однако наукой до сих пор не установлено самих этих соотношений и не доказана теоретическая возможность сопоставления относительной цен-

ности одних пищевых веществ по сравнению с другими. Поэтому, хотя эта работа и является интересной, в настоящее время она практически не может быть использована.

Наилучшим вариантом повышения разнообразия набора и улучшения его структуры является увеличение числа физиологических показателей.

Выделяя физиологическую потребность человека в пищевых веществах животного и растительного происхождения, подразделяя углеводы на крахмал и сахара, расширяя круг показателей по потреблению минеральных солей и витаминов, можно добиться существенного улучшения ассортимента продуктового набора. Поясним это на примере. Ограничиваясь показателями обеспечения потребности в энергообразующих пищевых веществах, т. е. обеспечением потребности в белках, жирах и углеводах, мы можем получить набор, состоящий в основном из хлебопродуктов, картофеля, сахара, растительных жиров и молока, что не отвечает ни требованиям рационального питания, ни возможностям обеспечить потребление всего населения этими продуктами в таких количествах (см. табл., вариант I). Следует отметить, что это еще не худший вариант набора, так как показатели энергетического обмена были несколько дифференцированы: выделены жиры растительные и животные, разделена норма углеводов на крахмал и сахара.

Во II вариант включены показатели минерального и в III — витаминного состава. Эти варианты отличаются несколько бóльшим разнообразием.

Введя показатели по необходимому количеству балластных веществ, можно получить вариант, близкий к рациональному (вариант IV).

Однако и этот вариант требует некоторой дополнительной корректировки.

В расчеты, проводимые Институтом питания АМН СССР совместно с ГВЦ Госплана СССР, был внесен ряд дополнений. Во-первых, при проведении расчетов были исключены двусторонние ограничения на продукты питания. Во-вторых, решение задачи осуществляется в разрезе укрупненных групп продовольственных товаров с заранее заданным ассортиментом. Этот ассортимент учитывает сложившиеся бытовые навыки, возможности производства и удовлетворяет требованиям

Таблица. **Влияние числа ограничений по пищевым веществам на структуру наборов (в *г/сутки*)**

	Вариант			
	I	II	III	IV
Хлебопродукты	475	514	276	422
Овощи	3	309	994	419
Картофель	96	—	790	303
Фрукты	—	—	—	249
Сахар	67	136	118	111
Растительные жиры	28	28	30	27
Мясо	—	—	136	121
Рыба	—	306	53	135
Молоко	2238	426	172	375
Молочные продукты	—	171	347	180
Яйцо	—	—	1,7	44
Животные жиры	3,6	30	—	14

рационального питания. Таким образом, в расчете участвовали не 38 или 42 продукта, а практически все продукты питания.

Группы продуктов составлялись с учетом экономико-физиологического аспекта задачи. При составлении групп за основу принималась относительная однородность продуктов внутри группы по происхождению (животные и растительные продукты), по химическому составу, способу его производства и потребления. Принималась во внимание также и цена. На основе этих принципов были сформированы 12 основных групп продуктов.

Как показали расчеты критерия на минимум стоимости в розничных ценах, потребление рыбы и молочных продуктов оказывается неоправданно большим из-за несоответствия их пищевой ценности действующим розничным ценам на эти продукты. В этом можно легко убедиться на следующем примере: коэффициент выхода творога из молока составляет 1 : 5, соотношение же цен на творог и молоко 1 : 3. Таким образом, средняя цена на некоторые молочные продукты оказывается ниже цены на молоко, и они входят в набор в неоправданно больших количествах.

Поэтому для построения наборов продуктов питания, рассчитанных на ближайшую перспективу, а также учитывая недостатки ценностного критерия, приходится прибегать к постановке ограничений по максимально допустимому потреблению молочных продуктов и рыбы. Но эти ограничения коренным образом отличаются от системы двусторонних ограничений, о которых речь шла выше. Там они призваны решить проблему разнообразия набора, здесь ограничения служат только для учета ограниченности ресурсов некоторых продуктов.

До сих пор речь шла о решении проблемы разнообразия в постановке задачи на минимальную стоимость набора. Решение задачи дает абсолютный минимум стоимости при заданных условиях по питательным веществам. Для практических целей отклонения в стоимости набора в 1,5—2% не имеют существенного значения. Это дает возможность корректировки набора с целью дальнейшего его улучшения.

Другим способом решения является постановка задачи на определенную стоимость набора. В этом случае линейный функционал вводится в условие задачи в качестве уравнения стоимости, а функционалом становится одно из условий задачи.

Если установить широкие пределы изменения стоимости, можно получить систему решений, имеющих различный ассортимент продуктов. Пользуясь выпуклой линейной комбинацией[1] этих решений, получаем достаточно разнообразные наборы продуктов, удовлетворяющие всем ранее поставленным физиологическим ограничениям. Заметим, что стоимость получаемых наборов будет выше стоимости оптимального набора.

В вычислительном центре Госплана СССР были предложены и математические методы увеличения разнообразия получаемых наборов.

[1] Под выпуклой линейной комбинацией понимается следующая линейная комбинация векторов—решений задачи:

$$x = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \ldots + \alpha_m x_m,$$

где

$$\sum_{i=1}^{m} \alpha_i = 1 \text{ и } 0 \leqslant \alpha_i \leqslant 1,$$

В качестве функционала задачи предлагается взять максимум такого выражения:

$$L(x) = \sum z_j \lg z_j \to \max,$$

где z_j, применяя ранее принятые обозначения, равен:

$$z_j = \sum_{j=1}^{n} \frac{a_{ij}x_j}{\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j}, \text{ где } \frac{a_{ij}x_j}{\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j},$$

z_i можно трактовать как долю i-го питательного вещества, доставляемого за счет i-го продукта. Требование максимума линейной формы означает возможно более равномерное удовлетворение потребности в i-ом питательном веществе за счет всех продуктов.

Для учета местных условий производства и потребления отдельных экономических районов было предложено в рамках линейной модели вводить отдельные продукты в набор через линейную форму вида:

$$L(x) = x_j \to \max, \; j = k.$$

Можно полагать, что такая постановка оправдывает себя и при решении задачи на взаимозаменяемость отдельных продуктов.

На практике в ближайшее время не представляется возможным удовлетворение потребностей всего населения достаточно разнообразным питанием, отвечающим всем требованиям науки. Питание всего населения по научным рекомендациям будет возможно в перспективном периоде. Поэтому необходимо найти методы решения задачи нахождения наборов продуктов питания, максимально приближающихся к требованиям медицины, производство и потребление которых возможно уже в ближайшем периоде. Это могут быть наборы, сосчитанные по той же линейной модели на заданную стоимость с минимальным отклонением от установленных физиологических норм потребления пищевых веществ. В качестве функционала в задаче в такой постановке будет стоять минимум суммы отклонений по модулю от заданных физиологических норм:

$$L(x) = \sum_{i=1}^{m} \left| \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j - b_i \right| \to \min.$$

Решение задачи должно дать направление изменению

структуры производства продовольственных продуктов в целях научной организации питания всего населения района.

До сих пор излагались различные подходы к решению задачи о получении оптимального продуктового набора для обеспечения удовлетворения потребности населения данного района в продуктах питания. Следует отметить, что описанные выше методы решения, проверенные на практике, не дали еще полностью удовлетворительных результатов. Они нуждаются в значительной доработке. В связи с этим необходимы эффективные методы такой доработки наборов. Серьезным инструментом для этого могут служить так называемые таблицы замены. Они получаются в результате решения недоопределенной системы уравнений, в которой число уравнений равняется числу питательных веществ +1, а число неизвестных — числу продуктов, из которых отбирается оптимальный набор, + число возможных отклонений от норм потребления питательных веществ и стоимости набора.

Задача по составлению рациональных наборов продуктов питания является очень сложной в методическом отношении и успешное ее решение может быть достигнуто лишь на базе экспериментальных поисков, рассчитанных на длительный срок.

Наилучшие результаты, как показывает опыт, пригодные для практического применения и использования, дают расчеты, проводимые по агрегированным группам продуктов и учитывающие упомянутые требования.

В настоящее время начата работа по изучению с помощью данной модели степени влияния определенных факторов питания на структуру оптимального набора. Работа эта поможет сделать модель более управляемой и приспособленной для решения широкого класса частных задач.

Было бы преждевременно, однако, полагать, что все основные трудности в отношении разработки методики использования ЭВМ для разработки рационов питания уже преодолены.

Предстоит еще большая поисковая работа по нахождению количественных измерителей ряда требований рационального питания.

Необходимо установить эти требования применительно к климатическим особенностям отдельных зон нашей стра-

ны и произвести расчеты рационов с учетом не только цен розничной торговли, которые в ряде случаев существенно отклоняются от стоимости, но и на основе данных о себестоимости и других экономических показателей.

▪

А. И. СМИРНОВ

СТАТИСТИЧЕСКОЕ ИЗУЧЕНИЕ ОБЩЕСТВЕННЫХ ФОНДОВ ПОТРЕБЛЕНИЯ

Одной из важнейших задач в области изучения народного благосостояния является улучшение статистики общественных фондов потребления.

За 1959—1965 гг. общие размеры материальных благ и денежных средств, предоставленных населению дополнительно к оплате за труд, увеличились в 1,7 раза, достигнув в 1965 г. 41,9 млрд. руб. На душу населения потребление из общественных фондов возросло со 115 руб. в 1958 г. до 182 руб. в 1965 г.

В 1970 г. выплаты и льготы из этих фондов превысят 60 млрд. руб., что на 45% больше, чем в 1965 г. Это означает, что и в начавшемся пятилетии общественные фонды потребления по темпам роста будут опережать фонды оплаты по труду, в результате чего произойдет дальнейшее повышение их доли в потреблении населением материальных благ и услуг.

Изучение общественных фондов потребления — одна из новых, наиболее сложных задач социально-экономической статистики, так как эти фонды по своему составу и способам распределения гораздо разнообразнее, чем фонды оплаты труда, и поступают как работающим, так и неработающим членам общества из многих источников (средства государственного бюджета, предприятий, колхозов, профсоюзов, общественных организаций) и в самых различных формах (денежные выплаты, натуральные выдачи, бесплатные услуги).

За последнее время уровень статистической работы по общественным фондам потребления заметно повысился. С 1964 г. расширился состав отчетных показателей этих фондов путем включения в них дотации государства

на эксплуатацию и износ обобществленного жилищного фонда, на износ основных непроизводственных фондов учреждений, бесплатно обслуживающих население, а также за счет включения ряда расходов на социально-культурные мероприятия из средств предприятий, колхозов, профсоюзов и общественных организаций. Благодаря этому публикуемый ЦСУ СССР показатель «Выплаты и льготы, полученные населением из общественных фондов потребления», по своему составу совпадает с номенклатурой планируемых бесплатных благ и услуг. ЦСУ СССР стало шире применять различные группировки общественных фондов (по источникам образования, направлениям использования, по социальным группам населения и др.). Это дает возможность лучше учитывать роль этого вида потребления как в целом, так и по отдельным элементам при решении проблем подъема народного благосостояния.

Однако в статистике общественных фондов потребления имеется еще немало нерешенных проблем. Показатели, характеризующие общественные фонды потребления, не исчерпывают всех видов бесплатных благ и услуг, не полностью отражают реальные размеры потребления, осуществляемого за счет общественных фондов. Сложившаяся классификация видов потребительных благ, получаемых из общественных фондов, нуждается в серьезном уточнении.

Только полный учет всех элементов общественных фондов может дать правильное представление о развитии распределительных отношений в обществе, строящем коммунизм, о сочетании двух главных путей повышения уровня жизни народа. Научно обоснованное определение состава общественных фондов позволит лучше познать закономерности в расширении бесплатного предоставления благ, вскрыть их связь с доходами по труду, установить их влияние на благосостояние отдельных групп населения.

Каковы же основные признаки материальных благ и услуг, получаемых из общественных фондов потребления?

Эти признаки вытекают из сущности общественных фондов потребления как потребительных благ, предоставляемых членам общества бесплатно.

Следует отметить при этом, во-первых, что потребление из общественных фондов относится к категории текущего потребления и в их состав входят материальные

блага и услуги, потребляемые лишь в течение данного года.

Во-вторых, в состав общественных фондов потребления не могут входить расходы на капитальные вложения и капитальный ремонт, даже если они направлены на строительство зданий и учреждений, удовлетворяющих потребности населения (школ, библиотек, больниц, жилищ и т. п.).

В-третьих, к общественным фондам потребления относятся только те материальные блага и услуги, которые потребляются непосредственно населением. К ним не относятся государственные ассигнования на управление, оборону страны, науку и другие аналогичные расходы.

По этой причине нельзя согласиться с предложениями некоторых экономистов о включении в общественные фонды потребления затрат на производственную санитарию, на благоустройство рабочих мест и охрану труда, на выдачу работникам спецодежды, спецобуви и обмундирования. Эти расходы вызываются исключительно производственными нуждами и являются производительным, а не личным потреблением. Не случайно оно осуществляется, как правило, в процессе производства.

В-четвертых, к общественным фондам потребления относятся лишь такие потребляемые населением материальные блага и услуги, которые не представляют собой вознаграждения за непосредственно выполненную работу, т. е. которые поступают членам общества без возмещения трудом за полученные блага.

В настоящее время, с одной стороны, не учитываются многие элементы бесплатного потребления, а, с другой, в общественные фонды включаются различные денежные и натуральные доходы трудящихся, представляющие собой разновидность оплаты по труду.

В соответствии с названным выше критерием, из ныне исчисляемого показателя общественных фондов необходимо исключить единовременные премии рабочим и служащим, выдаваемые при наличии специальных ассигнований. В свое время эти премии были включены ЦСУ СССР в состав выплат и льгот, получаемых населением, на том основании, что их выплата не предусмотрена постоянно действующей на предприятии системой премирования и они не входят в фонд заработной платы.

То, что здесь мы имеем дело с одним из видов оплаты труда, говорят названия и целевое назначение этих пре-

мий: премии по социалистическому соревнованию, за создание и внедрение новой техники и технологии; за своевременный и досрочный ввод в действие производственных объектов, за лучшие проекты зданий и сооружений, за открытие новых месторождений и др.

Необходимость исключения единовременных премий из состава общественных фондов становится особенно очевидной в связи с решениями сентябрьского (1965 г.) Пленума ЦК КПСС о переводе предприятий на новую систему планирования и экономического стимулирования, а также в свете указаний XXIII съезда партии о повышении роли премий и единовременных вознаграждений в заработке трудящихся. В материалах партийного съезда увеличение доли премий рассматривается в качестве одного из главных путей повышения оплаты по труду.

Одновременно с исключением из состава общественных фондов некоторых видов расходов необходимо включить в эти фонды другие виды бесплатного потребления, относимые в настоящее время в фонд оплаты по труду.

Так, в состав фонда заработной платы входят следующие выплаты, которые не являются платой за выполненную работу и поэтому должны учитываться в общественных фондах потребления:

оплата перерывов в работе кормящих матерей;

доплата беременным женщинам до среднего заработка при переводе на более легкую, но ниже оплачиваемую работу;

дополнительная плата подросткам в связи с сокращением их рабочего дня;

оплата отпусков лицам, обучающимся в вечерних и заочных учебных заведениях;

оплата отпусков специалистам при вступительных экзаменах в аспирантуру и при обучении в заочной аспирантуре;

выплаты при сокращенной рабочей неделе и оплата отпусков учащимся вечерних профессионально-технических училищ, заочных общеобразовательных школ рабочей и сельской молодежи;

выплаты работникам, направленным в учебные заведения и на курсы повышения квалификации, но числящихся в списочном составе предприятия;

оплата выходного пособия;

льготная оплата отпусков и выплаты по болезни лицам.

работающим в районах Крайнего Севера и в приравненных к ним местностях;

оплата молодым специалистам отпуска после окончания учебного заведения.

Не являясь платой за выполнение какого-либо конкретного производственного задания, перечисленные выше выплаты количественно тесно связаны с заработной платой, ее размером. И это вполне понятно, так как в период, когда господствующее положение в системе распределительных отношений занимает социалистическое распределение по труду, последнее не может не оказывать влияния на распределение через общественные фонды.

Необходимо также более полно учесть в составе общественных фондов потребления льготы, предоставляемые отдельным категориям населения вне прямой зависимости от условий производства. Таковы льготы по оплате содержания детей в дошкольных учреждениях, бесплатное или льготное предоставление путевок в санатории и дома отдыха, освобождение пенсионеров от оплаты почтовых расходов по пересылке пенсий и т. п.

В то же время в составе общественных фондов потребления до сих пор не учитываются льготы, на оплату которых дополнительные расходы не предусматриваются в государственном бюджете. К таким видам льгот относятся, в частности:

бесплатный и со скидкой до 80% отпуск медикаментов некоторым амбулаторным категориям больных;

бесплатное пользование радиоточками для слепых;

бесплатный транспорт учеников, проживающих в сельской местности, к школам и обратно, льготный проезд подростков в санатории и дома отдыха, студентов и некоторых других категорий населения;

бесплатный проезд на городском транспорте персональных пенсионеров, инвалидов отдельных групп и других лиц.

Сюда же следовало бы добавить льготы в оплате проезда на пригородном железнодорожном и водном транспорте рабочих и служащих, проживающих в пригородах, а также льготы рабочим, служащим и другим гражданам по проезду в коллективные сады и огороды.

Эти дополнительные расходы государства в корне отличны от общего снижения цен и тарифов, производимого вследствие уменьшения издержек производства.

Отличаются они и от льготных цен и тарифов, устанавливаемых для всех граждан (например, пониженные цены билетов на утренние и дневные сеансы в кинотеатрах, пониженные тарифы в некоторые месяцы на пароходы и самолеты и т. п.). Установление таких пониженных цен и тарифов имеет своей целью прежде всего повышение рентабельности за счет привлечения более широкого круга потребителей.

Льготы, которые мы предлагаем включить в состав общественных фондов народного потребления, имеют другой характер. Здесь налицо целенаправленное использование цен и тарифов, установленных для определенных категорий трудящихся.

При этом получение того или иного вида благ становится малозависимым и даже совсем независимым от материального положения потребителей данного блага. Государство, таким образом, оказывает активное воздействие на развитие и удовлетворение потребностей населения в направлении и масштабах, наиболее отвечающих интересам всего общества.

Другое дело льготы, предоставляемые исключительно работникам отдельных отраслей или производств. Известно, что транспортные рабочие и служащие пользуются правом бесплатного проезда по личным надобностям; на льготных условиях пользуются питанием работники столовых, домов отдыха, лечебных и детских учреждений; рабочим и служащим ряда отраслей предоставляется бесплатно или со скидкой топливо; работники, занятые на геологоразведочных работах, получают полевое довольствие и т. д.

Многие экономисты считают необходимым эти льготы учитывать в составе общественных фондов народного потребления. Однако по своему содержанию указанные льготы — те же доходы по труду, но только в форме, отличающейся от привычной — от денежной заработной платы.

Предлагаемое уточнение состава общественных фондов потребления коснется расходов, по примерным расчетам, на общую сумму в 4—5 млрд. руб., что отразится не только на количественных, но, в особенности, на качественных, структурных показателях общественных фондов.

Вместе с тем необходимо улучшить статистический учет общественных фондов потребления в связи с другими показателями, характеризующими жизненный уровень на-

рода, в первую очередь, с общими размерами реальных доходов и фонда потребления.

Для улучшения динамических сопоставлений общественных фондов с другими экономико-статистическими показателями большую важность приобретает разработка методики исчисления индекса физического объема потребления из этих фондов.

До настоящего времени размеры этих фондов показываются только в фактических ценах соответствующего периода, что не отражает полностью реального изменения объема потребления из общественных фондов.

В самом деле, в 1965 г., например, снижены цены на многие медикаменты, тогда как суммы государственных ассигнований на их приобретение учреждениями здравоохранения остались почти без изменения. При расчете общественных фондов эти расходы на лекарственные препараты включаются в состав выплат и льгот, полученных населением без учета изменения цен. Следовательно, для того чтобы правильно отразить действительные размеры бесплатного и льготного обслуживания населения, необходимо произвести переоценку расходов этих учреждений по сопоставимым ценам.

Аналогичным образом должно учитываться влияние изменения розничных цен на товары и тарифов на услуги, на реальную покупательную способность денежных выплат населению из общественных фондов (пенсии, пособия, стипендии и т. п.). В этих целях следует индивидуальные денежные доходы, полученные дополнительно к оплате по труду, оценить по индексам розничных цен и тарифов.

Однако для определения фактического изменения объема бесплатных материальных благ и услуг недостаточно принимать во внимание лишь индекс изменения цен товаров и тарифов. Необходимо также учитывать изменение оплаты труда работников, оказывающих населению бесплатные услуги. Известно, что в 1964—1965 гг. намного увеличились расходы из государственного бюджета на содержание учреждений просвещения и здравоохранения в связи со значительным повышением заработной платы работников этих учреждений. Заработки у работников школ и больниц возросли в среднем на 20—23%, что отразилось на стоимости услуг, оказываемых населению.

Таким образом, статистическим и плановым органам

нужно разработать методику расчета индекса изменения физического объема общественных фондов потребления. Особую актуальность приобретают вопросы территориального сопоставления общественных фондов потребления. Благодаря таким сопоставлениям можно осуществлять более правильное распределение выделяемых из общественных фондов средств по территории страны, а также более эффективно использовать эти фонды для выравнивания условий жизни населения в различных союзных республиках и крупных экономических районах, в частности, для создания благоприятных условий жизни в восточных и северных районах СССР. Надо улучшить методику расчета объема выплат, предоставляемых из общественных фондов населению той или иной союзной республики. В настоящее время этот показатель рассчитывается по территории отдельной республики, независимо от того, за счет каких — союзных, республиканских или местных — источников трудящиеся данной республики получают доходы сверх оплаты по труду. Для этого ЦСУ СССР сообщает республиканским статистическим управлениям размер государственных ассигнований на содержание учреждений просвещения и здравоохранения за счет союзного бюджета в части, приходящейся на каждую республику. Исчисленная таким образом сумма общественных фондов по всем союзным республикам должна равняться объему этих фондов, рассчитанному в целом по СССР. Однако ежегодно разница между размером общественных фондов по стране в целом и их суммой по союзным республикам составляет величину, соответствующую объему этих фондов в нескольких союзных республиках, вместе взятых. Такой недоучет потребления из общественных фондов в республиканском разрезе обусловлен главным образом отсутствием единой методики расчета отдельных элементов бесплатного потребления и отсутствием на местах ряда исходных статистических данных. Необходимо также, чтобы ЦСУ СССР централизованно учитывало не только ассигнования из союзного бюджета на социально-культурные мероприятия, но и расходы по содержанию ведомственного жилищного фонда, по оплате отпусков рабочих и служащих предприятия общесоюзного подчинения и т. д. Это особенно важно в связи с новой системой управления народным хозяйством.

Поставленные вопросы должны стать предметом дальнейших статистических исследований, направленных на совершенствование учета общественных фондов потребления.

■

В. И. ДРИЦ

ВОПРОСЫ УЧЕТА ОБЩЕСТВЕННЫХ ФОНДОВ ПОТРЕБЛЕНИЯ В БССР

Возникновение и развитие общественных фондов потребления относится к числу важнейших особенностей социалистического общества. Помимо заработной платы трудящиеся получают из общественных фондов дополнительные доходы, которые носят исключительно массовый характер, затрагивают каждую советскую семью. К началу 1966 г., например, в вузах, средних специальных учебных заведениях, училищах, общеобразовательных и других видах школ Белорусской ССР обучалось свыше 2,5 млн. человек — 28% общей численности населения. Свыше 1,2 млн. человек находилось на пенсионном обеспечении, более 185 тыс. детей воспитывалось в детских садах, яслях и детских домах, примерно 60 тыс. студентов и учащихся обеспечивались стипендией. Кроме того, в санаториях, домах отдыха и на туристских базах побывало в течение 1965 г. около 170 тыс. человек, 200 тыс. школьников провели лето в пионерских лагерях и т. д. В общей сложности выплаты и льготы, которые предоставляются трудящимся из общественных фондов, составили в 1965 г. в республике более 1,2 млрд. руб.[1]

Следовательно, объем благ, предоставляемых населению через общественные фонды, и их ежегодный рост, не говоря о других аспектах вопроса, ставит перед статистикой народного благосостояния задачу правильно характеризовать процессы, связанные с развитием этих фондов, давать необходимый материал для раскрытия их закономерностей.

Одним из первостепенных требований, выдвигаемых

[1] «Советская Белоруссия», 4 марта 1966 г.

практикой планирования, является необходимость точного и всестороннего учета общественных фондов. Как известно, круг денежных поступлений из общественных фондов довольно широк. Они охватывают весьма разнообразные потребности трудящихся. К тому же в последние годы их состав расширился, так как в него включены такие виды затрат, как износ государственного жилого фонда и основных фондов учреждений народного образования и здравоохранения, расходы колхозов на выплату пенсий и пособий и др. Все это способствовало более полной оценке благ, предоставляемых населению из общественных фондов потребления. Тем не менее нельзя сказать, что нынешний их состав полностью отражает все соответствующие формы распределения.

Причины медленного совершенствования учета общественных фондов потребления состоят в том, что, во-первых, до недавнего времени общие размеры этих фондов вообще не находили отражения в народнохозяйственном планировании. И, во-вторых, до настоящего времени не установлен критерий определения состава общественных фондов в частности. Одни экономисты рассматривают в качестве определяющего признака распределения через общественные фонды потребления признак бесплатности, другие — отсутствие связи с распределением по труду, а третьи считают признаком общественных фондов выделение их сверх заработной платы.

Что же может быть критерием такого разграничения? Нам кажется, что его следует искать в объективных причинах существования распределения через общественные фонды в основной его направленности. Эта форма распределения в социалистическом обществе является необходимым элементом совокупности распределительных отношений. При всем своем многообразии распределение через общественные фонды имеет одну весьма важную особенность. Оно обеспечивает постепенное стирание социально-экономических различий среди членов общества и не связано непосредственно с трудовым вкладом каждого его члена. В этой особенности заключен основной экономический признак общественных фондов, а именно — отсутствие непосредственной связи распределения определенной части материальных и духовных благ с затратами труда каждого данного члена общества. Этим признаком следует руководствоваться при отнесении конкретных

распределительных форм к общественным фондам потребления.

При этом в отдельных случаях возможны затруднения, вызванные влиянием формы распределения по труду, которое является основным в нашем обществе. Влияние этого вида распределения сказывается на определении пенсий, пособий по временной нетрудоспособности и т. п. Как известно, пенсии устанавливаются каждому рабочему, служащему или колхознику не за непосредственно выполненную работу, а на основании их прошлого трудового вклада, т. е. по существу сверх вознаграждения за труд. Следовательно, основной экономический признак распределения через общественные фонды здесь не исчезает.

При применении рассмотренного экономического признака в практике классификации конкретных распределительных форм нынешний состав общественных фондов потребления несколько изменится. К ним должны быть отнесены, в частности, такие виды общественных затрат, как выплаты кормящим матерям за время перерывов на кормление ребенка и беременным женщинам в связи с переводом на более легкую работу, оплата льготных часов подросткам, выплаты аспирантам-заочникам, учащимся вечерних и заочных высших и средних специальных учебных заведений, профессионально-технических училищ и общеобразовательных школ за время отпусков, предоставленных им для сдачи экзаменов и выполнения проектных, дипломных и диссертационных работ, а также оплата дней и часов, на которые им сокращается рабочая неделя.

Все эти выплаты не являются оплатой по труду. Одни из них имеют много общего с выплатами по социальному страхованию в случае временной нетрудоспособности (обеспечение необходимых условий для воспроизводства рабочей силы), а другие — с обычной стипендией учащихся.

Кроме того, только в составе общественных фондов потребления должна учитываться оплата отпусков рабочим и служащим, а также затраты, связанные с бесплатным или на льготных условиях предоставлением рабочим и служащим квартир, коммунальных услуг, продуктов и предметов обихода.

Одновременно из состава общественных фондов пот-

ребления придется исключить всякого рода единовременные премии и другие подобные выплаты, представляющие по своей сути вознаграждение за труд. Сентябрьский Пленум ЦК КПСС (1965 г.) указывает, что образуемый на предприятиях фонд материального поощрения, куда должны быть отнесены все премии, выплачиваемые рабочим и служащим, становится одним из основных источников увеличения фонда оплаты по труду.

Как известно, в соответствии с решением мартовского и сентябрьского (1965 г.) Пленумов ЦК КПСС существенно возрастет роль нецентрализованных источников формирования общественных фондов. Речь идет о поощрительных фондах на промышленных предприятиях и специальных фондах в сельскохозяйственных артелях.

По расчетам ЦСУ БССР уже в 1964 г. расходы из этих фондов на удовлетворение социально-бытовых и культурных потребностей рабочих, служащих и колхозников составили в республике примерно 65 млн. руб., около 6,3% всех выплат и льгот, полученных населением Белоруссии из общественных фондов. По сравнению с 1958 г. их объем возрос более чем вдвое, заметно увеличился их удельный вес в составе общественных фондов. Имеются основания полагать, что эта тенденция сохранится в дальнейшем. Объем поощрительных фондов на промышленных предприятиях (имеется в виду прежде всего фонд социально-культурных мероприятий и жилищного строительства) и объем спецфондов в колхозах будут неуклонно возрастать. В этих условиях значительно повышается требование к их учету и планированию.

Практика показывает, что по действующей сводной отчетности промышленных предприятий мы еще не можем правильно судить о действительных размерах затрат, которые относятся к общественным фондам потребления. Форма-10 годового отчета промышленного предприятия отражает в основном затраты на жилищное и культурно-бытовое строительство и на индивидуальное премирование, улучшение культурно-бытового обслуживания работников, приобретение путевок в дома отдыха и санатории и на оказание работникам единовременной помощи.

Как видим, из этих групп невозможно выделить затраты, непосредственно относящиеся к общественным фондам потребления. По ним нельзя судить, например, о том, сколько было затрачено на улучшение культурно-

бытового обслуживания рабочих и служащих, сколько было выделено средств на приобретение рабочим и служащим путевок в дома отдыха и санатории и т. д. Такие данные можно получить лишь на каждом отдельном предприятии по первичным материалам. Все это сказывается на точности учета расходов из общественных фондов потребления и затрудняет их анализ.

Нам представляется, что в процессе приведения всей системы статистических показателей и организации экономической информации в соответствие с новыми условиями хозяйственного развития нужно предусмотреть в сводной отчетности промышленных предприятий более полное отражение расходов, относящихся к потреблению из общественных фондов, в частности из фонда социально-культурных мероприятий и жилищного строительства. Не преследуя цели подробного отражения всех видов затрат из этого фонда, здесь, очевидно, следует выделить прежде всего затраты на жилищное и культурно-бытовое строительство, на содержание детских дошкольных учреждений и пионерских лагерей, на содержание культурно-просветительных учреждений и на приобретение путевок в дома отдыха и санатории.

Это создает возможность получения более полной статистической информации об использовании общественных фондов на предприятиях и позволит улучшить их планирование.

Сказанное в отношении учета общественных фондов на промышленных предприятиях в известной мере относится к учету общественных фондов потребления, формируемых за счет средств сельскохозяйственных артелей. Таблица 27 годового отчета колхозов в настоящее время довольно четко отражает основные направления этих расходов. Вместе с тем, как известно, в последние годы колхозы выделяют значительные средства на строительство жилья, социально-культурных учреждений и их ремонт. Только в 1965 г. колхозы Белоруссии направили на эти цели 10,4 млн. руб., что почти в 4 раза превышает соответствующие расходы 1960 г. Поскольку эти расходы в определенной степени также связаны с общественными фондами потребления, возникает необходимость их раздельного отражения в отчетности, например, выделения расходов на строительство и капитальный ремонт жилья, на строительство и капитальный ремонт помещений куль-

турно-бытового назначения (школы, больницы, детские сады, ясли, клубы и т. д.).

Выделение в сводной отчетности сельскохозяйственных артелей этих расходов будет способствовать, на наш взгляд, более точному учету общественных фондов потребления. Но при этом требуется некоторое совершенствование их учета. По действующей методике ЦСУ не учитывается износ колхозного жилого фонда и зданий социально-культурного назначения. А это довольно значительная величина. Только по БССР объем непроизводственных основных фондов сельскохозяйственных артелей к началу 1966 г. составил 62 млн. руб., увеличившись по сравнению с 1960 г. примерно в 2,6 раза. Думается, что необходимость учета их износа является вполне очевидной.

По применяемому методу определения износа зданий и оборудования учреждений просвещения, здравоохранения и социального обеспечения за основу расчетов берется удельный вес расходов, связанных с капитальным ремонтом зданий и оборудования, равный 55% общей суммы износа. В 1964 г., например, отмеченным выше методом было исчислено в Белоруссии более 96% всех затрат, связанных с износом зданий и оборудования учреждений просвещения, здравоохранения и социального обеспечения и включенных в объем общественных фондов потребления. Этот метод определения износа зданий и оборудования этих учреждений имеет по меньшей мере один существенный недостаток. Опыт показывает, что объем средств, которые выделяются из бюджета на капитальный ремонт учреждениям просвещения, здравоохранения и социального обеспечения, в значительной мере зависит от финансовых возможностей. Это можно видеть хотя бы из динамики бюджетных расходов в БССР на эти цели в последние годы (в % к 1960 г.): 1961 г.— 102,6; 1962 г.— 99,3; 1963 г.— 101,3; 1964 г.— 131,1; 1965 г.— 146,7.

Кроме того, в практике не единичны случаи, когда средства, предназначенные на капитальный ремонт, расходуются вообще на строительство. Это вызывает сомнения в правильности применяемого ныне метода определения износа зданий и оборудования учреждений социально-культурного назначения, состоящих на бюджетном финансировании. Как планируемые, так и произведенные бюджетные затраты на капитальный ремонт таких учреж-

дений ныне не связаны непосредственно с балансовой их стоимостью, а поэтому и показатель, рассчитываемый на основе этих затрат, не может правильно отражать фактической величины износа.

Научно обоснованное определение износа зданий и оборудования учреждений социально-культурного назначения может быть лишь в том случае, если исходить из среднегодовой балансовой стоимости этих зданий и оборудования.

Практика показывает, что качество учета основных непроизводственных фондов еще недостаточно высокое. Прошедшие переписи основных фондов не коснулись организаций, состоящих на бюджетном финансировании, в частности тех, которые связаны с социально-культурным обслуживанием населения. Поэтому ближайшей задачей, которую выдвигает наука и практика перед нашей статистикой, является улучшение учета состояния основных непроизводственных фондов. Ее решение позволит более точно определить объем общественных фондов, создаст возможность для дальнейшего совершенствования их планирования.

Наряду с определением общего объема общественных фондов, необходимостью совершенствования методики их учета, все более важное научное и практическое значение приобретают показатели, характеризующие по социальным группам долю и структуру потребления этих фондов.

Между тем в отчетности ЦСУ эти показатели не заняли еще должного места. Статистическая информация дает представление лишь о выплатах и льготах, получаемых всем населением, без распределения по основным социальным группам. Попытка же в 1965 г. сделать такие расчеты в БССР натолкнулась на ряд затруднений, часть из которых обусловлена отсутствием необходимых для этого данных, а часть — просто отсутствием научно обоснованной единой методики.

Поскольку правильная методика составляет обычно основу всей работы в определении требуемых показателей, очевидно, что ЦСУ СССР необходимо решить вопрос о способах исчисления общественных фондов потребления по социальным группам населения. Появление единой методики таких расчетов позволит ЦСУ СССР, а также статистическим управлениям в союзных республиках самостоятельно определять по социальным группам населения

объем выплат и льгот, предоставляемых из общественных фондов.

Что касается затруднений, связанных в настоящее время с отсутствием некоторых данных, необходимых для определения поступлений из общественных фондов в разрезе социальных групп населения, то здесь речь идет главным образом о необходимости дальнейшего совершенствования системы бюджетных обследований семей рабочих, служащих и колхозников. Данные бюджетных обследований в ряде случаев являются единственным источником для расчленения по социальным группам отдельных расходов из общественных фондов: пенсий, пособий, расходов на общеобразовательные школы, больницы и т. д.

В бюджетных обследованиях необходимо более широко отражать поступления из общественных фондов потребления. Все отличие доходов в форме услуг от денежных поступлений лишь в том, что последние мобильны и могут расходоваться по усмотрению семьи, а доходы в форме услуг, денежная оценка которых отдельной семье неизвестна, но которые предоставляются почти каждой семье, являются целенаправленными. Расчеты показывают, что в последнее время в поступлениях из общественных фондов они составляют в БССР около 78% по семьям колхозников и более 29% по семьям рабочих и служащих.

Имеется настоятельная необходимость в повышении репрезентативности бюджетных обследований. Действующая в Белоруссии в настоящее время сеть семейных бюджетов позволяет достаточно верно судить о состоянии и динамике уровня и структуры доходов лишь по семьям колхозников, так как в 1964 г. обследовалось 1580 семей колхозников. Что касается семей рабочих и служащих, то здесь обследуется только 362 семейных бюджета. Охват бюджетами разных отраслей хозяйства весьма ограничен. Семьи рабочих и служащих, например, занятых в торговле и общественном питании, в здравоохранении, просвещении и т. д., по существу не обследуются.

Поэтому в целях повышения представительности бюджетных обследований целесообразно в настоящее время прежде всего произвести перезакладку бюджетной сети по семьям рабочих и служащих, обеспечив представительный отбор таких семей по всем отраслям хозяйства. Такие постоянные обследования должны будут систематически, скажем раз в 3—4 года, дополняться данными

массовых единовременных обследований поступлений из общественных фондов в семьях рабочих, служащих и колхозников.

С 1964 г. в народнохозяйственных планах БССР среди других показателей повышения жизненного уровня ежегодно находят отражение и общественные фонды потребления. Отдельные показатели учтены и в пятилетнем плане на 1966—1970 гг. В дальнейшем методика планирования общественных фондов будет несомненно совершенствоваться и эти фонды будут более широко освещены в годовых и перспективных народнохозяйственных планах.

Следует сказать, что в статистическом учете не отражены многие процессы, связанные с развитием общественных фондов потребления. В результате этого плановым органам очень часто для анализа и расчетов важнейших показателей использования этих фондов приходится самим разрабатывать и рассчитывать исходные данные, в частности такие показатели, как удельный вес общественных фондов потребления в составе всех получаемых населением материальных благ, услуг и денежных выплат.

Расчет показателей, иллюстрирующих размеры и особенности использования общественных фондов потребления, степень удовлетворения потребностей населения из этих фондов в территориальном и союзном разрезе следует ввести в повседневную практику статистических органов. Таким образом, будет создана более полная, необходимая база планирования общественных фондов потребления.

■

И. А. ИОНСЕН

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО УЧЕТА ОБЩЕСТВЕННО ОРГАНИЗОВАННОГО ПИТАНИЯ НАСЕЛЕНИЯ

В социалистическом обществе развитие общественно организованных форм удовлетворения ряда потребностей населения — объективная закономерность.

В. И. Ленин неоднократно указывал на необходимость расширения общественно организованных форм питания населения. Это нашло отражение в Программе КПСС, предусматривающей дальнейшее развитие различных форм общественно организованного удовлетворения потребно-

стей населения и, в частности, общественного питания, значительное повышение качества продукции и улучшение обслуживания потребителей в общественном питании. Развитие общественно организованного удовлетворения потребностей населения будет сопровождаться расширением различных форм обслуживания, введением льготного и бесплатного питания населения.

Объем общественно организованного питания характеризуется в настоящее время увеличением размеров оборота общественного питания государственной и кооперативной торговли, столовых совхозов. В 1964 г. оборот этих предприятий составил по СССР 9,6 млрд. руб., а в 1965 г. уже 10,5 млрд. руб.

В приведенных цифрах не учитывается объем общественно организованного питания населения в различных учреждениях здравоохранения, просвещения, домах отдыха и т. д. Это питание больных, находящихся на стационарном лечении, детей дошкольного возраста в яслях и садах, детей школьного возраста в школах с группами продленного дня, школах-интернатах, детдомах; питание населения в период отпусков в санаториях, домах отдыха, туристских базах и т. д.

Колхозами и совхозами в последние годы широко практикуется организация питания колхозников и рабочих совхозов на полевых станах во время массовых посевных и уборочных работ. Это способствует лучшей организации их труда, повышению его производительности, повышению коэффициента использования парка механизации и т. д.

По ориентировочным расчетам отдела статистики торговли ЦСУ РСФСР объем неучтенного общественно организованного питания населения уже в 1961 г. по РСФСР составлял примерно 40% учитываемого объема. Причем, это в основном — выпуск собственнной продукции. Сеть этих учреждений, численность обслуживаемого ими контингента постоянно увеличивается (табл. 1).

В приведенных данных не нашли отражения показатели численности контингентов пансионатов, сезонных детских учреждений, однодневных домов отдыха и санаториев. Число детей в группах продленного дня составляло в 1959—1960 гг. 94,9 тыс., а в 1964—1965 гг. — уже 942,5 тыс., т. е. увеличилось в 10 раз. Значительно увеличились контингенты школ-интернатов и интернатов при школах.

Особенности организации и значительные размеры этих форм общественного питания выдвигают необходимость определения общих размеров продукции для общественного питания населения и определение всего объема

Таблица 1. Число мест в предприятиях общественного питания в РСФСР

	Число мест, тыс.		1966 г., % к 1961 г.
	1961 г.	1966 г.	
Постоянные детские ясли в городах и поселках городского типа . .	700	834	119,2
То же в сельской местности	188	192	102,1
Постоянные детские сады в городах и поселках городского типа	1747	3152	180,5
То же в сельской местности	403	761	188,8
Больницы и акушерские пункты . .	990,9	1241,1	125,3
Санатории круглосуточного пребывания	170	—	—
Дома для престарелых и инвалидов	100,7	129,9	129,0
Туристские базы и альпинистские лагери	25,6	72	285,1

общественных фондов потребления, поступающих населению в виде общественно организованного питания.

Существующий в различных учреждениях и предприятиях первичный учет позволяет получить данные о численности питающихся и количестве дней питания, о расходах и стоимости продуктов питания, выпускаемой продукции, т. е. почти все показатели, предусмотренные квартальной отчетностью специализированных предприятий общественного питания государственной торговли (форма 4-торг).

Кроме того, финансовая отчетность дает показатели стоимости продуктов, израсходованных на питание обслуживаемых контингентов, и о количестве человеко-дней их питания. Однако формы финансовой отчетности весьма разнообразны.

Общие данные о размерах питания населения в учреждениях здравоохранения, просвещения и социального

обеспечения по стоимости израсходованных продуктов питания, покрываемой за счет средств государственного бюджета, можно получить по отчетам местного (форма № 5) и республиканского (форма № 4) бюджетов. Эти расходы в государственном бюджете из года в год значительно увеличиваются. В 1965 г. расходы на питание по бюджету РСФСР составили 840,7 млн. руб., а по государственным бюджетам всех союзных республик 1377,1 млн. руб.[1]

Расходы на продукты питания по дошкольным учреждениям РСФСР в 1965 г. были следующие:

	Число дето-дней, млн.	Сумма расходов на продукты питания, млн руб.	Сумма средств, поступивших от родителей, млн. руб.
Детские сады в городах и рабочих поселках	588,9	398,7	244,1
То же в сельской местности	151,6	77,8	33,5
Детские ясли в городах и рабочих поселках	183,6	110,7	65,4
То же в сельской местности	44,7	22,8	8,8
Итого	948,8	610,0	351,8

Кроме того, значительно возрастают расходы из фондов предприятий на бесплатное предоставление помещений, освещения и водоснабжения столовым дошкольных учреждений, профилакториев и т. п.; предоставление бесплатного и льготного, особенно лечебного, питания отдельным рабочим и служащим, а также связанные с дотациями на оплату путевок и с выделением средств дошкольным учреждениям и пионерским лагерям на улучшение питания в летний период и т. д. Однако в отчетности по расходованию фондов предприятий не выделяются суммы, израсходованные на эти цели.

Все расходы из этих фондов определяются только общей суммой на жилищное и культурно-бытовое строительство, на индивидуальное премирование, улучшение культурно-бытового обслуживания, приобретение путевок в дома отдыха и санатории и на оказание единовременной

[1] «Госбюджет СССР и союзных республик. Статистический сборник». М., изд-во «Финансы», 1966, стр. 74, 104, 106.

помощи работникам предприятий. Данные о расходах на общественно организованное питание за счет специальных фондов предприятия можно получить лишь по первичным материалам.

В колхозах и совхозах часть расходов, связанная с общественно организованным питанием населения, относится на издержки производства.

Значительная доля общественно организованного питания оплачивается за счет средств профсоюзов (санатории, дома отдыха, пионерские, альпинистские лагеря и т. д.). В установленной статистической отчетности для санаториев и домов отдыха (форма № 4СК), по профилакториям (форма № 16), по пионерлагерям (форма № 18) также выделяется стоимость израсходованных продуктов питания.

Расходы по санаториям и домам отдыха, находящимся в ведении Центрального Совета по управлению курортами профсоюзов, выразились в 1965 г. по СССР в 125,2 млн. руб., из которых 44,8% составили расходы на продукты питания.

Но в ведении ВЦСПС находится всего лишь 52% санаториев и учреждений отдыха.

Профорганизации располагают средствами социального страхования и профбюджета. За счет этих средств предоставляется санаторно-курортное лечение, лечебное питание, осуществляются оздоровительные мероприятия в отношении детей и по развитию туризма и альпинизма. Структура этих расходов по отдельным предприятиям указывается в ежеквартальных отчетах о расходовании средств социального страхования (форма № 4) и по отчетам о расходовании средств профбюджета. В этих отчетах выделены расходы по содержанию детей в пионерских лагерях, обслуживанию рабочих и служащих в ночных санаториях предприятия, расходы по предоставлению лечебного питания, а также дотации за путевки в санатории и дома отдыха. Но эти отчеты распылены по ведомственным профсоюзам.

Значительная часть общественно организованного питания, осуществляемого в учреждениях здравоохранения, просвещения, социального обеспечения, на питательных пунктах колхозов и совхозов, оплачивается за счет денежных и натуральных доходов населения. В финансовой отчетности объем этого питания не находит отражения

(кроме отчетности по детским дошкольным учреждениям).

Отсутствие достаточно полных и единообразных статистических данных о всех разнообразных видах обслуживания питанием населения сделало необходимым проведение специального выборочного обследования для получения материалов, позволяющих судить о роли отдельных форм обслуживания общественным питанием населения СССР.

В 1965 г. ЦСУ РСФСР было проведено по утвержденной программе обследование в Тамбовской и Омской областях всех учреждений, предоставляющих населению питание, не учитываемое существующими формами отчетности по общественному питанию. Программа обследования предусматривала получение следующих сведений:

а) количество человеко-дней питания обслуживаемого учреждением населения;

б) количество человеко-дней питания рабочих и служащих, пользующихся питанием по месту работы;

в) расход продуктов питания на человеко-день;

г) стоимость продуктов питания;

д) издержки по доставке и хранению продуктов, по приготовлению пищи и по обслуживанию потребителей.

Из-за отсутствия данных об издержках общественного питания в обследованных учреждениях программой предусматривалось получение данных о фонде зарплаты работников, полностью или частично занятых приготовлением пищи и обслуживанием потребителей, а также сведений о транспортных, коммунальных и других расходах.

Также учитывались показатели, характеризующие источники покрытия расходов на питание, источники поступления продуктов питания, объем вырабатываемой продукции и расход продуктов в ассортименте.

Обследование проводилось через райинспектуры ЦСУ РСФСР. Сотрудниками обследуемых учреждений заполнялся бланк соответствующей формы (в зависимости от типа учреждений было разработано восемь форм бланков обследования и приложение к ним). Заполненные бланки поступали в райинспектуры, где проверялась правильность их заполнения, и затем направлялись через облстатуправление в отдел статистики торговли ЦСУ РСФСР. Число и типы обследованных учреждений характеризуются данными табл. 2.

Таблица 2

№ формы бланка обследования	Тип учреждений, заполнявших бланк обследования	Число учреждений	
		Тамбовская область	Омская область
№ 1	Учреждения здравоохранения	161	158
№ 2	Детские дошкольные учреждения	429	715
№ 3	Школы-интернаты, лесные школы, детдома	59	45
№ 4	Санатории, дома отдыха, туристские базы, альпинистские, спортивные лагеря	5	6
№ 5	Пионерские лагери и профилактории при предприятиях, организациях и учреждениях	49	96
№ 6	Учреждения подготовки кадров, школы с группами продленного дня, интернаты при школах и т. д. при организации питания самим учреждением	66	157
№ 6А	Учреждения, перечисленные при заполнении формы № 6, но питание организуется предприятиями общественного питания государственной и кооперативной торговли или столовыми совхозов	150	221
№ 7	Дома для престарелых и инвалидов	8	10
№ 8	Питательные пункты колхозов и совхозов, столовые колхозов	353	201
	Всего	1280	1609

Приложение было заполнено по всем учреждениям трех районов Тамбовской области и двух районов Омской области.

Полученные предварительные итоги выборочного обследования подтверждают целесообразность организации полного учета этой формы общественного питания.

Из приведенных в табл. 3 цифр видно, что различными учреждениями Тамбовской области было обслужено за 1965 г. 17,9 млн. человеко-дней питания. Размеры неучитываемого общественного питания населения по стоимо-

Таблица 3. **Основные показатели общественно организованного питания по отдельным учреждениям Тамбовской области за 1965 г.**

Учреждения	Число учреждений	Обслужено питанием		Стоимость продуктов, израсходованных на питание		Соотношение источников средств, %		
		тыс. человеко-дней	% к итогу	тыс. руб.	% к итогу	бюджет	средства населения	прочие фонды
Больницы и диспансеры	156	3367,8	18,8	3142,8	27,1	100,0	—	—
Дошкольные учреждения	435	6851,6	38,3	3321,9	28,7	33,0	59,3	7,7
Школы-интернаты и детдома	58	2309,3	12,9	1991,5	17,2	97,6	2,4	—
Санатории и дома отдыха	5	256,7	1,4	366,7	3,2	—	—	—
Пионерские лагери	29	491,6	2,8	533,6	4,7	—	—	—
Интернаты при школах и школы с группой продленного дня . . .	79	333,7	1,9	143,2	1,2	42,1	54,1	3,8
Дома для престарелых и инвалидов	7	756,5	4,2	545,3	4,7	98,1	—	1,9
Питательный пункт колхозов и совхозов . . .	321/757	3513,0	19,7	1532,0	13,2	—	53,7	46,3
Всего . .	1090	17880,2	100	11577,0	100	63,5 *	27,3 *	9,2 *

* В среднем по всем учреждениям, но без соответствующего распределения расходов по санаториям, домам отдыха и пионерским лагерям.

сти израсходованных продуктов выразились в 11,6 млн. руб. или 27,9% от учтенного объема оборота общественного питания предприятий государственной и кооперативной торговли.

Основная доля питания приходится на учреждения, обслуживающие детей дошкольного и школьного возраста

(51,8%), и на учреждения здравоохранения (27,1%). Значительных размеров достигает и питание, организуемое на питательных пунктах для колхозников и рабочих совхозов. С учетом расходов по организации питания и приготовления пищи его объем в 1965 г. составил 1,7 млн. руб.

Соотношение источников средств, покрывающих расходы на продукты питания по отдельным типам учреждений, различно. Если в больницах, диспансерах, домах для инвалидов и престарелых, в школах-интернатах и детдомах это в основном средства бюджета, то в дошкольных учреждениях около 60% составляют средства родителей. Аналогично положение и в интернатах при школах и в школах с группами продленного дня (54%).

Полученные данные выборочного обследования указывают на большую роль общественного питания и на необходимость полного учета и глубокого статистического анализа этой важной формы удовлетворения потребностей населения.

■

В. В. ШВЫРКОВ

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ СПЕЦИАЛЬНЫХ ШКАЛ РАСХОДОВ НА ПОКУПКУ ТОВАРОВ ПО ДАННЫМ БЮДЖЕТНЫХ ОБСЛЕДОВАНИЙ

В советской и зарубежной литературе существует несколько методов построения специальных шкал расходов членов семей на покупку товаров по данным бюджетных обследований.

Наиболее простой и общеизвестный метод составления шкал потребительских единиц основан на непосредственном использовании бюджетных данных о потреблении и расходах в обследуемых семьях. Этот метод применим только в том случае, если мы располагаем данными о потреблении и расходах каждого члена семьи. Однако, как правило, бюджетные обследования представляют нам данные только о расходах и потреблении семьи в целом. Для получения данных о расходах и потреблении отдель-

ных членов семьи необходимо провести специальное обследование. Отобранные семьи группируются по числу душ. В пределах этих групп выделяются семьи с одинаковыми доходами на душу. Расчет расходов на питание в среднем производится по членам семей с выделением средних данных о расходах на питание лиц разного возраста и пола.

Далее, по средним расходам рассчитываются потребительские коэффициенты. Расходы на питание взрослого мужчины принимаются за единицу. Метод расчета потребительских коэффициентов на буквенном примере следующий:

Возраст лиц мужского пола с доходами А и относящихся к семьям размером Б, лет	До 1	1—3	3—7	...	18
Средние расходы на питание	*а*	*б*	*в*	...	*к*
Шкала расходов на питание . .	*а/к*	*б/к*	*в/к*	...	1

Аналогично строятся шкалы потребления и для отдельных продуктов питания.

Второй метод расчета шкал мы предлагаем производить по данным бюджетной статистики при постоянном уровне жизни семей. При построении шкалы расходов этим методом отбираются семьи одинакового размера, но разного состава и уровня дохода. Так же как в первом случае, мы располагаем данными о расходах на питание отдельных членов семьи.

На первом этапе данные о расходах на питание отдельных членов семей определенного возраста и пола, относящиеся к семьям одинакового размера, выравниваются в зависимости от дохода семьи. Выравнивание производится по следующим возрастным группам (отдельно для мужского и женского пола): до 1 года, от 1 г. до 3 лет, от 3 до 7 лет и т. д. (рис. 1). Дисперсия эмпирических данных около теоретического уровня для каждой возрастной группы должна быть одинаковой. В противном случае выравненные данные не будут сопоставимы.

На втором этапе строится шкала расходов на питание по выравненным данным, применительно к семьям с одинаковым уровнем жизни. Исследования показали, что семьи разного состава, но одинаковые по размеру и доходу материально обеспечены не одинаково. Совершенно очевидно, что с увеличением возраста ребенка в семье

при прочих постоянных условиях уровень жизни семьи понижается. Это изменение уровня жизни семей может быть измерено коэффициентом эластичности расходов на питание от дохода. Известно, что этот показатель не зависит от состава семьи, его поведение определяется уровнем жизни семей.

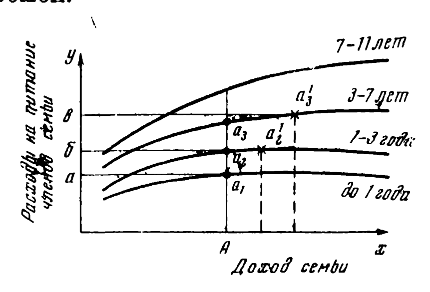


Рис. 1. Расходы на питание членов семьи разного возраста в зависимости от дохода семьи

Предположим, что зависимость расходов на питание (y) от дохода (x) выражается уравнением:

$$y_x = a + \frac{b}{x}, \tag{1}$$

где: $a > 0$, $b < 0$.

Предположим также, что в точке a_1 (на кривой расходов на питание детей до 1 года) коэффициент эластичности расходов на питание от дохода равен 0,5 (рис. 1). Коэффициент эластичности функции (1) рассчитывается по формуле:

$$Э = \frac{-b}{ax + b}. \tag{2}$$

Тогда можно ожидать, что коэффициент эластичности, равный 0,5, вычисленный по кривой расходов на питание детей от 1 года до 3 лет, переместится в точку a_2', а для возраста от 3 до 7 лет в точку a_3' и т. д. Перпендикуляры, опущенные из этих точек кривой расходов на ось абсцисс (x), покажут величину дохода, обеспечивающего одинаковый уровень жизни членов семей разного возраста.

Этот доход рассчитывается для членов семьи разного возраста и пола в результате определения x из формулы коэффициента эластичности (2):

$$x = \frac{-b(1+Э)}{Э}. \qquad (3)$$

Далее для вычисленных доходов определяются расходы на питание членов семьи разного возраста и пола по функции (1).

Расходы рассчитаны с учетом одинаковой степени удовлетворения потребностей членов семьи разного возраста и пола в питании. На последнем этапе составляется шкала расходов на питание по следующей схеме:

Возраст лиц мужского пола, относящихся к семьям размером Б, лет	1	1—3	3—7	...	18
Расходы на питание, вычисленные с учетом постоянного коэффициента эластичности расходов на питание от дохода	*а*	*б*	*в*	...	*к*
Шкала расходов на питание . .	*а/к*	*б/к*	*в/к*	...	1

Преимущество данного метода состоит, во-первых, в том, что потребительские коэффициенты шкалы расходов на питание, рассчитанные путем выравнивания эмпирических данных, свободны от влияния случайных колебаний. Во-вторых, коэффициент эластичности расходов на питание как показатель уровня жизни семей гораздо точнее, чем показатель дохода на душу.

Предложенные два метода построения шкал применимы только в том случае, если исследователь располагает данными о расходах отдельных членов семьи одинакового размера. Однако такие данные, как расходы на жилище, на покупку предметов домашнего обихода и на некоторые виды услуг (ремонт телевизоров, радиоприемников и т. д.), нельзя получить непосредственно даже путем проведения специальных обследований; здесь необходимы другие методы расчета и, в частности, применение способа группировок семей по составу и доходу на душу. Под составом в данном случае понимается возраст и пол членов семьи.

Изложим наш метод построения шкалы расходов на

покупку предметов домашнего обихода. Для данного метогда исходная информация формируется в результате отбора семей размером от двух до трех человек с одинаковым душевым доходом. Все семьи по составу различаются возрастом одного члена семьи. Для расчета шкалы составляется вспомогательная табл. 1.

Таблица 1. Схема расчета шкалы расходов на покупку предметов домашнего обихода (семьи с одинаковым душевым доходом)

Состав семьи		Возраст детей мужского пола, лет	Средний расход семьи на покупку предметов домашнего обихода	Расходы на покупку предметов домашнего обихода третьего члена семьи разного возраста	Шкала расходов на покупку предметов домашнего обихода
число взрослых (возраст одинаковый)	число детей (мужского пола)				
2	0	—	*а*	—	—
2	1	до 1	*б*	*б*—*а*	(*б*—*а*):(*к*—*а*)
2	1	1—3	*в*	*в*—*а*	(*в*—*а*):(*к*—*а*)
2	1	3—7	*г*	*г*—*а*	(*г*—*а*):(*к*—*а*)
...	...	...	...	...	...
3	0	—	*к*	*к*—*а*	1

В табл. 1 расходы семей из двух взрослых взяты за базу (*а*). С ними сопоставляются расходы семей из двух взрослых и одного ребенка до года (*б*), из двух взрослых и ребенка от 1 года до 3 лет (*в*) и т. д. Ряд сопоставлений заканчивается расходами семей из трех взрослых (*к*). При расчете шкалы расходов на покупку предметов домашнего обихода за единицу принимаются расходы, полученные как разность между расходами семей из трех и двух взрослых (*к* — *а*). Коэффициент шкалы расходов для детей и подростков вычисляют в долях к расходам взрослого мужчины (*к* —'*а*).

Аналогично составляются коэффициенты шкалы расходов членов семей женского пола. В этих расчетах потребительские коэффициенты вычисляются при условии, что уровень жизни характеризуется доходом на душу. Однако, применяя методы регрессионного анализа, можно рассчитать потребительские коэффициенты при элиминировании уровня жизни коэффициентом эластичности расходов на питание от дохода.

На практике составление шкал расходов по третьему методу чрезвычайно затрудняется, так как в распоряжении исследователя нет достаточного количества семей определенного дохода, семей с одинаковым возрастом взрослых членов. Эта трудность устранима, если применить методы множественной регрессии. Это и будет четвертый способ построения шкалы расходов.

На первом этапе расчета по этому способу отбираются семьи разного размера[1], состава, дохода, возраста и пола членов семьи. Уравнением множественной регрессии выражается зависимость расходов семьи от дохода на душу. от числа членов семей разного возраста и пола.

Для составления уравнения множественной регрессии с включением в него перечисленных факторов необходимо исследовать парную связь между функцией и каждым аргументом в отдельности по однородным совокупностям семей. Этот анализ производится методами простой регрессии.

Исследования, проведенные нами, показали, что для определения потребительских коэффициентов в первом приближении могут быть предложены сравнительно простые виды уравнений множественной регрессии:

$$y = a_0 + a_1x_1 + b_1x_1^2 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_4x_4 + a_5x_5 \qquad (4)$$

или

$$y = a_0 + \frac{a_1}{x_1} + a_2x_2 + a_3x_3 + a_4x_4 + a_5x_5, \qquad (5)$$

где

y — расход семьи,

x_1 — доход на душу,

x_2 — число взрослых мужчин в семье (от 18 лет и старше),

x_3 — число взрослых женщин в семье (18 лет и старше),

x_4 — число детей до 7 лет в семье,

x_5 — число детей от 7 до 17 лет в семье,

b_1, a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 — параметры уравнения. Возраст членов семьи в уравнении может быть представлен и в более дробных интервалах.

[1] Желательно, чтобы размер семьи колебался в ограниченных пределах: двое взрослых без детей, двое взрослых и ребенок и трое взрослых.

Этот метод определения потребительских коэффициентов рассмотрим на конкретном примере. Для расчетов потребительских коэффициентов шкал расходов на питание и на одежду было отобрано 130 бюджетов рабочих семей (РСФСР, 1959 г.). Семьи состояли из трех типов: двое взрослых, двое взрослых и один ребенок, трое взрослых (рис. 2).

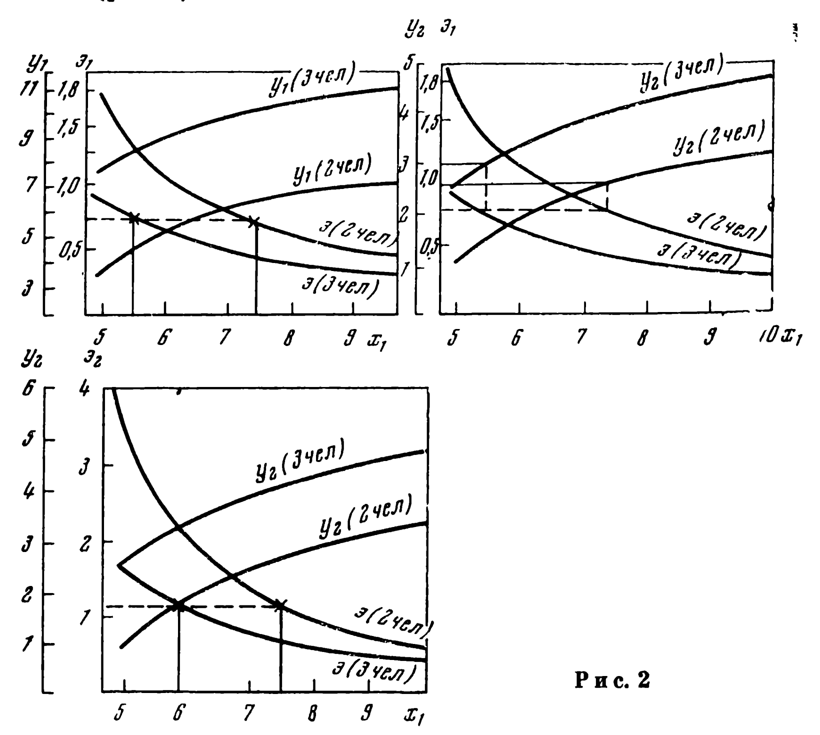


Рис. 2

Способом наименьших квадратов были определены параметры уравнения множественной регрессии, характеризующие зависимость расходов семьи на питание (y_1) от душевого дохода (x_1), числа взрослых (x_2) и детей в семье (x_3):

$$y = a_0 + \frac{a_1}{x_1} + a_2 x_2 + a_3 x_3,$$

$$y_1 = 2{,}741 - \frac{33{,}495}{x_1} + 3{,}856\, x_2 + 2{,}684\, x_3, \qquad (6)$$

Параметр при x_2 показывает рост расходов семьи на питание в размере 386,6 руб. в год (расчеты производились в сотнях руб.) с увеличением размера семьи на одного взрослого (при постоянных значениях душевого дохода и числа детей в семье). Аналогичное объяснение может быть дано параметру при x_3. Потребительские коэффициенты рассчитываются по значениям параметров 3,856 и 2,684. За единицу принято значение 3,856 (1:0,70).

Приведем расчет потребительских коэффициентов по следующей схеме:

а) Расчет расходов на питание семьи из двух взрослых по уравнению частной регрессии:

$$y_1' = 2{,}741 - \frac{33{,}495}{x_1} + 2 \cdot 3{,}856 = 5{,}988, \qquad (7)$$

где $x_1 = 7{,}5$ (в сотнях руб. за год);

б) Расчет расходов на питание семьи из двух взрослых и одного ребенка по уравнению частной регрессии:

$$y_1'' = 2{,}741 - \frac{33{,}495}{x_1} + 2 \cdot 3{,}856 + 2{,}684 = 8{,}672, \qquad (8)$$

где $x_1 = 7{,}5$ руб.;

в) Расчет расходов на питание семьи из трех взрослых по уравнению частной регрессии:

$$y_1''' = 2{,}741 - \frac{33{,}495}{x_1} + 3 \cdot 3{,}856 = 9{,}843; \qquad (9)$$

г) Расчет расходов на питание ребенка:

$$y_1'' - y_1' = 8{,}672 - 5{,}988 = 2{,}684;$$

д) Расчет расходов на питание взрослого:

$$y_1''' - y_1'' = 9{,}843 - 5{,}988 = 3{,}855;$$

е) Расчет потребительского коэффициента для детей:

$$\frac{2{,}684}{3{,}855} = 0{,}70.$$

Следует заметить, что значения параметров при x_2 и x_3 характеризуют не только влияние возраста члена семьи, но также и уровня жизни на потребление продуктов питания семьи. Известно, что уровень жизни повышается с увеличением размера семьи, если душевой доход остается постоянным. Для того чтобы исключить влияние изменения уровня жизни на потребление продуктов питания

взрослого и ребенка, рассчитаем их потребление применительно к доходу, которому соответствует один и тот же коэффициент эластичности расходов на питание от дохода.

Вначале вычислим частный коэффициент эластичности расходов на питание семьи из двух взрослых в зависимости от дохода:

$$_{x_2x_3}Э'_{y_{x_1}} = \frac{\partial y'_{x_1x_2x_3}}{\partial x_1} \cdot \frac{x_1}{_{x_2x_3}y_{x_1}} = \frac{-a_1}{a_0x_1 + a_1 + 2a_2x_1} = 0{,}746, \qquad (9a)$$

где

$x_1' = 7{,}5,\ x_2=2,\ x_3=0$ и

$$_{x_2x_3}y'_{x_1} = 2{,}741 - \frac{33{,}495}{x_1} + 2 \cdot 3{,}856 = 5{,}988.$$

Далее определим душевой доход семьи из двух взрослых и одного ребенка. Коэффициент эластичности расходов на питание от дохода для этой семьи вычисляется по формуле:

$$_{x_2x_3}Э''_{y_{x_1}} = \frac{-a_1}{a_0x_1 + a_1 + 2a_2x_1 + a_3x_1}. \qquad (10)$$

Тогда душевой доход, соответствующий $_{x_2x_3}Э''_{y_{x_1}} = 0{,}746$, вычислим по формуле, выведенной из равенства (10)

$$x_1'' = \frac{-a_1(1 + {}_{x_2x_3}Э'_{y_{x_1}})}{_{x_2x_3}Э'_{y_{x_1}}(a_0 + 2a_2 + a_3)} = 5{,}968. \qquad (11)$$

Душевой доход семьи из трех взрослых, обеспечивающий тот же уровень жизни, что и душевой доход размером 7,5 руб. в семье из двух взрослых, равен:

$$x_1''' = \frac{-a_1(1 + {}_{x_2x_3}Э'_{y_{x_1}})}{_{x_2x_3}Э'_{y_{x_1}}(a_0 + 3a_2)} = 5{,}479. \qquad (12)$$

Подставив в уравнение (7) $x_1'=7{,}5$, в уравнение (8) $x_1''=5{,}968$ и в уравнение (9) $x_1'''=5{,}479$, получим соответственно:

$$y_1' = 5{,}988,\quad y_1'' = 7{,}526,\quad y_1''' = 8{,}196.$$

С учетом полученных данных расходы на питание одного взрослого составят 2,208 руб., а ребенка — 1,538 руб.

Потребительские коэффициенты для детей, вычисленные по этим уточненным значениям расходов, также равны 0,70.

Это объясняется тем, что уменьшение параметров a_2 и a_3 произошло на одинаковую величину. При этом следует иметь в виду, что параметры a_2 и a_3 — усреднены для семей с разным уровнем жизни, соотношение между ними не меняется с ростом дохода. Однако известно, что соотношение расходов взрослых и детей меняется с повышением уровня жизни.

Эта закономерность может быть учтена в аналогичных расчетах, если параметры уравнения множественной регрессии (6) вычислять по семьям с низким, средним и высоким доходом отдельно.

Вычисленные выше соотношения в доходах семей разного размера и состава с учетом одинакового коэффициента эластичности расходов на питание от дохода применяются в расчетах потребительских единиц других специальных шкал расходов, например, на одежду.

По тем же 130 бюджетам семей вычислим параметры уравнения расходов семьи на одежду (y_2) в зависимости от душевого дохода (x_1), числа взрослых (x_2) и детей (x_3) в семье:

$$y_2 = b_0 + \frac{b_1}{x_1} + b_2x_2 + b_3x_3,$$

$$y_2 = 2{,}613 - \frac{22{,}501}{x_1} + 1{,}484\,x_2 + 0{,}893\,x_3. \qquad (13)$$

Частный коэффициент эластичности расходов на одежду от дохода ($x_1 = 7{,}5$ руб., $\bar{x}_2$, $\bar{x}_3$) равен 1,162. Потребительские коэффициенты, вычисленные по значениям параметров 1,448 и 0,893, относятся друг к другу как 1:0,60. Эти коэффициенты рассчитаны для семей с одинаковым доходом на душу. Расходы на одежду взрослого и ребенка, вычисленные при условии постоянного коэффициента эластичности расходов на питание от дохода, равны 0,38 и 0,12[2]. Расчет потребительских коэффициентов по этим величинам показал соотношения 1 : 0,34.

[2] Предварительно по уравнению (13) были рассчитаны: расходы на одежду семьи из двух взрослых (при $x_1 = 7{,}5$) — 2,583 руб., расходы на одежду семьи из двух взрослых и одного ребенка — 2,706 руб. ($x_1 = 5{,}968$), расходы на одежду семьи из трех взрослых — 2,960 руб. ($x_1 = 5{,}479$).

Потребительские единицы расходов детей на одежду в нашем примере увеличиваются с повышением уровня жизни.

Приведем результаты расчетов потребительских коэффициентов расходов на питание и потребление отдельных продуктов питания[3]. Расчеты производились по 544 семейным бюджетам (Москва, Ленинград, 1964 г.) на ЭВМ МИНСК-22. Потребительские коэффициенты вычислялись по параметрам уравнений. Последние имели вид функций множественной регрессии:

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 + \ldots + a_{14} x_{14}, \quad (14)$$

$$y = a_0 + a_1 x_1 + b x_1^2 + a_2 x_2 + a_3 x_3 + \ldots + a_{14} x_{14}, \quad (15)$$

где

y — потребление семей (*кг* за год),
x_1 —доход на душу (руб. за год),
x_2 — число детей в семье в возрасте до 1 года,
x_3 — » 1—2 лет.
x_4 — » 3—6 лет,
x_5 — » 7—11 лет,
x_6 — » 12—13 лет,
x_7 — число подростков мужского пола 14—15 лет,
x_8 — » 16—17 лет,
x_9 — число мужчин в семье в возрасте 18—59 лет,
x_{10} — » 60 лет и старше,
x_{11} — число девушек в семье в возрасте 14—15 лет,
x_{12} — » 16—17 лет,
x_{13} — число женщин в семье в возрасте 18—54 года,
x_{14} — » 55 лет и старше.

Очевидно, выбор вида функции должен решаться в результате анализа полученных данных. Так, например, расчеты коэффициента (t) показывают, что параметр a_1 функции (14) значим, а параметры a_1 и b функции (15) являются несущественными (табл. 2). Это объясняется высокой линейной корреляцией между x_1 и $x^2{}_1$, так как в доходах анализируемых семей не было резких различий.

Критерий существенности параметров функции может быть использован также и при решении вопроса об отборе возрастных и половых групп. Результаты

[3] Программа составлена математиком М. И. Липкиным (ВЦ ЦСУ РСФСР).

Таблица 2. **Характеристика параметров функции (y) при независимой переменной (x_1)**

Товар	Вид зависимости I — 14 II — 15	Параметры		Среднеквадратическая ошибка параметров	
		a_1	b	σ_{a_1}	σ_b
Молоко и молочные продукты	I	0,610	—	0,081	—
	II	0,800	—0,000100	0,312	0,00014
Мясо и мясопродукты	I	0,107	—	0,014	—
	II	0,117	0,000005	0,052	0,00002

Таблица 2 (продолжение)

Товар	Вид зависимости I — 14 II — 15	Оценка существенности параметра		$a_1 + t\sigma_{a_1}$	$a_1 - t\sigma_{a_1}$	$b + t\sigma_b$	$b - t\sigma_b$
		t_{a_1}	t_b				
Молоко и молочные продукты	I	7,540	—	0,775	0,455	—	—
	II	2,569	—0,698	1,417	0,189	0,00018	—0,00038
Мясо и мясопродукты	I	7,952	—	0,134	0,0813	—	—
	II	2,252	—0,190	0,218	0,0149	0,00004	0,00005

Примечание. 1. $v_x = 0,264$ (26,4%), $\sigma_{v_x} = 0,0086$.

2. Расчеты произведены по табличным значениям $t = 1,96$.

счета показали, что в ряде случаев укрупнение возрастных групп повышает степень значимости параметров функции (табл. 3).

Расчет коэффициента (t) свидетельствует о том, что параметры функции (15) существенны почти по всем продуктам питания (табл. 4). Наиболее значимые параметры получены для членов семей старшего возраста. Несущественными следует признать параметры для грудных детей по таким продуктам питания как картофель,

Таблица 3. Критерий существенности (t) по продуктам питания

Возрастные группы	Молоко и молочные продукты		Мясо и мясопродукты	
	14	15	14	15
Дети				
До 1	5,69	5,55	3,31	3,28
1—2	4,49	4,26	3,09	3,04
3—6	6,03	5,80	5,54	5,52
7—11	10,70	10,53	9,72	9,78
12—13	8,00	7,85	8,80	8,78
Мужчины				
14—15	7,57	7,43	4,85	4,80
16—17	7,59	7,34	6,93	6,87
18—59	5,54	—	8,09	—
18 и старше	—	6,09	—	8,42
60 лет и старше	3,30	—	3,40	—
Женщины				
14—15	6,88	6,69	5,57	5,52
16—17	5,07	4,83	6,25	5,20
18—54	4,74	—	4,33	—
18 и старше	—	7,45	—	6,01
55 и старше	6,96	—	5,13	—
R^2	0,35	0,35	0,30	0,36

овощи, масло растительное и рыба. Эти продукты питания не потребляются детьми в возрасте до 1 года.

Степень значимости параметров повышается с укрупнением товарной группы. Наибольшие значения t наблюдаются по расходам на питание (частота всей покупки продуктов питания весьма большая).

Для характеристики общей формы связи между расчетными и эмпирическими значениями потребления были вычислены множественные коэффициенты детерминации (табл. 5). Наиболее высокие коэффициенты получены по расходам на питание, в том числе по потреблению хлеба и хлебобулочных изделий, по сахару, мясу и т. д. Наи-

Таблица 4. **Критерий существенности (t) по продуктам питания**

Возрастные группы	Хлеб и хлебобулочные изделия	Картофель	Овощи	Масло растительное, маргарин	Молоко и молочные продукты
Дети					
До 1	3,41	0,02	0,55	—0,56	5,55
1—2	2,31	1,24	0,19	—0,91	4,26
3—6	5,24	1,17	2,20	1,81	5,80
7—11	9,94	5,10	5,36	2,96	10,53
12—13	10,47	5,33	5,21	4,87	7,85
Мужчины					
14—15	8,66	4,25	1,61	2,10	7,43
16—17	9,64	3,69	3,48	2,39	7,34
18 и старше	10,45	6,92	5,94	7,15	6,09
Женщины					
14—15	6,85	3,40	2,50	4,33	6,69
16—17	7,62	3,43	3,24	3,07	4,83
18 и старше	8,85	5,07	4,95	4,22	7,45

Таблица 4 (окончание)

Возрастные группы	Сахар и кондитерские изделия	Рыба и рыбопродукты	Мясо и мясопродукты	Фрукты и бахчевые	Весь расход на питание
Дети					
До 1	2,91	0,57	3,28	3,51	6,27
1—2	4,56	0,63	3,04	2,37	5,32
3—6	5,40	0,74	5,52	6,31	9,57
7—11	9,55	3,27	9,78	10,80	16,14
12—13	9,21	2,85	8,78	6,36	12,65
Мужчины					
14—15	6,69	1,89	4,80	3,44	9,22
16—17	7,32	1,81	6,87	4,32	10,07
18 и старше	8,23	6,06	8,42	2,49	11,97
Женщины					
14—15	7,00	2,51	5,52	5,53	9,87
16—17	5,67	3,20	5,20	4,31	7,94
18 и старше	7,46	3,26	6,01	5,86	11,43

меньшие коэффициенты — по овощам и маслу растительному. По всем продуктам питания показатели t_R оказались намного выше табличных значений (значения коэффициентов детерминации — существенные).

Потребительские коэффициенты были рассчитаны по существенным значениям параметров функции множественной регрессии (табл. 6). Потребительские коэффициенты детей грудного возраста не включены в шкалы продовольственных продуктов и расходов на питание, так как они оказались нереальными. Это объясняется тем, что в год рождения ребенка происходят резкие изменения потребительского бюджета семьи, выражающиеся в больших первоначальных затратах; наблюдаются изменения и в потребительских привычках взрослых. Это не может не сказаться на объеме и структуре потребления взрослых, особенно в семьях с низким уровнем жизни. Происходящие изменения настолько велики, что расходы на питание ребенка грудного возраста полностью растворяются в общих изменениях потребительского бюджета семьи и не могут быть определены методами множественной регрессии.

Таблица 5. **Статистические показатели колеблемости и связи**

Продукты питания	v	σ_v	R^2	σ_R	t_R
Хлеб и хлебобулочные изделия	0,41	0,014	0,52	0,021	34,2
Картофель	0,57	0,022	0,25	0,033	15,5
Овощи	0,45	0,016	0,19	0,035	12,3
Масло растительное и маргарин	0,60	0,024	0,21	0,034	13,5
Молоко и молочные продукты	0,44	0,016	0,36	0,028	21,8
Сахар и кондитерские изделия	0,42	0,015	0,41	0,026	24,6
Рыба и рыбопродукты	0,61	0,024	0,15	0,037	10,5
Мясо и мясопродукты	0,39	0,013	0,38	0,027	22,7
Фрукты и бахчевые	0,50	0,018	0,26	0,032	15,7
Весь расход на питание	0,30	0,010	0,59	0,018	42,4

Таблица 6. **Потребительские коэффициенты**

Возрастные группы	Хлеб и хлебопродукты		Картофель		Овощи		Бахчевые и фрукты		Сахар и кондитерские изделия	
	муж.	жен.	муж.	жен.	муж.	жен.	муж.	жен.	муж.	жен.
Дети										
1—2	0,31		0,25		0,40		1,35		0,78	
3—6	0,39		0,13		0,29		1,99		0,51	
7—11	0,68		0,53		0,65		3,12		0,83	
12—13	1,00		0,77		0,88		2,55		1,12	
Подростки										
14—15	1,09	0,81	0,81	0,61	0,36	0,52	1,82	2,76	1,07	1,05
16—17	1,29	0,99	0,74	0,67	0,82	0,74	2,42	2,35	1,25	0,94
Взрослые										
18 и старше	1,00	0,90	1,00	0,78	1,00	0,89	1,00	2,51	1,00	0,97

Таблица 6 (окончание)

Возрастные группы	Мясо и мясные продукты		Рыба		Молоко и молочные продукты		Весь расход на питание	
	муж.	жен.	муж.	жен.	муж.	жен.	муж.	жен.
Дети								
1—2	0,51		0,15		0,99		0,63	
3—6	0,51		0,10		0,75		0,63	
7—11	0,83		0,39		1,24		0,97	
12—13	1,04		0,47		1,29		1,06	
Подростки								
14—15	0,75	0,81	0,41	0,51	1,60	1,36	1,00	1,00
16—17	1,14	1,00	0,41	0,71	1,68	1,08	1,18	0,90
Взрослые								
18 и старше	1,00	0,76	1,00	0,57	1,00	1,30	1,00	1,00

На втором году жизни ребенка потребительский бюджет семьи стабилизируется. Это позволяет достаточно точно определить потребительские коэффициенты детей.

Расчеты показывают, что дети от 1 до 2 лет имеют высокие потребительские коэффициенты по таким продуктам питания как молоко, фрукты, сахар и низкие — по овощам и рыбе.

В отличие от потребительских коэффициентов, рассчитанных по физиологическим нормам потребностей в калориях и пищевых веществах, наши потребительские единицы расходов на питание для подростков больше, чем для взрослого мужчины. Аналогичные соотношения между потребительскими коэффициентами подростков и взрослых наблюдаются по многим продуктам питания (хлеб, фрукты, сахар, мясо, молоко).

Характерной особенностью полученных результатов является и то, что потребительский коэффициент всех расходов на питание взрослой женщины равен 1, а по таким продуктам питания, как фрукты и молоко, потребительские коэффициенты женщин выше потребительских коэффициентов мужчин.

Д. А. АСТРИНСКИЙ

ШКАЛА ПОТРЕБИТЕЛЬСКИХ ЕДИНИЦ РАСХОДОВ НА ПИТАНИЕ

За последнее время особое внимание проявляется к изучению уровня жизни населения, и в частности к проблемам питания. Источниками сведений о питании населения являются главным образом данные торговой статистики, балансовые расчеты ЦСУ о потреблении по крупным экономическим районам и статистика семейных бюджетов. Эти данные дополняются материалами специальных обследований питания населения, проводимых Институтом питания АМН СССР и другими медицинскими институтами.

Единицей наблюдения в таких обследованиях обычно является семья или потребительская единица. Под потребительской единицей можно подразумевать любого человека определенного возраста и пола.

В практике международных статистических расчетов за условную единицу принято потребление взрослого мужчины, занятого трудом средней тяжести.

Некоторые исследователи предлагают применять для расчета потребительских шкал физиологическую потребность детей и взрослых в пищевых веществах и калориях. Так, сотрудники Института питания Болгарской академии наук Н. Демирева и Н. Минев предлагают использовать потребность в белках, жирах, углеводах, калориях и витаминах[1]. В качестве единицы они берут физиологическую потребность взрослого мужчины, обладающего умеренной физической активностью. Как известно, общая потребность взрослого мужчины в пищевых продуктах равна 3000 калорий в сутки, белковая — 100 *г* белка, жировая — 90 *г* жира, витаминная — 75 *мг* витамина С и т. д.

Перевод семьи в условные потребительские единицы производится суммированием калорийной потребности всех членов семьи и делением полученной суммы на норму взрослого мужчины:

Состав семьи	Потребность, *ккал/день*
Мужчина	3750
Женщина	2500
Ребенок 14 лет . . .	2900
Ребенок 8 лет . . .	2400
Старик 70 лет . . .	2200
Итого . . .	13750

Или $\frac{13750}{3000}=4{,}58$ единиц потребностей в калориях.

Как показали исследования международной организации ФАО, семья из шести человек может равняться 4 единицам потребления по калориям, 7 единицам по витамину С, 5 единицам по белку и т. д.

[1] «Известия на Института по хранене», кн. 4. София, БАН, 1965.

Институт питания АМН СССР предлагает пользоваться переводными коэффициентами, основанными на калорийной потребности[2].

Такой биологический, базирующийся только на данных физиологии питания, подход к решению данного вопроса исключает возможность экономической интерпретации полученных результатов.

Это заставляет искать другие пути для расчетов шкалы коэффициентов.

Приведенные нами потребительские коэффициенты рассчитаны по уравнению множественной регрессии типа (4)[3].

Параметры уравнения множественной регрессии при независимых переменных имеют определенный экономический смысл. Они показывают, как изменится потребление данного товара, если размер семьи увеличится на 1 ребенка в возрасте 1—2 года, при условии, что уровень жизни семьи (душевой доход) и прочие объясненные переменные останутся без изменения. Душевой доход, разумеется, не вполне точный показатель уровня жизни семьи, однако можно пользоваться этим показателем для упрощения статистических расчетов.

В качестве исходной базы для проведения расчетов было использовано 544 бюджета семей рабочих промышленности Москвы и Ленинграда за 1964 г. Из бюджетов были выписаны данные о расходах семей на покупку продуктов питания и потребление этих продуктов питания (в руб., в кг за год).

По демографическому составу все отобранные семьи распределились следующим образом: дети до 1 года — 33, дети от 1 до 2 лет — 34, дети от 3 до 6 лет — 138, дети от 7 до 11 лет — 209, дети от 12 до 13 лет — 82, мальчики от 14 до 15 лет — 37, юноши от 16 до 17 лет — 33, взрослые мужчины 18 лет и старше — 502, девочки 14—15 лет — 44, девушки 16—17 лет — 38, взрослые женщины 18 лет и старше — 602.

Распределение отобранных семей по составу показано в табл. 1.

[2] «Руководство по изучению питания и здоровья населения». М., изд-во «Медицина», 1964, стр. 24.

[3] См. статью В. В. Швыркова «Экономико-математические методы построения специальных шкал расходов на покупку товара» в настоящем сборнике.

Таблица 1

Размер семьи, чел.	Состав семьи	Число семей
2	Мать и ребенок (18—54) (0—17)	40
	Двое взрослых (муж и жена)	72
	Мать и взрослый сын или дочь (18—54) (18—54)	24
3	Двое взрослых и один ребенок	160
	Трое взрослых	16
4	Двое взрослых и двое детей	184
	Трое взрослых и один ребенок	24
5	Трое взрослых и двое детей	16
	Двое взрослых и трое детей	8

В табл. 2 приведены результаты расчета уровня потребления пищевых продуктов в поло-возрастных группах населения.

Оценивая полученные результаты, необходимо сделать следующие замечания.

В отличие от шкалы потребления, предлагаемой С. Дж. Прейсом и Г. С. Хаутэккером[4], приведенные расчеты (табл. 2) не показывают значительных различий в потреблении между взрослым мужчиной и остальными членами семьи. Вероятно, это связано с тем обстоятельством, что в отобранных семьях мужчина занят работой в механизированном производстве, а не тяжелым физическим трудом. Поэтому уровень потребления взрослых членов семьи будет примерно одинаковым.

Различия в потреблении пищевых продуктов в зависимости от пола изучались для подростков, начиная с 14 лет. По хлебу, картофелю, сахару, молоку и молочным продуктам потребление юношей было больше потребления девушек.

[4] I. S. Prais and H. S. Houthakker. The analysis of family budgets. Cambrige, 1955.

Таблица 2. Результаты расчетов потребления пищевых продуктов в год (*в кг/чел.*)

Возрастные группы	Хлеб и хлебопродукты (в переводе на муку)		Картофель		Овощи		Бахчевые и фрукты	
	муж.	жен.	муж.	жен.	муж.	жен.	муж.	жен.
Дети								
1—2	32,8		28,1		2,3		31,1	
3—6	41,5		14,7		15,3		46,0	
7—11	72,1		58,7		34,2		72,0	
12—13	105,7		85,2		46,2		59,0	
Подростки								
14—15	114,9	85,7	89,4	67,4	18,8	27,4	42,0	63,7
16—17	136,0	104,4	82,4	74,5	43,2	39,0	56,0	54,4
Взрослые								
18 лет и старше	105,5	95,1	110,6	86,3	52,7	46,7	23,1	57,9

Таблица 2 (окончание)

Возрастные группы	Сахар и кондитерские изделия (в переводе на сахар)		Мясо и мясные продукты (в переводе на мясо)		Рыба		Молоко и молочные продукты (в переводе на молоко)		Питание в целом, руб./чел.	
	муж.	жен.	муж.	жен.	муж.	жен.	муж.	жен.	муж.	жен.
Дети										
1—2	25,7		32,7		3,2		276,9		198,4	
3—6	16,9		33,1		2,1		210,1		198,5	
7—11	27,4		53,7		8,4		348,8		306,4	
12—13	36,7		67,0		10,2		361,6		333,9	
Подростки										
14—15	35,1	34,6	48,2	52,2	8,9	11,1	450,1	382,2	320,1	323,0
16—17	40,9	30,8	73,3	64,3	9,0	15,5	472,7	302,3	371,6	284,8
Взрослые										
18 лет и старше	32,8	31,7	64,3	48,8	21,7	12,4	280,8	365,4	315,9	321,4

Потребление детей в возрасте 7—11 лет фруктов и бахчевых представляется, на наш взгляд, завышенным. По-видимому, это следствие неточностей в исходной информации о потреблении семей. Так же несколько завышены данные о потреблении мальчиков и девочек 14—15 лет.

Приведенные результаты отражают структуру пищевого рациона в отобранных семьях. Реалистичная общая картина распределения продуктов по возрастным группам позволяет надеяться на то, что предлагаемая методика, в особенности при использовании ее на основе более широкого исходного материала, сможет дать ценную информацию о структуре питания различных возрастных групп населения.

■

Л. А. ЛЕВКОВА, Л. Ф. ТИХОВА

О СОПОСТАВЛЕНИИ РАСЧЕТОВ ПОТРЕБЛЕНИЯ ПО МАТЕРИАЛАМ СТАТИСТИКИ СЕМЕЙНЫХ БЮДЖЕТОВ С ДАННЫМИ ТОРГОВОЙ СТАТИСТИКИ

Необходимой частью плановых расчетов являются прогнозы платежеспособного спроса и потребления населения. Основными источниками статистической информации для таких прогнозов служат данные обследований семейных бюджетов и статистика государственной и кооперативной торговли. Второй источник в настоящее время следует признать более надежным из-за ряда недостатков статистики семейных бюджетов.

Однако использование бюджетных материалов наряду с данными торговой статистики представляется необходимым вследствие того, что статистика продажи товаров государственной и кооперативной торговли не содержит данных о поступлении за счет личного подсобного хозяйства, поступления от колхозов, покупок на колхозном рынке и т. д. Торговая статистика не отражает также из-

менений структуры потребления по социально-экономическим группам населения.

Настоящая статья содержит краткое изложение результатов исследований, проведенных в Центральном экономико-математическом институте АН СССР, по определению зависимости потребления от уровня денежных доходов членов колхозов. Общий вид модели и методика прогноза потребления продовольственных товаров рабочими и служащими были изложены в работе В. А. Волконского и Л. А. Левковой[1]. Подобные расчеты были проведены и по потреблению колхозников. В качестве исходного источника экономической информации для расчетов использовались данные статистики бюджетов семей членов колхозов о потреблении отдельных продуктов питания в натуральном выражении (в семьях с различным уровнем среднедушевого дохода).

Графический анализ позволил выбрать по каждому продукту функцию, наиболее четко отражающую зависимость между среднедушевым потреблением и среднедушевым доходом. Такой функцией оказалась $\lg y = a + b \lg x$, где y — потребление в расчете на одного человека; x — денежный доход в расчете на одного человека; a и b — параметры уравнения.

По этой функции способом наименьших квадратов на ЭВМ были рассчитаны коэффициенты a и b за 1959—1963 гг., которые представлены в таблице.

Анализ коэффициентов показывает, что они обладают достаточной устойчивостью от года к году, за исключением 1960 г., где по многим продуктам коэффициенты сильно отличаются от общей картины всего динамического ряда.

После определения коэффициентов a и b были рассчитаны теоретические значения величины потребления колхозников за каждый год в разрезе наименований статей бюджета. Для этого в соответствующее уравнение вводились все значения среднедушевого дохода, взятые из бюджетов. Результат сопоставления расчетных данных о потреблении колхозниками отдельных продуктов с эм-

[1] В. А. Волконский, Л. А. Левкова. Зависимость потребления от дохода и возможности ее экстраполяции во времени. Сб. «Математические методы в экономике труда». М., 1966.

Таблица

Продукты	Коэффициент a					Коэффициент b				
	1959 г.	1960 г.	1961 г.	1962 г.	1963 г.	1959 г.	1960 г.	1961 г.	1962 г.	1963 г.
Мука	4,156	4,454	4,173	4,198	4,245	0,236	0,147	0,209	0,169	0,145
Крупа	1,426	1,256	1,547	1,582	1,237	0,205	0,220	0,180	0,142	0,221
Картофель	3,951	3,677	3,752	3,325	3,475	0,307	0,382	0,353	0,442	0,393
Овощи	2,285	2,322	2,120	1,715	1,890	0,561	0,574	0,618	0,689	0,635
Масло растительное	—0,118	0,164	—0,044	—0,206	—0,076	0,352	0,272	0,346	0,383	0,356
Фрукты свежие	0,429	0,022	0,451	0,669	0,073	0,661	0,804	0,674	0,646	0,802
« сушеные	—1,395	—1,922	—1,479	—1,940	—1,679	0,548	0,689	0,582	0,654	0,623
Мясо	0,439	0,406	0,507	0,169	0,481	0,783	0,773	0,741	0,820	0,758
Яйца	1,759	1,727	1,595	1,007	1,668	0,857	0,871	0,901	1,031	0,865
Мед	—5,315	—5,553	—4,861	—6,051	—5,344	1,178	1,241	0,985	1,331	1,169
Молоко	3,124	2,851	2,804	2,535	2,599	0,547	0,617	0,596	0,652	0,637
Сливки, сметана	—2,908	—3,240	—3,127	—3,747	—4,440	1,116	1,215	1,157	1,302	1,465
Масло животное	—2,887	—1,880	—2,352	—2,438	—2,511	0,927	0,663	0,763	0,782	0,780
Творог	—2,386	0,658	—1,847	—1,976	—2,589	0,909	0,133	0,773	0,798	0,938
Сыр	—1,884	—2,041	—3,298	—2,427	—3,748	0,448	0,523	0,854	0,612	0,961
Рыба, сельди	—2,182	—0,822	—2,990	—2,978	—3,864	0,969	0,668	1,016	1,142	1,174
Сахар	—0,671	—0,280	—0,271	—0,356	0,105	0,849	1,507	0,769	0,805	0,688
Хлеб	0,629	0,267	1,154	1,486	1,688	0,806	0,929	0,678	0,634	0,627
Макароны	—0,687	—1,470	—0,542	—0,456	—0,687	0,413	0,660	0,359	0,372	0,441
Маргарин	—4,442	—4,071	—4,359	—4,328	—3,493	0,812	0,743	0,780	0,797	0,678
Кондитерские изделия	—1,738	—1,571	—1,179	—1,216	—1,004	0,791	0,741	0,624	0,650	0,597
Колбасные изделия	—6,616	—7,776	—7,279	—7,060	—6,600	1,583	1,954	1,737	1,691	1,642

пирическими данными следующий:

Мука	10,7	Мясо . . .	3,2	Сахар	3,9
Крупа	6,9	Яйца . . .	6,4	Хлеб	5,3
Картофель . .	5,6	Мед	9,0	Макароны . .	3,1
Овощи и бахчевые	2,7	Молоко . .	6,8	Маргарин . .	8,9
Масло растительное . . .	4,2	Сметана, сливки . .	13,0	Кондитерские изделия . . .	2,9
Фрукты свежие	5,9	Масло животное . . .	10,0	Колбасные изделия	11,3
Фрукты сушеные	7,1	Творог . .	5,2	Сало	10,5

Из 21 продуктов, по которым велись расчеты по логарифмической функции, для 17 продуктов ошибка не превышает 10 %. Ошибки больше 10% относятся к товарам, имеющим по бюджетным данным сравнительно небольшую абсолютную величину потребления (колбасные изделия, сметана).

После того как была выявлена возможность получения расчетных данных потребления, близких к эмпирическим, были рассчитаны размеры душевого потребления колхозников в среднем по Союзу. Для этого в логарифмическую функцию вводились значения душевого денежного дохода в среднем по Союзу на одного колхозника, исчисленного балансовым методом в ЦСУ и Госплане СССР. (Аналогичные расчеты ранее были сделаны по рабочим и служащим.) Теперь можно было определить размер потребления всего населения Союза. Для этого рассчитанные величины среднедушевого потребления колхозников, рабочих и служащих по всем наименованиям товаров были взвешены по удельному весу численности соответствующих социально-экономических групп населения.

На следующем этапе исследования была предпринята попытка сравнить данные о потреблении отдельных продуктов питания, рассчитанные по материалам статистики бюджетов, с данными торговой статистики о продаже населению соответствующих товаров через сеть государственной и кооперативной торговли. Путем такого сравнения имелось в виду выявить возможности использования материалов бюджетной статистики и перспективных

расчетов на их основе для планирования размеров продажи отдельных товаров в государственной и кооперативной торговле, а также определить возможность применения торговой статистики для оценки общих размеров потребления. Сам процесс такого сравнения связан с известными трудностями, ибо на базе использования материалов бюджетной статистики были рассчитаны лишь размеры потребления отдельных продуктов питания, а данные торговой статистики хотя и обладают большей достоверностью, но отражают лишь величину продажи товаров населению в денежной оценке.

Но между общими размерами потребления и покупкой товаров в государственной и кооперативной торговле имеются весьма существенные количественные различия, особенно по продовольственным товарам. Поэтому прежде всего необходимо было обеспечить возможность сопоставления этих показателей. Для этого нами был использован метод, основанный на сравнении соответствующих показателей, выделяемых бюджетной статистикой.

Бюджетная статистика учитывает величину покупок отдельных товаров в государственной и кооперативной торговле в разрезе социально-экономических групп населения. Взяв из данных бюджетной статистики соответствующие среднедушевые показатели и сравнив их с величиной среднедушевого потребления, которое также выделяется бюджетной статистикой для социально-экономических групп, мы получили по каждому товару коэффициенты, характеризующие долю покупок в государственной и кооперативной торговле в общем объеме потребления соответствующего товара. В результате были получены так называемые «коэффициенты перехода», которые обладают определенной закономерностью: они значительно меньше единицы по тем продуктам, потребление которых осуществляется не только посредством покупки в государственной и кооперативной торговле, но и из других источников, и вторая группа продуктов, по которым коэффициенты близки к единице или даже больше единицы. К этой второй группе относятся, как правило, продовольственные товары промышленного производства (хлеб, макаронные изделия, колбасные изделия, сельди, сахар, консервы), ибо по этим товарам доля по-

требления, не связанного с государственной и кооперативной торговлей, весьма незначительна [2].

С помощью этих коэффициентов был осуществлен переход от рассчитанных (на базе материалов бюджетной статистики) объемов потребления отдельных продуктов к величине покупок соответствующих товаров в государственной и кооперативной торговле по социально-экономическим группам, т. е. был получен так называемый расчетный розничный товарооборот в натуральном выражении (так как все расчеты велись в натуре). Оценив полученные результаты по средним государственным розничным ценам соответствующих товаров, мы получили расчетный розничный товарооборот уже в денежном выражении. Но для сравнения расчетного товарооборота с фактическим розничным товарооборотом необходимо было из последнего исключить продажу товаров организациям и учреждениям в форме мелкого опта, так как бюджетная статистика учитывает лишь продажу товаров населению. Все эти расчеты были сделаны для 1963 г.

Поскольку не существует постоянного учета структуры продажи товаров в порядке мелкого опта, нам пришлось для этого воспользоваться данными единовременного обследования, проведенного в 1958 г. Для 1963 г. размеры продажи товаров учреждениям, предприятиям и организациям были определены исходя из удельного веса, который занимал мелкий опт в общей продаже соответствующих товаров через сеть государственной и кооперативной торговли в 1958 г. Такой расчет носит в известной степени условный характер, ибо в данном случае имеет место перенесение сложившейся в одном году структуры продажи товаров через сеть мелкого опта на перспективу. В связи с этим возможно появление некоторых неточностей в расчетах. Однако, учитывая, что общий удельный вес мелкого опта во всем объеме розничного товарооборота государственной и кооперативной торговли за данный период (1958—1963 гг.) почти не изменился, можно предположить, что не произошло больших изменений и в его структуре. Это тем более до-

[2] В пределах точности (до 2%) бюджетных данных коэффициенты перехода оказываются равными или меньшими единицы для всех продуктов, кроме хлеба, крупы, макаронных изделий и сахара. Превышение покупок над потреблением для этих четырех наименований, по-видимому, можно объяснить их использованием в личном подсобном хозяйстве.

пустимо, что сама доля опта в общем объеме товарооборота мала: по большинству товаров она не превышает 5—7%.

В результате таких расчетов были получены две сравнимые между собой величины: фактическая продажа отдельных товаров населению через сеть государственной и кооперативной торговли, очищенная от продажи организациям, учреждениям и предприятиям, и рассчитанная на базе данных бюджетной статистики покупка населением соответствующих товаров в государственной и кооперативной торговле.

Относительные отклонения фактического розничного товаросборота от расчетного (в %) характеризуются следующими цифрами:

Мясо	51,1	Масло животное	11,7	Хлеб	54,5
Колбасные изделия	36,8	Масло растительное . . .	2,9	Крупа	35,4
Рыба	8,0	Сыр	7,7	Макаронные изделия . . .	16,8
Сельди	4,6	Сахар	2,2	Картофель . .	46,5
		Мука	21,4	Овощи	17,7

Как видно из приведенных данных, по некоторым товарам получились существенные расхождения между расчетным и фактическим товарооборотом государственной и кооперативной торговли. Причем характерно, что наибольшие расхождения имеют место, как правило, по тем товарам, по которым коэффициент перехода принимает наименьшее значение. Это товары, источником поступления которых является в значительной степени личное подсобное хозяйство, общественное хозяйство колхозов или другие источники, не связанные с покупкой товаров в государственной и кооперативной торговле (за счет колхозного рынка, торговли потребительской кооперации по ценам местных рынков и др.).

По товарам же, в потреблении которых существенное место занимают покупки в государственной и кооперативной торговле (например, сахар, сыр, масло растительное, сельди), расхождения между расчетным и фактическим товарооборотом значительно меньше. Это дает основания предполагать, что по товарам, источником потребления которых является исключительно государст-

венная и кооперативная торговля (ткани, одежда, обувь, часы, радиотовары и другие непродовольственные товары промышленного производства, а также целый ряд продовольственных товаров), расчеты на основании изложенного здесь метода дадут гораздо более точные результаты.

По-видимому, основной причиной, вызвавшей эти расхождения, является недостаточная репрезентативность данных бюджетной статистики (особенно в части учета потребления из источников, не связанных с покупкой товаров в государственной и кооперативной торговле).

Поэтому возможности повышения точности расчетов нужно искать в первую очередь на пути устранения этой причины. Для этого потребуется прежде всего существенная перестройка всей системы бюджетных обследований на принципиально иной основе. Практическое решение этого вопроса во многом предопределит результаты дальнейших исследований в области проблем народного потребления.

СОДЕРЖАНИЕ

II РАЗДЕЛ

III РАЗДЕЛ

Опыт применения математических методов и ЭВМ в экономико-математическом моделировании потребления

Утверждено к печати Центральным экономико-математическим институтом Академии наук СССР

Редактор *Л. С. Кучаев*
Художник *А. Т. Кобрин*
Технический редактор *Р. М. Денисова*

Сдано в набор 14/XII 1967. Подписано к печати 5/VIII 1968 г.
Формат 84×108¹/₃₂. Бумага № 1. Усл. печ. л. 18,69.
Уч.-изд. л. 16,5. Тираж 4300 экз. Т-10698. Тип. зак. 98.
Цена 1 р. 36 к.

Издательство «Наука». Москва, К-62, Подсосенский пер., 21
2-я типография издательства «Наука». Москва Г-99, Шубинский пер., 10

